Тема. Сущность и начисление сложных процентов. Расчеты в условиях инфляции.

1. Сущность сложных процентов

Простые проценты, как правило, используются для краткосрочных финансовых операций. Сложные проценты обычно применяются для долгосрочных операций. В отличие от простых процентов в сложный процентный платеж в каждом расчетном периоде добавляется к предыдущему, а в последующем периоде проценты начисляются на эту наращенную сумму. В соответствии с этим процесс роста первоначальной суммы, происходит с ускорением. Способ расчета процентных платежей по сложным процентам часто называют вычислением "процента на процент".

Начисление Формула расчета сложных процентов имеет вид:

$$S=P(1+i)^n \quad \textbf{(1)}$$

где $(1+i)$ - сложный декурсивный коэффициент;

$(1+i)^n$ - множитель (коэффициент) наращения.

Экономический смысл сложного декурсивного коэффициента заключается в том, что он равен стоимости одной денежной единицы, увеличенной на процентный платеж в конце одного расчетного периода при ставке сложных процентов **i.** Множитель наращения показывает конечную стоимость одной денежной единицы, вложенной под сложные проценты декурсивно.

При большом числе периодов рост по сложным процентам приводит к устрашающим результатам. Например, сумма в 1000 ден.ед. при 100% годовых по сложным процентам через 5 лет дает 32000 ден.ед., а через 10 лет - 1024000 ден.ед., а по простым процентам 6000 и 11000 ден.ед. соответственно.

Сумма 1000 ден.ед. 100% годовых	Простые проценты	Сложные проценты
5 лет	6000	32000
10 лет	11000	1024000

Графически последовательность наращенных сумм в случае сложных процентов представляет геометрическую прогрессию (рис. 1).
Рассмотрим графическую иллюстрацию роста вклада по простым и сложным процентам и проведем сравнительный анализ (рис. 1).

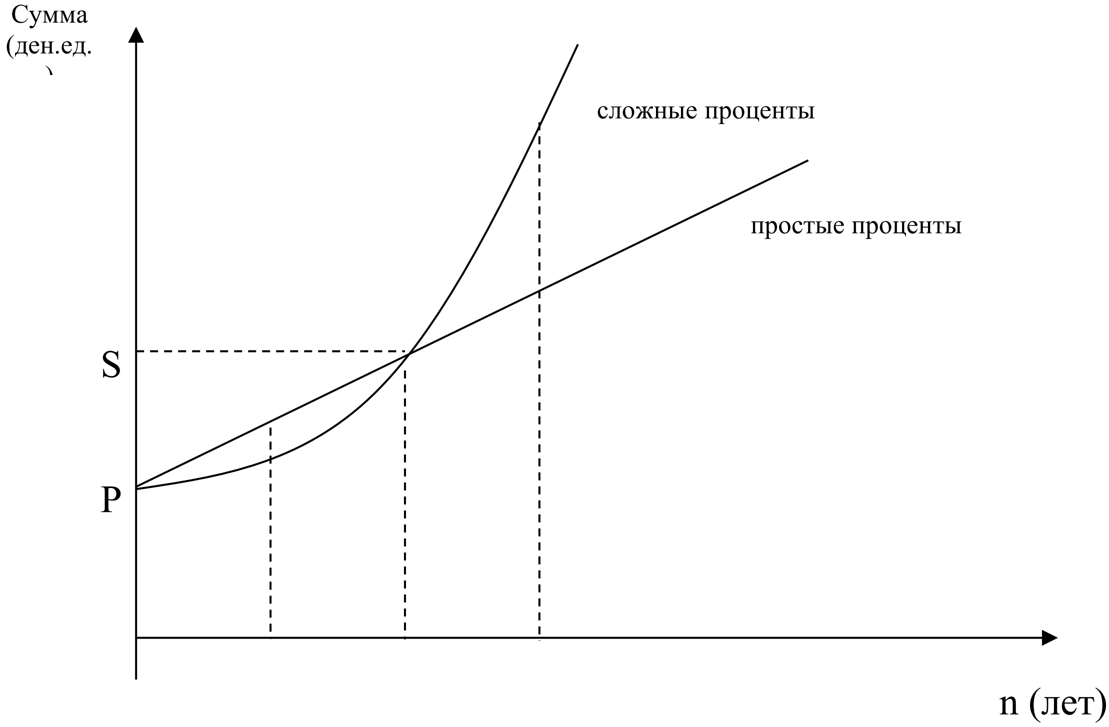

Рис. 1. График сравнительного анализа начисления простых и сложных процентов.

График позволяет сделать важный в практическом отношении вывод: наращенная сумма по простым процентам может быть равна, больше или меньше наращенной суммы по сложным процентам. Это связано с периодами начисления процентов.

Проблемный вопрос ?	Укажите периоды начисления процентов для случаев, когда $S_{пр} = S_{сл}$; $S_{пр} > S_{сл}$; $S_{пр} < S_{сл}$ **?**

Рассмотрим случай, когда **n** является не целым числом. В этом случае множитель наращения можно рассчитать двумя способами:

1) Используется формула с соответствующим показателем степени.
   Например: n=2,5
   $S = P(1+i)^{2,5} = P(1+i)^2 \cdot (1+i)^{0,5}$
2) Используется *смешанный способ начисления сложных и простых процентов:*

$$S = P(1+i)^{2,5} = P(1+i)^2 \cdot (1+0,5 \cdot i)$$

Если уровень ставки сложных процентов изменяется в течение срока ссуды, то применяется формула:

$$S = P(1+i_1)^{n_1} \cdot (1+i_2)^{n_2} \ldots (1+i_t)^{n_t} \qquad (2)$$

$$т.е. \quad S = P\prod_t (1+i_t)^{n_1}, \quad где \quad \Pi - знак произведения$$

2. Эффективные и номинальные ставки процентов

Если проценты начисляются и присоединяются по истечении года, то ставка процентов является эффективной и обозначается **i**.

Расчеты наращенной суммы осуществляются по рассмотренной формуле: $S = P\,(1 + i)^n$.

Если сложные проценты начисляются и присоединяются не по истечении с года, а чаще, например, **m** раз в год, то имеет место **m**-кратное начисление процентов. В такой ситуации применяют номинальную ставку процентов и обозначают **j**. Формула наращенной суммы имеет вид:

$$S = P\left(1+\frac{j}{m}\right)^{mn}, \qquad (3)$$

где m - число раз начисления процентов в течение года.

Следует иметь в виду, что обе ставки (и эффективная, и номинальная) являются годовыми.

Существенное различие между ставками заключено в задачах, которые они выполняют:

- эффективная ставка процентов характеризует доходность финансовой операции с учетом внутригодовой капитализации, это та реальная прибыль, которую можно получить от одной денежной единицы в год;

- номинальная ставка процентов предназначена для исчисления процентной ставки за период (месяц, квартал, полугодие), которую рассчитывают $\frac{j}{m}$. Такую ставку $\left(\frac{j}{m}\right)$ в мировой практике называют релятивной (относительной).

Для иллюстрации сказанного приведем следующий расчет.

Задача 2. Банк принимает вклады с поквартальным начислением процентов по номинальной ставке 40% годовых. Определить доходность операции.

Решение

Пусть вклад составляет 100 рублей

Тогда

1 квартал 2 квартал 3 квартал 4 квартал

100 110 121 133,1 146,41

Номинальная ставка $j = 40\%$

Релятивная ставка $\frac{i}{m} = \frac{40}{4} = 10\ \%$

Следовательно, банк будет начислять на вклад 10 % ежеквартально.

Получаем: 1 квартал 100 + 10 = 110 (руб)
2 квартал 100 + 11 = 121 (руб)
3 квартал 121 + 12, 1 = 133,1 (руб)
4 квартал 133 + 13,31 = 146,41 (руб)

Таким образом, при вложении 100 руб. по истечении года получили 146,41 руб., т.е. доходность составила 46,41%, а это означает, что эффективная ставка процентов $i = 46{,}41\%$.

Изучив различные виды процентных ставок, обратимся к официальным документам ЦБ по начислению процентов по вкладным и ссудным операциям.

В соответствии с Положением ЦБ РФ о порядке начисления процентов [3, п. 3.9] “начисление процентов может осуществляться одним из четырех способов: по формулам простых процентов, сложных процентов, с использованием фиксированной либо плавающей процентной ставки в соответствии с условиями договора. Если в договоре не указывается способ начисления процентов, то начисление процентов осуществляется по формулам простых процентов с использованием фиксированной процентной ставки”.

При начислении процентов по активным и пассивным операциям коммерческих банков Положением предусмотрено принимать в расчет фактическое количество календарных дней, а за временную базу действительное число календарных дней в году (365 или 366 дней), т.е. английскую практику расчета, распространенную в зарубежных коммерческих банках.

3. Расчеты сложных процентов в условиях инфляции

Реальное значение суммы (с точки зрения покупательной стоимости) с начисленными сложными процентами будет вычисляться:

$$S^* = \frac{S}{J_\tau} \quad или \quad S^* = \frac{P(1+i)^n}{J_\tau} \qquad (4)$$

Погашаемую сумму с учетом инфляции можно рассчитать двумя способами:

а) $S_\tau = P\,(1 + i_\tau)^n$ (5)

б) $S_\tau = P \cdot J_\tau = P\,(1+r)^n\, J_\tau$ (6)

Отсюда получаем

$$(1 + i_r)^n = (1 + r)^n\, J_r$$

$$i_\tau = (1 + r) \cdot \sqrt[n]{J_\tau} - 1 = (1 + r)\sqrt[n]{(1 + \tau_{год})^n} - 1 \qquad (7)$$

Формула (17) используется для расчета сложной процентной ставки с учетом инфляции.

В случае, если n = 1 из формулы (17) можно получить частный случай расчета i_τ:

$$i_\tau = r + \tau_{год} + r \cdot \tau_{год} \qquad (18)$$

Почему? Отметим, что формула имеет тот же вид, что и для простых процентов (предлагается курсантам ответить на вопрос самостоятельно).

Задача на самостоятельное решение.

Три коммерческих банка предложили следующие условия вкладных операций:

Банк «А»: простые проценты из расчета 35% годовых.

Банк «Б»: ежемесячное начисление процентов при номинальной ставке 30%.

Банк «В»: поквартальное начисление процентов при номинальной ставке 32%.

В какой банк клиенту выгоднее вкладывать деньги?