ДИСКОНТИРОВАНИЕ

1. Экономическая сущность дисконтирования

В практике часто сталкиваются с задачей, обратной определению наращенной суммы, т.е. по заданной наращенной сумме ***S***, которую следует уплатить через ***n*** лет, необходимо определить сумму ***P*** (сумму на любую дату до момента уплаты *S*) (рис. 1).

Рис. 1. Дисконтирование погашаемой суммы

Рассмотренная задача возникает, например, тогда, когда проценты удерживаются непосредственно при выдаче ссуды. В этом случае говорят, что сумма *S дисконтируется*, а разность

$$S - P = Д \qquad (1)$$

называется *дисконтом.*

Таким образом, термин *«дисконтирование» в широком смысле* означает определение величины *P* на некоторый момент времени при условии, что в будущем она составит заданную величину *S*. Дисконтирование позволяет учитывать в финансово-экономических расчетах фактор времени. В зависимости от вида ставки (процентной или учетной) различают два вида дисконтирования: математическое и коммерческое.

2. Виды дисконтирования

2.1. Математическое дисконтирование

Математическое дисконтирование производится на <u>базе процентной</u> <u>ставки *i*</u>. К нему прибегают в тех случаях, когда по заданным *S, n, i* необходимо найти *P*. Решим уравнение простых процентов относительно *P* и получим:

$$S = P \cdot \left(1 + ni\right) \Rightarrow P = \frac{S}{1 + ni}, \qquad (2)$$

где $\dfrac{1}{1 + ni} = K_д$ - коэффициент дисконтирования или дисконтный множитель.

Дисконтный множитель является величиной, обратной множителю наращения, равному $\left(1 + in\right)$.

Величину *P*, если она найдена по *S*, называют *дисконтированной* суммой *S*, *современной* (*приведенной*) величиной платежа *S*. Это понятие широко используется в финансовых вычислениях и экономических расчетах, так как ни одна серьезная проблема сравнения результатов финансовых операций не может быть решена без расчета сумм издержек, инвестиций, доходов и т.д., приведенных с помощью дисконтирования к какому-либо моменту времени.

Пример 1. Через 6 месяцев с момента выдачи ссуды должнику нужно уплатить кредитору 3 тыс. руб. Кредит был предоставлен под 6% годовых. Определите, какую сумму выдал кредитор и сумму дисконта.

Решение

1. Сумма долга равна (см. формулу 2.2.1):

$$P = \frac{3}{1 + 0{,}5 \cdot 0{,}06} = 2{,}913 \text{ тыс.руб.}$$

2. Сумма дисконта равна (см. формулу 2.1.1):

$$Д = 3 - 2{,}913 = 0{,}087 \text{ тыс.руб.}$$

Ответ. Сумма долга равна 291,3 руб., доход банка составит 87 руб.

Используя формулу начисления сложных процентов, можно определить **значение первоначальной суммы *P***, выданной заемщику, т.е. осуществить дисконтирование суммы S:

$$S = P(1+i)^n \Rightarrow P\frac{S}{(1+i)^n}, \qquad (3)$$

где $\frac{1}{(1+i)^n} = K_д$ - *коэффициент дисконтирования или дисконтный множитель.*

Дисконтный множитель является величиной, обратной множителю наращения, равному $(1+i)^n$.

Величина P показывает, какая сумма должна быть взята в качестве первоначальной для того, чтобы через n лет она выросла до S при ставке сложных процентов i.

Пример 2. Сумма 200 тыс. руб. должна быть выплачена через 2 года. Определите ее современную величину, если ставка сложных процентов в первый год 8% годовых, а в каждые последующие полгода она увеличивалась на 0,5%.

Решение

1. Для расчета современной величины используем преобразованную формулу простой переменной ставки и получим:

$$P = \frac{200}{(1+0{,}08)\cdot(1+0{,}5\cdot 0{,}085)\cdot(1+0{,}5\cdot 0{,}09)} = \frac{200}{1{,}1766} = 169{,}981 \text{ тыс.руб.}$$

Ответ. Современная величина 200 тыс. руб. будет равна 169,981 тыс. руб.

Пример 3. Сумма 1 млн. руб. должна быть выплачена через 2 года. При этом известно, что проценты будут начисляться ежеквартально по номинальной ставке сложных процентов 7% годовых. Определите ее современную величину.

Решение

1. Для расчета современной величины используем преобразованную формулу сложных процентов и получим:

$$P=\frac{1}{\left(1+\frac{0,07}{4}\right)^{4\cdot 2}}=\frac{1}{1,1097}=0,901\ млн.руб.$$

Ответ. Современная величина 1 млн. руб. будет равна 0,901 млн. руб.

2.2. Коммерческое дисконтирование

Коммерческое дисконтирование производится на базе учетной ставки ***d*** и используется в различных видах банковских операций, например, учете векселей. Дисконтирование векселя означает его покупку у владельца до наступления срока оплаты по цене, меньшей той суммы, которая должна быть выплачена по нему в конце срока. Дисконтирование векселя является, как правило, формой кредитования банком векселедержателя путем досрочной выплаты ему обозначенной в векселе суммы за минусом определенных процентов. Такая операция называется **учетом векселя**. В этом случае банком применяется коммерческое дисконтирование и проценты за пользование ссудой начисляются на сумму, подлежащую уплате в конце срока возвращения ссуды, по учетной (дисконтной) ставке d. Сумма, которую покупатель выплачивает векселедержателю при досрочном учете векселя, называется **дисконтированной** величиной. Она ниже номинала векселя на процентный платеж, вычисленный со дня дисконтирования до дня погашения векселя. Этот процентный платеж называется **дисконтом** и равен:

$$Д=S-P. \qquad (4)$$

Дисконтированная величина **по простой учетной ставке** будет рассчитываться следующим образом:

$$P=S(1-nd), \qquad (5)$$

где $1-nd$ - дисконтный множитель.

Из формулы (2.2.4) следует свойство простых учетных ставок:

при $n\rangle\frac{1}{d}$ величина P станет отрицательной.

Используя формулу (2.2.4), можно определить различные параметры, такие как: срок ссуды, учетная ставка, погашаемая сумма. Срок ссуды в годах и днях можно рассчитать соответственно по формулам:

$$n=\frac{S-P}{S\cdot d}=\frac{Д}{S\cdot d},$$

$$\partial=\frac{S-P}{S\cdot d}\cdot K=\frac{Д}{S\cdot d}\cdot K.$$

Учетную ставку можно определить следующим образом:

$$d=\frac{S-P}{S\cdot n}=\frac{Д}{S\cdot n}, \qquad d=\frac{S-P}{S\cdot\partial}\cdot K=\frac{Д}{S\cdot\partial}\cdot K.$$

Погашаемая сумма будет равна:

$$S=\frac{P}{(1-nd)}.$$

Пример 4. Вексель на сумму 200 тыс. руб. с уплатой 16 ноября был учтен банком 22 сентября по учетной ставке 5% с использованием германской практики расчета. Определите полученную при учете сумму, а также дисконт банка.

Решение

1. Определим число дней, оставшихся до уплаты по векселю, т.е. 22 сентября по 16 ноября по германской практике:

$$\partial = 9(\text{сентябрь}) + 30(\text{октябрь}) + 16(\text{ноябрь}) - 1 = 54\ \text{дня}.$$

2. Сумма, полученная при учете векселя, составит:

$$P = S\left(1 - \frac{\partial}{360}d\right) = 200\left(1 - \frac{54}{360}\cdot 0{,}05\right) = 198{,}5\ \text{тыс.руб.}$$

3. Дисконт банка будет равен:

$$Д = S - P = 200 - 198{,}5 = 1{,}5\ \text{тыс.руб.}$$

Ответ. Векселедержателю банк выплатит 198,5 тыс. руб., а доход банка составит 1,5 тыс. руб.

Пример 5. Банком 10 апреля был учтен вексель со сроком погашения 9 июня. Вычислите номинальную стоимость векселя, если учетная ставка дисконтирования составляла 6% годовых, а векселедержатель получил 180 тыс. руб. При вычислении используйте французскую практику расчетов.

Решение

1. Определим срок до уплаты по векселю от 10 апреля до 9 июня по французской практике:

$$\partial = 21(\text{апрель}) + 31(\text{май}) + 9(\text{июнь}) - 1 = 60\ \text{дней}.$$

2. Рассчитаем наращенную сумму S, используя формулу (2.2.9):

$$S = \frac{1800}{1 - \frac{60}{360}\cdot 0{,}06} = 181{,}8\ \text{тыс.руб.}$$

Ответ. Номинальная стоимость векселя составляла 181,8 тыс. руб.

Пример 6. При учете векселя на сумму 10 тыс. руб., до срока оплаты которого осталось 100 дней, его владельцу выплатили 9,1 тыс. руб. Определите учетную ставку, принятую при покупке векселя ($K = 360\ \text{дней}$).

Решение

1. Учетная ставка будет равна (см. формулу 2.2.8):

$$d = \frac{(10 - 9{,}1)\cdot 360}{10\cdot 100} = 0{,}324\ (32{,}4\%).$$

Ответ. Учетная ставка равна 32,4%.

Рассмотрим применение **сложной учетной ставки** при определении современной величины платежа:

$$P = S(1 - d)^n,$$

где $(1-d)^n$ - дисконтный множитель.

Сумма дисконта будет равна:

$$Д = S - P = S - S(1-d)^n = S\left(1-(1-d)^n\right) \qquad .$$

Если учет осуществляется не один, а m раз в год, то получим:

$$P = S\left(1-\frac{f}{m}\right)^{m\cdot n},$$

где ***f* – номинальная учетная ставка.**

Пример 7. Рассчитайте современную величину суммы 30 тыс. руб., которую следует уплатить через 3 года, при дисконтировании по сложной (1 вариант) и простой (2 вариант) учетной ставке d, равной 20%.

Каков будет доход от этой финансовой операции?

Решение

1 вариант:

1. Современная величина, рассчитанная по формуле (2.2.10), равна:

$$P = 30\,(1-0,2)^3 = 15,36 \text{ тыс.руб.}$$

2. Дисконт равен: $Д = S - P = 30 - 15,36 = 14,64 \text{ т ыс.руб.}$

2 вариант:

1. Современная величина, рассчитанная по формуле (2.2.4), равна:

$$P = 30(1 - 3\cdot 0,2) = 12 \text{ т ыс.руб.}$$

2. Дисконт равен: $Д = S - P = 30 - 12 = 18 \text{ т ыс.руб.}$

Вывод: дисконтирование по простой учетной ставке дало больший дисконт, чем по сложной учетной ставке, на 3,36 тыс. руб.

Пример 8. Вексель номиналом 300 тыс. руб. был учтен банком за 20 дней до погашения ($K = 360$). Какую сумму получил предъявитель векселя, если дисконтирование осуществлялось 36 раз в год по номинальной учетной ставке 7%?

Решение

1. Сумма, полученная предъявителем векселя, составила:

$$P = S\left(1-\frac{f}{m}\right)^{m\cdot\frac{\partial}{k}} = 300\left(1-\frac{0,07}{36}\right)^{36\cdot\frac{20}{360}} = 300\cdot 0,9962 = 298,86 \text{ т ыс.руб.}$$

2. Дисконт равен:

$$Д = S - P = 300 - 289,86 = 1,14 \text{ т ыс.руб.}$$

Ответ. Сумма учета векселя равна 298,86 тыс. руб., а доход финансовой операции составил 1,14 тыс. руб.