

Ярославский государственный педагогический университет
им. К. Д. Ушинского

050100.62 "Педагогическое образование"
профили "Физическое образование", "Информатика и
информационные технологии в образовании"

Общая физика

раздел

"Оптика"

составители: Г.В. Жусь, В.К. Мухин, П.Г. Штерн

Ярославль
2016

Оглавление

| | | |
|----------|---|----------|
| 1 | Лекции | 8 |
| 1 | Электромагнитные волны | 8 |
| 1.1 | Волновое уравнение электромагнитной волны | 8 |
| 1.2 | Плоская электромагнитная волна | 10 |
| 1.3 | Стоячая электромагнитная волна | 14 |
| 1.4 | Энергия электромагнитной волны | 15 |
| 1.5 | Импульс электромагнитной волны | 18 |
| 1.6 | Эффект Доплера для электромагнитных волн | 19 |
| 1.7 | Излучение диполя | 24 |
| 1.8 | Свойства плоских электромагнитных волн | 28 |
| 1.9 | Плоские волны | 28 |
| 1.10 | Электромагнитная волна на границе двух диэлектриков | 34 |
| 2 | Световая волна | 40 |
| 2.1 | Кривая видности | 40 |
| 2.2 | Показатель преломления | 41 |
| 2.3 | Интенсивность волны | 42 |
| 2.4 | Виды световых волн | 42 |
| 3 | Электромагнитная волна на границе раздела | 44 |
| 3.1 | Соотношения между амплитудами и фазами | 44 |
| 3.2 | Коэффициенты отражения и пропускания | 46 |
| 4 | Геометрическая оптика | 47 |
| 4.1 | Принцип Ферма | 48 |
| 4.2 | Применение изученных выше законов при решении конкретных задач | 51 |
| 5 | Интерференция света | 55 |

| | | |
|------|---|-----|
| 5.1 | Интерференция световых волн | 55 |
| 5.2 | Когерентность | 61 |
| 5.3 | Интерференционные схемы | 68 |
| 5.4 | Интерференция света при отражении от тонких пластинок | 70 |
| 5.5 | Многолучевая интерференция | 79 |
| 6 | Дифракция света | 88 |
| 6.1 | Принцип Гюйгенса—Френеля | 88 |
| 6.2 | Дифракция Френеля на круглом отверстии | 92 |
| 6.3 | Дифракция Френеля на полуплоскости и щели | 102 |
| 6.4 | Дифракция Фраунгофера | 109 |
| 6.5 | Дифракция Фраунгофера на круглом отверстии | 111 |
| 6.6 | Дифракция Фраунгофера на щели | 117 |
| 6.7 | Дифракционная решетка | 121 |
| 6.8 | Дифракционная решетка как спектральный прибор | 129 |
| 6.9 | Дифракция на пространственной решетке | 134 |
| 6.10 | О голографии | 138 |
| 7 | Поляризация света | 141 |
| 7.1 | Естественный и поляризованный свет | 141 |
| 7.2 | Поляризация при отражении и преломлении | 147 |
| 7.3 | Поляризация при двойном лучепреломлении | 151 |
| 7.4 | Интерференция поляризованных лучей | 157 |
| 7.5 | Прохождение плоскополяризованного света через кристаллическую пластинку | 159 |
| 7.6 | Кристаллическая пластинка между двумя поляризаторами | 162 |
| 7.7 | Искусственное двойное лучепреломление | 166 |
| 7.8 | Вращение плоскости поляризации | 169 |
| 8 | Взаимодействие света с веществом | 171 |
| 8.1 | Дисперсия света | 171 |
| 8.2 | Классическая теория дисперсии | 173 |
| 8.3 | Групповая скорость | 178 |
| 8.4 | Поглощение света | 182 |
| 8.5 | Рассеяние света | 185 |
| 8.6 | Эффект Вавилова-Черенкова | 188 |
| 9 | Оптика движущихся сред | 190 |

| | | |
|----------|--|------------|
| 9.1 | Скорость света | 190 |
| 9.2 | Опыт Физо | 193 |
| 9.3 | Опыт Майкельсона | 197 |
| 9.4 | Эффект Доплера | 201 |
| 2 | Решение задач | 206 |
| 1 | Волны | 206 |
| 1.1 | Упругие волны | 206 |
| 1.2 | Электромагнитные волны | 208 |
| 2 | Геометрическая оптика | 215 |
| 3 | Волновая оптика | 220 |
| 3.1 | Интерференция света | 220 |
| 3.2 | Дифракция света | 227 |
| 3.3 | Поляризация | 239 |
| 3.4 | Взаимодействие света с веществом | 246 |
| 3.5 | Теория относительности и оптика движущихся сред | 250 |
| 3 | Лабораторные работы | 257 |
| | Лабораторная работа № 1 | 257 |
| 1.1 | Вопросы для подготовки к работе | 257 |
| 1.2 | Краткая теория | 258 |
| 1.3 | Описание установки | 261 |
| 1.4 | Порядок выполнения работы | 263 |
| 1.5 | Контрольные вопросы | 266 |
| | Лабораторная работа № 2 | 267 |
| 2.1 | Вопросы для подготовки к работе | 267 |
| 2.2 | Краткая теория | 267 |
| 2.3 | Описание установки | 269 |
| 2.4 | Порядок выполнения работы | 270 |
| 2.5 | Контрольные вопросы | 274 |
| | Лабораторная работа № 3 | 275 |
| 3.1 | Вопросы для подготовки к работе | 275 |
| 3.2 | Краткая теория | 275 |
| 3.3 | Описание установки | 279 |
| 3.4 | Порядок выполнения работы | 281 |
| 3.5 | Контрольные вопросы | 282 |
| | Лабораторная работа № 4 | 283 |

| | | |
|------|---|-----|
| 4.1 | Вопросы для подготовки к работе | 283 |
| 4.2 | Краткая теория | 284 |
| 4.3 | Описание установки | 287 |
| 4.4 | Порядок выполнения работы | 288 |
| 4.5 | Контрольные вопросы | 291 |
| | Лабораторная работа № 6 | 292 |
| 5.1 | Вопросы для подготовки к работе | 292 |
| 5.2 | Теоретическое введение | 292 |
| 5.3 | Описание установки | 297 |
| 5.4 | Порядок выполнения работы | 298 |
| | Контрольные вопросы | 301 |
| | Лабораторная работа № 8 | 301 |
| 7.1 | Вопросы для подготовки к работе | 301 |
| 7.2 | Теоретическое введение | 302 |
| | 7.2.1 Дифракция на щели | 302 |
| | 7.2.2 Интерференция от многих щелей | 304 |
| 7.3 | Решетка как спектральный прибор | 308 |
| 7.4 | Описание установки | 309 |
| 7.5 | Порядок выполнения работы | 310 |
| 7.6 | Контрольные вопросы | 313 |
| | Лабораторная работа № 9 | 313 |
| 8.1 | Вопросы для подготовки к работе | 314 |
| 8.2 | Теоретическое введение | 314 |
| 8.3 | Описание установки | 319 |
| 8.4 | Порядок выполнения работы | 319 |
| 8.5 | Контрольные вопросы | 325 |
| | Лабораторная работа № 10 | 325 |
| 9.1 | Вопросы для подготовки к работе | 326 |
| 9.2 | Теоретическое введение | 326 |
| 9.3 | Описание установки | 330 |
| 9.4 | Порядок выполнения работы | 331 |
| 9.5 | Контрольные вопросы | 336 |
| | Лабораторная работа № 11 | 336 |
| 10.1 | Вопросы для подготовки к работе | 336 |
| 10.2 | Теоретическое введение | 337 |
| 10.3 | Описание установки | 339 |
| 10.4 | Порядок выполнения работы | 341 |
| 10.5 | Контрольные вопросы | 345 |

| | | |
|--------|---|-----|
| 10.6 | Приложения | 346 |
| 10.6.1 | Рисовальный аппарат | 346 |
| 10.6.2 | Микроскоп с рисовальным аппаратом | 348 |
| 10.6.3 | Источник света | 349 |
| 10.6.4 | Использование рисовального аппарата в отраженном свете | 349 |
| | Лабораторная работа №12 | 350 |
| 11.1 | Вопросы для подготовки к работе | 350 |
| 11.2 | Теоретическое введение | 350 |
| 11.3 | Описание установки | 354 |
| 11.4 | Порядок выполнения работы | 354 |
| 11.5 | Контрольные вопросы | 357 |
| | Лабораторная работа №13 | 357 |
| 12.1 | Вопросы для подготовки к работе | 357 |
| 12.2 | Краткая теория | 358 |
| 12.3 | Описание установки | 364 |
| 12.4 | Порядок выполнения работы | 365 |
| 12.5 | Контрольные вопросы | 370 |
| | Лабораторная работа №14 | 371 |
| 13.1 | Вопросы для подготовки к работе | 371 |
| 13.2 | Краткая теория | 371 |
| 13.3 | Описание установки | 371 |
| 13.4 | Порядок выполнения работы | 372 |
| 13.5 | Контрольные вопросы | 374 |
| | Лабораторная работа №15 | 374 |
| 14.1 | Вопросы для подготовки к работе | 375 |
| 14.2 | Краткая теория | 375 |
| 14.3 | Описание установки | 377 |
| 14.4 | Порядок выполнения работы | 380 |
| 14.5 | Контрольные вопросы | 382 |
| | Лабораторная работа №16 | 383 |
| 15.1 | Вопросы для подготовки к работе | 383 |
| 15.2 | Краткая теория | 383 |
| 15.3 | Описание установки | 386 |
| 15.4 | Порядок выполнения работы | 387 |
| 15.5 | Контрольные вопросы | 390 |
| | Лабораторная работа №17 | 390 |
| 16.1 | Вопросы для подготовки к работе | 391 |

| | | |
|------|---|------------|
| 16.2 | Краткая теория | 391 |
| 16.3 | Описание установки | 392 |
| 16.4 | Порядок выполнения работы | 393 |
| 16.5 | Контрольные вопросы | 396 |
| | Лабораторная работа № 19 | 397 |
| 17.1 | Теоретическое введение | 397 |
| 17.2 | Описание установки | 399 |
| | 17.2.1 Ход лучей в оптической системе прибора | 400 |
| 17.3 | Порядок выполнения работы | 401 |
| 17.4 | Контрольные вопросы | 403 |
| | Основная литература | 404 |
| | Дополнительная литература | 405 |

Глава 1

Лекции

1 Электромагнитные волны

1.1 Волновое уравнение электромагнитной волны

Из уравнений Максвелла следует важный вывод о существовании принципиально нового физического явления: электромагнитное поле способно существовать *самостоятельно* – без электрических зарядов и токов. При этом изменение его состояния (возмущение поля) обязательно имеет волновой характер. Поля такого рода называются *электромагнитными волнами*. В вакууме эти волны распространяются со скоростью, равной скорости света c .

Рассмотрим однородную нейтральную непроводящую среду с проницаемостями ε и μ , где

$$\vec{B} = \mu\mu_0\vec{H}, \quad \vec{D} = \varepsilon\varepsilon_0\vec{E}. \quad (1.1)$$

Поскольку в данном случае плотности зарядов и токов равны нулю ($\rho = 0$ и $j = 0$), уравнения Максвелла будут иметь вид:

$$\nabla \times \vec{E} = -\dot{\vec{B}}, \quad \nabla \times \vec{H} = \dot{\vec{D}}, \quad (1.2)$$

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0, \quad \nabla \cdot \vec{D} = 0, \quad (1.3)$$

где уравнения (1.2) выражают роторы \vec{E} и \vec{H} , а уравнения (1.3) – дивергенции \mathbf{B} и \mathbf{D} . Точка над векторами $\dot{\mathbf{B}}$ и $\dot{\mathbf{D}}$ означает частную производную этих величин по времени.

Поскольку любые волновые процессы должны подчиняться волновому уравнению, связывающему вторые производные по времени и координатам, попытаемся получить его с помощью уравнений Максвелла. Для этого продифференцируем второе уравнение из (1.2) по времени и затем используем первое уравнение:

$$\varepsilon\varepsilon_0 \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} = \frac{\partial}{\partial t}(\nabla \times \mathbf{H}) = \nabla \times \frac{\partial \dot{\mathbf{H}}}{\partial t} = -\frac{1}{\mu\mu_0} \nabla \times (\nabla \times \mathbf{E}). \quad (1.4)$$

Двойное векторное произведение в правой части, согласно правилу $\mathbf{a} \times (\mathbf{b} \times \mathbf{c}) = \mathbf{b}(\mathbf{a} \cdot \mathbf{c}) - \mathbf{c}(\mathbf{a} \cdot \mathbf{b})$, – "бац минус цаб", можно записать так:

$$\nabla \times (\nabla \times \mathbf{E}) = \nabla(\nabla \cdot \mathbf{E}) - (\nabla \cdot \nabla)\mathbf{E} = -\nabla^2 \mathbf{E}, \quad (1.5)$$

так как $\nabla \cdot \mathbf{E} = 0$. Подставив (1.5) в (1.4), мы приходим к волновому уравнению для \mathbf{E} . Аналогично можно получить волновое уравнение и для вектора \mathbf{H} .

Таким образом, мы приходим в результате к идентичным волновым уравнениям для векторов \mathbf{E} и \mathbf{H} :

$$\begin{aligned} \boxed{\nabla^2 \mathbf{E} = \varepsilon\varepsilon_0 \mu\mu_0 \ddot{\mathbf{E}}.} \\ \boxed{\nabla^2 \mathbf{H} = \varepsilon\varepsilon_0 \mu\mu_0 \ddot{\mathbf{H}}.} \end{aligned} \quad (1.6)$$

Здесь коэффициент перед второй производной по времени есть величина, обратная квадрату скорости v распространения волны,

$$v = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon\mu}}, \quad (1.7)$$

где c – скорость распространения электромагнитной волны в вакууме:

$$c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}}. \quad (1.8)$$

Оказалось, что $c = 3 \cdot 10^8$ м/с, т. е. совпадает со скоростью света в вакууме. Это и дало основание Максвеллу предположить задолго до экспериментального подтверждения, что свет представляет собой электромагнитные волны.

1.2 Плоская электромагнитная волна

Перепишем уравнения Максвелла (1.2) и (1.3) в форме более удобной для дальнейшего анализа, имея в виду, что роторы \mathbf{E} и \mathbf{H} можно представить в виде определителей (как векторное произведение двух векторов):

$$\nabla \times \mathbf{E} = \begin{vmatrix} e_x & e_y & e_z \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ E_x & E_y & E_z \end{vmatrix} = -\mu\mu_0 \dot{\mathbf{H}}, \quad \nabla \times \mathbf{H} = \begin{vmatrix} e_x & e_y & e_z \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ H_x & H_y & H_z \end{vmatrix} = -\varepsilon\varepsilon_0 \dot{\mathbf{E}} \quad (1.9)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} E_x + \frac{\partial}{\partial y} E_y + \frac{\partial}{\partial z} E_z = 0, \quad \frac{\partial}{\partial x} H_x + \frac{\partial}{\partial y} H_y + \frac{\partial}{\partial z} H_z = 0, \quad (1.10)$$

где \mathbf{e}_x , \mathbf{e}_y , \mathbf{e}_z — орты осей X, Y, Z.

Установим основные свойства электромагнитной волны на примере плоской волны. Направим ось X перпендикулярно волновым поверхностям. При этом \mathbf{E} и \mathbf{H} , а значит и их проекции на оси Y и Z, не будут зависеть от координат y и z , т. е. соответствующие производные по y и z , будут равны нулю. Поэтому уравнения (1.9) и (1.10) упрощаются (останутся только производные по x) и принимают вид:

$$\begin{aligned} 0 &= \mu\mu_0 \dot{H}_x, & 0 &= \varepsilon\varepsilon_0 \dot{E}_x, \\ -\frac{\partial E_z}{\partial x} &= -\mu\mu_0 \dot{H}_y, & -\frac{\partial H_z}{\partial x} &= \varepsilon\varepsilon_0 \dot{E}_y, \\ \frac{\partial E_y}{\partial x} &= -\mu\mu_0 \dot{H}_z, & \frac{\partial H_y}{\partial x} &= \varepsilon\varepsilon_0 \dot{E}_z, \\ \frac{\partial E_x}{\partial x} &= 0, & \frac{\partial H_x}{\partial x} &= 0. \end{aligned} \quad (1.11)$$

Из условий $\frac{\partial E_x}{\partial x} = 0$, и $\dot{E}_x = 0$ следует, что E_x не зависит ни от x , ни от t (аналогично и для H_x). Это значит, что отличные от нуля E_x и H_x могут быть обусловлены лишь постоянными однородными полями, накладывающимися на поле волны. А для переменного поля плоской волны $E_x = 0$ и $H_x = 0$, т. е. векторы \mathbf{E} и \mathbf{H} перпендикулярны направлению распространения волны-оси X. Значит, электромагнитная волна является *поперечной*.

Кроме того, оказывается, векторы \mathbf{E} и \mathbf{H} в электромагнитной волне взаимно ортогональны. Чтобы убедиться в этом, объединим

средние уравнения (1.11), содержащие, например, E_y и H_z , в пару:

$$\frac{\partial E_y}{\partial x} = -\mu\mu_0 \dot{H}_z \quad \frac{\partial H_z}{\partial x} = -\varepsilon\varepsilon_0 \dot{E}_y \quad (1.12)$$

(можно было бы взять и другую пару, содержащую производные E_z и H_y). Из этих уравнений видно, что изменение во времени, скажем, магнитного поля, направленного вдоль оси Z , порождает электрическое поле E_y вдоль оси Y . Изменение во времени поля E_y в свою очередь порождает поле H_z и т. д. Ни поля E_z , ни поля H_y при этом не возникает. А это и значит, что $\mathbf{E} \perp \mathbf{H}$.

Связь мгновенных значений \mathbf{E} и \mathbf{H} . В нашем случае, когда плоская волна распространяется вдоль оси X , например, в ее положительном направлении,

$$E_y = E_y\left(t - \frac{x}{v}\right), \quad H_z = H_z\left(t - \frac{x}{v}\right), \quad (1.13)$$

где E_y и H_z – некоторые функции, характеризующие форму волны. Введя обозначение $\varphi = t - \frac{x}{v}$, найдем производные E_y по x и H_z по t – в соответствии с (1.12):

$$\frac{\partial E_y}{\partial x} = \frac{\partial E_y}{\partial \varphi} \frac{\partial \varphi}{\partial x} = \frac{\partial E_y}{\partial \varphi} \left(-\frac{1}{v}\right); \quad \frac{\partial H_z}{\partial t} = \frac{\partial H_z}{\partial \varphi} \frac{\partial \varphi}{\partial t} = \frac{\partial H_z}{\partial \varphi} \cdot 1.$$

Подставив эти выражения в первое уравнение (1.12), получим:

$$\frac{1}{v} \frac{\partial E_y}{\partial \varphi} = \mu\mu_0 \frac{\partial H_z}{\partial \varphi},$$

или с учетом того, что $v = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon\varepsilon_0\mu\mu_0}}$,

$$\sqrt{\varepsilon\varepsilon_0} \cdot \frac{\partial E_y}{\partial \varphi} = \sqrt{\mu\mu_0} \cdot \frac{\partial H_z}{\partial \varphi}.$$

Отсюда следует, что $\sqrt{\varepsilon\varepsilon_0} \cdot E_y = \sqrt{\mu\mu_0} \cdot H_z + const$, где произвольная константа обусловлена наличием постоянного электрического и магнитного полей. Нас интересует только переменное поле, поэтому $const = 0$, в результате мы получим:

$$\boxed{\sqrt{\varepsilon\varepsilon_0} \cdot E_y = \sqrt{\mu\mu_0} \cdot H_z.} \quad (1.14)$$

Это выражение означает, что \mathbf{E} и \mathbf{H} не только взаимно ортогональны, но и составляют правовинтовую систему с направлением распространения: мы ведь рассмотрели случай, когда волна распространяется в положительном направлении оси X (рис. 1.1).

Кроме того, \mathbf{E} и \mathbf{H} , согласно (1.14), изменяются при этом синфазно: E_y и H_z одинаковы в каждый момент по знаку, одновременно обращаются в нуль и одновременно достигают максимума, что и показано на рис. 1.2 – мгновенная картина в некоторый момент.

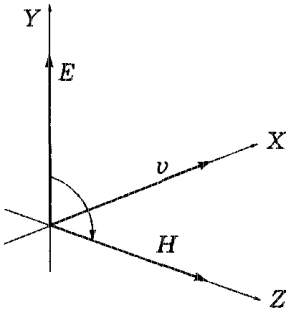


Рис. 1.1

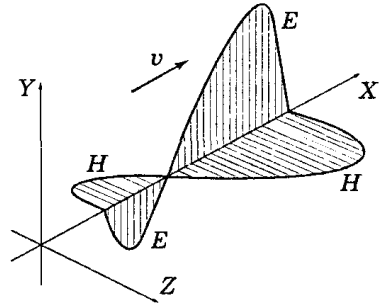


Рис. 1.2

Заметим, что если бы мы рассмотрели волну, распространяющуюся в отрицательном направлении оси X , то E_y и H_z изменялись бы в противофазе ($\sqrt{\varepsilon\varepsilon_0} \cdot E_y = -\sqrt{\mu\mu_0} \cdot H_z$). Однако по-прежнему оба вектора, \mathbf{E} и \mathbf{H} , составляли бы правовинтовую систему с направлением распространения. Это же относится и к случаю, когда \mathbf{E} направлен вдоль оси Z , а \mathbf{H} – вдоль оси Y , т. е. их проекции E_z и H_y .

Выяснив эти детали, индексы y и z у проекций векторов \mathbf{E} и \mathbf{H} можно не писать (как это обычно и делают). Поэтому уравнение, например, плоской бегущей гармонической волны – она представляет особый интерес – записывают так:

$$E = E_m \cos(\omega t - kx), \quad H = H_m \cos(\omega t - kx), \quad (1.15)$$

где знак минус в скобках означает, что волна распространяется в положительном направлении оси X . В этих выражениях ω – круговая (циклическая) частота колебаний, k – волновое число ($k = 2\pi/\lambda$, λ – длина волны).

Заметим, что когда говорят, что плоская волна распространяется, например, в положительном направлении оси X , то это означает, что с этим направлением совпадает ее волновой вектор \mathbf{k} или, другими словами, ее волновые поверхности ортогональны оси X . Но при этом колебания распространяются очевидно и в других направлениях.

Пример 1. Плоская гармоническая электромагнитная волна распространяется в вакууме так, что ее волновой вектор \mathbf{k} перпендикулярен оси Z и составляет угол $\alpha = 60^\circ$ с ортом оси X . Найдем скорость распространения колебаний вдоль оси X .

Изобразив рисунок, аналогичный рис. 1.1, найдем, что искомая скорость $v = \frac{c}{\cos \alpha} = 2c!$ Полученный результат не противоречит теории относительности: фазовая скорость может быть любой, в отличие от скорости сигнала, которая не может быть больше c – скорости света в вакууме.

Теперь рассмотрим пример, относящийся к формуле (1.14) – тоже на связь амплитуд электрической и магнитной составляющих волны, но не в скалярном, а в векторном виде.

Пример 2. В вакууме распространяется гармоническая плоская электромагнитная волна, электрическая составляющая которой имеет вид

$$\mathbf{E} = \mathbf{e}_z E_m \cos(\omega t - \mathbf{k}\mathbf{r}).$$

Найдем вектор – амплитуду магнитной составляющей этой волны \mathbf{H}_m . Видно, что данная волна распространяется в направлении вектора \mathbf{k} . Значит, три вектора, \mathbf{E} , \mathbf{H} , \mathbf{k} должны составлять правовинтовую систему (см. рис. 1.1). Отсюда следует, что вектор \mathbf{H} должен быть сонаправлен с вектором $[\mathbf{k}\mathbf{E}]$, направление которого совпадает с ортом $[\mathbf{n}_k \mathbf{e}_z]$, где орт $\mathbf{n}_k = \frac{\mathbf{k}}{k}$. Остается найти модуль вектора \mathbf{H} , т. е. воспользоваться формулой (1.14):

$$H_m = \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}} \cdot E_m.$$

В результате получим:

$$\mathbf{H} = [\mathbf{n}_k \mathbf{e}_z] \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}} \cdot E_m.$$

1.3 Стоячая электромагнитная волна

В механике (см. [3] ч.1, гл.7, п.7.6) было показано, что стоячую упругую волну можно представить как результат суперпозиции двух одинаковых волн, бегущих навстречу друг другу. Это относится и к электромагнитным волнам. Однако надо учесть, что электромагнитная волна характеризуется не одним вектором, а двумя взаимно ортогональными векторами \mathbf{E} и \mathbf{H} .

Пусть волна распространяется в положительном направлении оси X и описывается уравнениями

$$E_y = E_m \cos(\omega t - kx), \quad H_z = H_m \cos(\omega t - kx) \quad (1.16)$$

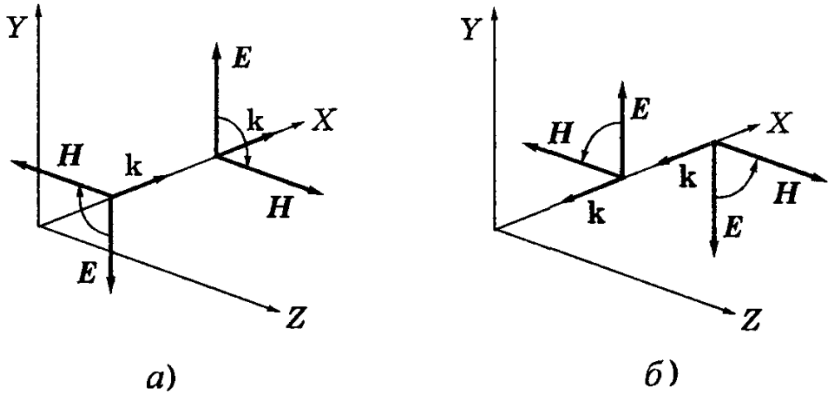


Рис. 1.3

Уравнения волны, распространяющейся в обратном направлении, можно получить из (1.16), если заменить в скобках минусы на плюсы и учесть, что векторы \mathbf{E} , \mathbf{H} , \mathbf{k} должны составлять правую тройку. Это поясняет рис. 1.3, где слева (а) \mathbf{E} и \mathbf{H} меняются в фазе – волна (1.16), а справа \mathbf{E} и \mathbf{H} – в противофазе (во встречной волне). Последнее означает, что перед E_m или H_m должен появиться знак минус. Итак, уравнения встречной волны будут иметь вид:

$$E_y = E_m \cos(\omega t + kx), \quad H_z = -H_m \cos(\omega t + kx). \quad (1.17)$$

В результате суперпозиции этих двух встречных волн, (1.16 и (1.17),

получим

$$E_y = 2E_m \cos kx \cdot \cos \omega t, \quad H_z = 2H_m \sin kx \cdot \sin \omega t. \quad (1.18)$$

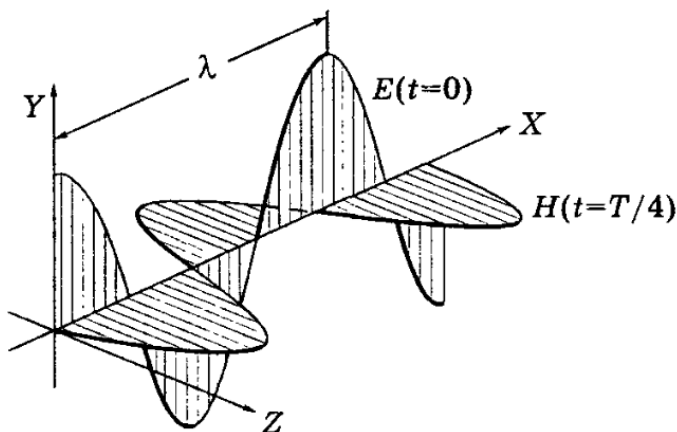


Рис. 1.4

Это и есть уравнения *стоячей электромагнитной волны*. Они состоят из двух стоячих волн – электрической и магнитной. Видно, что в этой волне колебания векторов \mathbf{E} и \mathbf{H} сдвинуты по фазе на $\frac{\pi}{2}$ как в пространстве, так и во времени. Если в некоторый момент \vec{E}_y во всех точках имело максимальное значение и при этом $H_z = 0$, то через четверть периода картина будет обратной: H_z достигнет всюду максимальных значений со сдвигом в пространстве на $\frac{\lambda}{4}$, а E_y обратится в нуль. Таким образом, в процессе колебаний электрическое поле постепенно переходит в магнитное, магнитное – в электрическое и т. д. (рис. 1.4). Поскольку колебания векторов \mathbf{E} и \mathbf{H} происходят не в фазе, соотношение (1.14) оказывается справедливым только для амплитудных значений E_m и H_m стоячей волны:

$$E_m \sqrt{\epsilon \epsilon_0} = H_m \sqrt{\mu \mu_0}. \quad (1.19)$$

1.4 Энергия электромагнитной волны

С электромагнитной волной связан перенос энергии. Плотность потока энергии j можно найти с помощью формулы $j = wv$, как произведение плотности энергии w на скорость волны v (см. [2], гл.1 §1.4).

В обычной изотропной среде с проницаемостями ε и μ плотность энергии электромагнитного поля равна сумме плотностей энергии электрического и магнитного полей:

$$w = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 E^2}{2} + \frac{\mu\mu_0 H^2}{2}. \quad (1.20)$$

В данной среде справедливо соотношение (1.14) между E и H , а это означает, что плотность электрической энергии в бегущей волне равна плотности магнитной энергии. Поэтому (1.20) можно записать так:

$$w = \varepsilon\varepsilon_0 E^2 = \sqrt{\varepsilon\varepsilon_0\mu\mu_0} \cdot EH = \frac{EH}{v}, \quad (1.21)$$

где v – скорость волны (1.7).

Умножив w на v , получим плотность потока энергии:

$$S = wv = EH. \quad (1.22)$$

Векторы \mathbf{E} и \mathbf{H} взаимно ортогональны и образуют с направлением распространения волны правовинтовую систему. Значит, направление вектора $[\mathbf{EH}]$ совпадает с направлением переноса энергии, а модуль этого вектора равен EH . Поэтому вектор плотности потока электромагнитной энергии \mathbf{S} можно представить как

$$\mathbf{S} = [\mathbf{EH}]. \quad (1.23)$$

Вектор \mathbf{S} называют *вектором Пойнтинга*.

В случае бегущей гармонической электромагнитной волны (1.16) плотность энергии, согласно (1.21), равна

$$w = \varepsilon\varepsilon_0 E_m^2 \cos^2(\omega t - kx).$$

Плотность же потока энергии, как следует из (1.22),

$$S = wv = \sqrt{\frac{\varepsilon\varepsilon_0}{\mu\mu_0}} \cdot E_m^2 \cos^2(\omega t - kx), \quad (1.24)$$

где учтено, что скорость v определяется формулой (1.7).

Интенсивность I такой волны равна, по определению, среднему значению плотности потока энергии: $I = \langle S \rangle$. Принимая во внимание,

что при усреднении (1.24) среднее значение квадрата косинуса равно $\frac{1}{2}$, получим

$$I = \sqrt{\frac{\varepsilon\varepsilon_0}{\mu\mu_0}} \cdot \frac{E_m^2}{2}. \quad (1.25)$$

Обратим внимание, что I пропорционально квадрату амплитуды, $I \sim E_m^2$.

Пример. В вакууме распространяется плоская гармоническая линейно поляризованная электромагнитная волна частоты ω . Интенсивность волны равна I . Найдем амплитудное значение плотности тока смещения в этой волне. По определению, плотность тока смещения $j_{\text{см}} = \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}$, где $\mathbf{D} = \varepsilon_0 \mathbf{E}$. Пусть $\mathbf{E} = \mathbf{E}_m \cos(\omega t - kx)$, тогда амплитудное значение плотности тока смещения $j_{\text{см макс}} = \varepsilon_0 \omega E$. Остается найти E_m . Это делается с помощью формулы (1.25):

$$E_m = \sqrt{2I \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}}},$$

и мы получим из предыдущих двух формул, что

$$j_{\text{см макс}} = \omega \sqrt{\frac{2\varepsilon_0 I}{c}},$$

$$\text{где } c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}}.$$

В стоячей электромагнитной волне энергия переходит из чисто электрической, имеющей максимумы в пучностях \mathbf{E} , в магнитную с максимумами в пучностях вектора \mathbf{H} , т. е. смещенным в пространстве на $\frac{\lambda}{4}$. Это аналогично поведению гармонического осциллятора, например математического маятника, где энергия переходит из чисто потенциальной (в крайнем положении) в кинетическую (в положении равновесия), и наоборот.

Отметим, что если волна представляет собой наложение двух бегущих волн со взаимно перпендикулярными плоскостями поляризации (направлением колебаний вектора \mathbf{E}), то ее интенсивность независимо от особенностей этих волн будет равна сумме интенсивностей складываемых волн. Действительно, $\mathbf{E} = \mathbf{E}_1 + \mathbf{E}_2$, а интенсивность $I \sim \langle E^2 \rangle = \langle E_1^2 + 2\mathbf{E}_1 \mathbf{E}_2 + E_2^2 \rangle$. Поскольку $\mathbf{E}_1 \perp \mathbf{E}_2$, скалярное произведение $\mathbf{E}_1 \mathbf{E}_2 = 0$, и мы имеем $I = I_1 + I_2$.

1.5 Импульс электромагнитной волны

Перенос энергии электромагнитной волной сопровождается и переносом импульса. Согласно теории относительности, импульс объекта с нулевой массой покоя, движущегося со скоростью света, $p = \frac{W}{c}$, где W – его энергия (это по – существу верно и для электромагнитной волны как потоку фотонов). Поскольку в случае электромагнитной волны масса покоя "объекта" равна нулю, связь между энергией и импульсом будет такой же:

$$p = \frac{w}{c} \quad (1.26)$$

где p и w – *плотности* импульса и энергии т. е. величины, отнесенные к единице объема. Умножив числитель и знаменатель правой части равенства (1.26) на c , получим в числителе, согласно (1.22), плотность потока энергии (wc), которая в свою очередь равна модулю вектора Пойнтинга. Таким образом, в векторном виде

$$\mathbf{p} = \frac{[\mathbf{E}\mathbf{H}]}{c^2}. \quad (1.27)$$

Если падающая нормально на поверхность некоторого тела электромагнитная волна полностью поглощается этим телом, то единице площади поверхности тела сообщается за промежуток времени dt импульс, заключенный в цилиндре с площадью сечения, равной единице, и высотой cdt , т.е. $dp = \left(\frac{w}{c}\right) cdt$. Но импульс, сообщаемый единице поверхности в единицу времени, $\frac{dp}{dt}$, равен давлению p^* на поверхность тела. Поэтому для поглощающей поверхности давление $p^* = w$, Н/м². В случае гармонической волны эта величина пульсирует с достаточно большой частотой, и практически представляет интерес лишь ее среднее значение по времени:

$$p^* = \langle w \rangle. \quad (1.28)$$

Для идеально отражающей поверхности давление будет в два раза больше.

Рассмотрим более детально механизм передачи импульса телу, т.е. как возникает давление. Электрическое поле волны возбуждает в теле ток плотности $\mathbf{j} = \sigma\mathbf{E}$, а магнитное волны будет действовать на

\mathbf{j} в соответствии с законом Ампера – с силой, объемная плотность которой равна

$$\mathbf{F}_{\text{ед}} = [\mathbf{j}\mathbf{B}] = \sigma[\mathbf{E}\mathbf{B}], \quad (1.29)$$

откуда следует, что сила направлена в сторону распространения волны.

Надо иметь в виду, что электромагнитная волна оказывает давление не только внутри вещества (при условии, что удельная проводимость $\sigma \neq 0$), но и при отражении от поверхности так что

$$p^* = \langle w \rangle (1 + R), \quad (1.30)$$

где R – коэффициент отражения, т. е. отношение интенсивности отраженной волны к интенсивности падающей.

Давление, вычисленное по формуле (1.28), оказывается в обычных условиях очень малым. Например, солнечный свет оказывает давление порядка 10^{-5} Па (атмосферное давление $\approx 10^5$ Па). Измерить такое давление экспериментально очень трудно. Впервые это удалось П.Н. Лебедеву (в 1900 г.). Его измерения дали значение, согласующееся с теорией с точностью до 20%. Позднее эти измерения повторил Герлах (в 1923 г.), достигнув точности до 2%.

Тот факт, что электромагнитное поле обладает импульсом, предписывает при составлении баланса импульсов частиц учитывать и импульс электромагнитного поля. Только при этом с законом сохранения импульса будет все в порядке.

1.6 Эффект Доплера для электромагнитных волн

Рассмотренное в механике (см. [2], §1.6) изменение частоты звуковых сигналов, обусловленное эффектом Доплера, определяется скоростями движения источника и приемника *относительно среды*, являющейся носителем звуковых волн. Для электромагнитных же волн особой среды, которая служила бы их носителем, нет. Поэтому доплеровское смещение частоты электромагнитных волн (сигналов) определяется только скоростью источника *относительно приемника*.

Пусть в K -системе отсчета находится неподвижный приемник P (рис. 1.5). К нему с релятивистской скоростью v приближается S – источник периодических электромагнитных (или световых) сигналов.

В K' -системе отсчета, связанной с источником, сигналы испускаются с частотой ν_0 (собственная частота). Найдем частоту ν , с которой воспринимаются эти сигналы приемником.

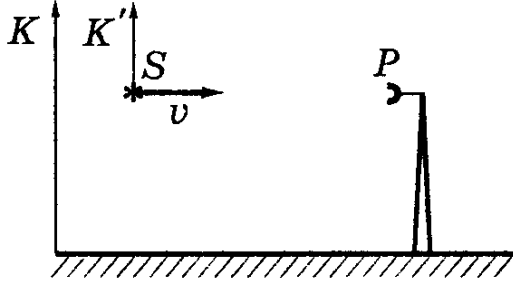


Рис. 1.5

Промежуток времени между двумя последовательными сигналами (импульсами) в K' -системе, связанной с источником, равен $T_0 = \frac{1}{\nu_0}$. Поскольку источник движется со скоростью v , то соответствующий промежуток времени в K -системе, согласно "эффекту замедления хода движущихся часов", будет больше, а именно

$$T = \frac{T_0}{\sqrt{1 - \beta^2}}, \quad \beta = \frac{v}{c}. \quad (1.31)$$

Расстояние между соседними импульсами в K -системе

$$\lambda = cT - vT = \frac{(c - v)T_0}{\sqrt{1 - \beta^2}}. \quad (1.32)$$

Поэтому воспринимаемая приемником частота $\nu = \frac{c}{\lambda}$, или

$$\nu = \nu_0 \cdot \frac{\sqrt{1 - \beta^2}}{1 - \frac{v}{c}} \quad (1.33)$$

Если источник приближается (как в нашем случае), то $\nu > \nu_0$, если же удаляется, то $\nu < \nu_0$ (в этом случае знак перед v меняется на противоположный). Полученная формула (1.33) соответствует *продольному эффекту Доплера*.

Как видно из приведенного вывода, эффект Доплера для электромагнитных волн является следствием двух явлений: замедления хода движущихся часов (корень в числителе последней формулы) и "уплотнения" (или разряжения) импульсов, связанного с изменением расстояния между источником и приемником – это учтено в первом равенстве формулы (1.32).

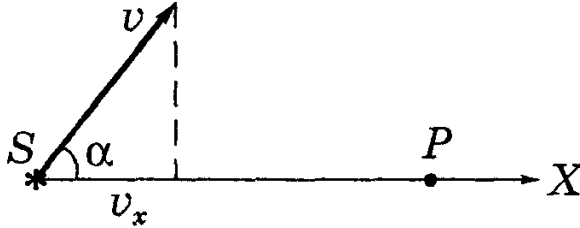


Рис. 1.6

Рассмотрим и более общий случай: в K -системе источник S движется со скоростью \mathbf{v} , составляющей угол α с линией наблюдения (рис.1.6). В этом случае в формуле (1.33) следует заменить v на $v_x = v \cos \alpha$, где v_x – проекция вектора \mathbf{v} на ось X , положительное направление которой взято от S к P . Тогда

$$\nu = \nu_0 \cdot \frac{\sqrt{1 - \beta^2}}{1 - \frac{v_x}{c}}. \quad (1.34)$$

В процессе движения источника S проекция скорости v_x , вообще говоря, меняется, поэтому необходимо учесть *эффект запаздывания*. Воспринимаемая приемником P частота ν в момент t будет обусловлена сигналами, испущенными источником S в предшествующий момент $t' = t - \frac{\ell}{c}$, где ℓ – расстояние от источника S до P в момент t' . Поэтому значение v_x надо брать в момент t' . Итак, частоте $\nu(t)$ соответствует $v_x(t')$.

В отличие от акустического эффекта Доплера, при $\alpha = 90^\circ$ ($v_x = 0$) наблюдается *поперечный эффект Доплера*:

$$\nu = \nu_0 \sqrt{1 - \beta^2}, \quad (1.35)$$

при котором воспринимаемая приемником частота оказывается всегда меньше собственной частоты источника: $\nu < \nu_0$. Поперечный эффект является прямым следствием замедления хода движущихся часов. Этот эффект значительно слабее продольного: он зависит от $\frac{v}{c}$ не в первой степени, а во второй, т. е. является квадратичным относительно $\frac{v}{c}$. Поэтому экспериментально его можно наблюдать, проводя измерения перпендикулярно, например, пучку излучающих атомов, имеющему очень малый угол расходимости (чтобы практически исключить продольный эффект).

В нерелятивистском случае, когда $v \ll c$, вместо (1.31) можно считать, что $T = T_0$, поэтому формула (1.34) не будет содержать корня $\sqrt{1 - \beta^2}$, и тогда воспринимаемая частота

$$\nu = \frac{\nu_0}{\left(1 - \frac{v_x}{c}\right)} \approx \nu_0 \left(1 + \frac{v_x}{c}\right). \quad (1.36)$$

Отсюда относительное изменение частоты $\frac{(\nu - \nu_0)}{\nu_0}$ равно

$$\frac{\Delta\nu}{\nu} = \frac{v_x}{c}. \quad (1.37)$$

При $v_x > 0$ (источник приближается) $\frac{\Delta\nu}{\nu} > 0$, если же $v_x < 0$ (источник удаляется), то $\frac{\Delta\nu}{\nu} < 0$. При $v_x = 0$ и $\frac{\Delta\nu}{\nu} = 0$.

Эффект Доплера нашел многочисленные практические применения. С его помощью определяют, например, скорость излучающих атомов в пучке, угловую скорость вращения Солнца. На эффекте Доплера основаны радиолокационные методы измерения: скорости самолетов, ракет, автомашин и др. Именно этот эффект позволил открыть двойные звезды: (системы, состоящие из двух звезд, движущихся вокруг общего центра масс) — объекты, которые невозможно разрешить даже самыми мощными телескопами. С помощью эффекта Доплера Хаббл (1929 г.) обнаружил явление, названное космологическим красным смещением: линии в спектре излучения внегалактических объектов смещены в сторону больших длин волн, т. е. в красноволновую часть спектра. Оно свидетельствует о том, что внегалактические объекты удаляются от нашей Галактики со скоростями, пропорциональными расстоянию до них.

Рассмотрим в заключение два примера, на применение эффекта Доплера. Но предварительно преобразуем формулу (1.37) от частот

к длинам волн. Частота $\nu = \frac{c}{\lambda}$, отсюда малое приращение частоты: $\Delta\nu = -\left(\frac{c}{\lambda^2}\right)\Delta\lambda$. Подставив обе эти формулы в (1.37), получим

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = -\frac{v_x}{c} = -\frac{v}{c} \cos \alpha, \quad (1.38)$$

где α – угол между скоростью v и направлением наблюдения.

Пример 1. Одна из спектральных линий, испускаемых, возбужденными ионами He^+ в состоянии покоя, имеет длину волны λ . Если эту линию наблюдать под углом α к пучку данных ионов, то обнаруживается ее доплеровское смещение $\Delta\lambda < 0$, причем $|\Delta\lambda| \ll \lambda$. Определим скорость ионов в пучке. Так как $|\Delta\lambda| \ll \lambda$, то это значит, что ионы движутся с нерелятивистской скоростью и справедливо соотношение (1.38). Условие же $\Delta\lambda < 0$ означает согласно (1.38), что $\cos \alpha > 0$, т. е. угол: $\alpha < \frac{\pi}{2}$. Искомая скорость

$$v = \frac{c|\Delta\lambda|}{\lambda \cos \alpha}.$$

Пример 2. При наблюдении спектральной линии $\alpha = 0,51$ мкм в направлениях на противоположные края солнечного диска на его экваторе обнаружили различие в длинах волн на $\delta\lambda = 8,0$ пм. Найдем период T вращения Солнца вокруг собственной оси. Так как данные края диска движутся при вращении Солнца в противоположных направлениях с одинаковой скоростью v , то доплеровское смещение этой линии будет одинаково по модулю, но противоположно по знаку. Поэтому суммарная разность, смещенных длин волн равна удвоенному доплеровскому смещению:

$$\frac{\delta\lambda}{\lambda} = 2\frac{v}{c} = 2\frac{\omega R}{c} = \frac{2}{c} \cdot \frac{2\pi R}{T},$$

где ω – угловая скорость Солнца, R – его радиус ($\pm 7 \cdot 10^8$ м). Отсюда следует, что период вращения Солнца

$$T = \frac{4\pi R\lambda}{c\delta\lambda} = 25 \text{ суток}.$$

1.7 Излучение диполя

Возбуждение электромагнитных волн какой-либо системой называют излучением этих волн, а саму систему – излучающей системой. Поле электромагнитной волны называют полем излучения.

Согласно представлениям классической электродинамики электромагнитные волны в вакууме возбуждаются электрическими зарядами, движущимися с ускорением. Простейшей излучающей системой является осциллирующий электрический диполь, момент p которого изменяется с течением времени, — *элементарный вибратор*.

Если излучающая система электронейтральна, а ее размеры малы по сравнению с длиной λ излучаемых волн, то в точках, отстоящих от системы на расстояниях $r \gg \lambda$ — в так называемой *волновой зоне*, — поле излучения близко к полю излучения осциллятора, имеющего такой же электрический момент, как и вся излучающая система.

Рассмотрим некоторые закономерности излучения линейного гармонического осциллятора — электрического диполя, размер которого $\ell \ll \lambda$, а момент p изменяется во времени по закону

$$\mathbf{p} = \mathbf{p}_m \cos \omega t, \quad (1.39)$$

где \mathbf{p}_m — амплитудное значение \mathbf{p} . Все дальнейшее относится к вакууму, где длина волны λ излучения связана с частотой ω соотношением $\lambda = \frac{2\pi c}{\omega}$.

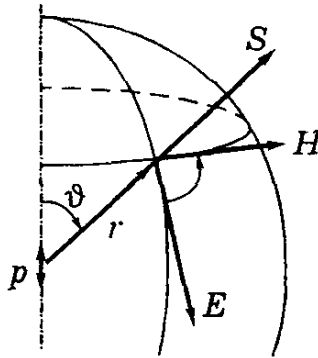


Рис. 1.7

Напомним, электрическое поле постоянного диполя спадает при удалении от него по закону $E \sim \frac{1}{r^3}$. В случае же осциллирующего диполя дело обстоит иначе. В непосредственной близости от диполя картина электромагнитного поля очень сложна. Она сильно упрощается в волновой зоне: быстро спадающее статическое поле практически исчезает и остается только поле излучения от осциллирующих зарядов – расходящаяся сферическая волна с той же частотой, что и у осциллятора. Амплитуда волны (это доказывается в электродинамике) уменьшается с ростом расстояния r от диполя как

$$E_m \sim H_m \sim \frac{1}{r} \sin \vartheta \quad (1.40)$$

где ϑ – угол между осью диполя и радиус-вектором \mathbf{r} точки, где наблюдается поле (рис. 1.7). Из этого рисунка видно, что вектор \mathbf{E} в каждой точке волновой зоны направлен по касательной к меридиану, а вектор \mathbf{H} по касательной к параллели, причем так, что в каждый момент векторы \mathbf{E} и \mathbf{H} составляют правую тройку с вектором Пойнтинга $S = [\mathbf{E}\mathbf{H}]$.

Факт существования электромагнитного поля, амплитуда которого убывает с расстоянием как $\frac{1}{r}$, – поля излучения – весьма важен. Наличие именно такого поля позволяет осуществлять передачи на большие расстояния, видеть звезды.

Интенсивность электромагнитной волны, т.е. среднее значение плотности потока энергии $\langle S \rangle$, пропорционально произведению $\mathbf{E}_m \mathbf{H}_m$, значит, согласно (1.40),

$$I = \langle S \rangle \sim \frac{1}{r^2} \sin^2 \vartheta. \quad (1.41)$$

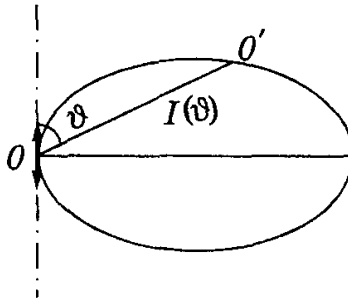


Рис. 1.8

Зависимость $I(\vartheta)$ наглядно изображают с помощью *диаграммы направленности* излучения диполя (рис. 1.8). Здесь длина отрезка OO' , отсекаемого на луче под углом ϑ , дает интенсивность излучения под этим углом. Видно, что максимум излучения происходит в экваториальной плоскости ($\vartheta = \frac{\pi}{2}$), а вдоль оси ($\vartheta = 0$) диполь не излучает совсем – это важный вывод.

Как показывает теория, мощность излучения P диполя, т.е. энергия, излучаемая в единицу времени по всем направлениям, пропорциональна квадрату второй производной дипольного момента по времени и определяется формулой

$$P = \alpha \ddot{\mathbf{p}}^2, \quad (1.42)$$

где $\alpha = \frac{\mu_0}{6\pi c}$ (СИ) или $\frac{2}{c^3}$ (СГС). Зная зависимость \mathbf{p} от t , формула (1.39), получим:

$$P = \alpha \omega^4 p_m^2 \cos^2 \omega t. \quad (1.43)$$

Следовательно, средняя по времени мощность излучения диполя

$$\langle P \rangle = \left(\frac{\alpha}{2} \right) \omega^4 p_m^2. \quad (1.44)$$

Это важный результат: средняя мощность излучения осциллирующего диполя зависит от квадрата его амплитуды и очень сильно от частоты (как ω^4). Отсюда следует, что, например, радиостанции должны использовать высокие частоты, а излучение линий передач переменного тока промышленной частоты оказывается незначительным. Формула (1.42) справедлива также для излучения заряда q , движущегося ускоренно. В самом деле, дипольный момент можно представить так: $\mathbf{p} = q\mathbf{l} = q(\mathbf{r}_+ - \mathbf{r}_-)$, где \mathbf{r}_+ и \mathbf{r}_- – радиусы-векторы зарядов q и $-q$. Отсюда

$$p = q(r_+ - r_-) = q(a_+ - a_-), \quad (1.45)$$

и если заряд, например q , покоится, а движется только заряд $-q$, то

$$p = -qa_- . \quad (1.46)$$

После подстановки этого выражения в формулу (1.42) найдем:

$$\boxed{P_t = \alpha H a_t^2 .} \quad (1.47)$$

где α — тот же коэффициент, что и в формуле (1.42).

Это знаменитая формула для мощности излучения заряда, движущегося с ускорением. Индексы t и t' показывают, что мощность P в момент t определяется ускорением заряда, которое он имеет в более ранний момент $t' = t - \frac{l}{c}$ (эффект запаздывания). И еще, формула (1.47), как следует из теории, справедлива лишь для зарядов, движущихся с малыми скоростями ($v \ll c$).

В качестве примера можно привести заряженные частицы, движущиеся в циклических ускорителях (бетатроне, циклотроне и др.). Здесь обнаруживается естественный предел для энергии ускоряемой частицы, когда энергия, сообщаемая частице за период, становится равной энергии излучения.

Другой пример — излучение электрона в атоме. По классическим представлениям электрон в атоме совершает колебания, т.е. движется с ускорением и, значит, излучает. Расчет показывает, что время τ , за которое амплитуда колебаний электрона уменьшается в e раз, порядка 10^{-8} с. Это время называют средним временем жизни возбужденного атома, или временем излучения. Точный (квантовый) расчет приводит практически к тому же значению этого времени.

Следует обратить внимание на то, что заряд, колеблющийся с частотой ω , излучает монохроматическую электромагнитную волну с той же частотой ω . Если же заряд движется с произвольным ускорением, то его излучение представляет собой спектр различных частот.

И последнее, заряд, движущийся в вакууме с постоянной скоростью, не излучает. В этом легко убедиться и непосредственно. Достаточно перейти в систему отсчета, где заряд покоится (а такой заряд не излучает) и затем воспользоваться принципом относительности: если этого явления (излучения) нет в одной системе отсчета, его нет и в других, по отношению к которым заряд движется*.

*Это относится только к движению в вакууме. Если же заряд движется с постоянной скоростью в среде, то в случае, когда его скорость превышает фазовую скорость электромагнитных волн в этой среде, наблюдается *излучение Вавилова-Черепкова* (см. [2], Приложение).

1.8 Свойства плоских электромагнитных волн

Запишем первое волновое уравнение системы (1.6) для волны распространяющейся в вакууме при ($\mathbf{j} = 0$) и ($\rho = 0$) в виде

$$\nabla^2 \mathbf{E} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} = 0 \quad (1.48)$$

где c – скорость света в вакууме, определяемая выражением (1.8). Большую роль в физике играет волновое уравнение. Для скалярной функции Φ оно имеет вид

$$\nabla^2 \Phi - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} = 0. \quad (1.49)$$

Найдем общее решение этого уравнения для случая, когда Φ зависит только от одной из декартовых координат, например x , т.е. $\Phi = \Phi(x, t)$.

1.9 Плоские волны

Большую роль в физике играет волновое уравнение. Для скалярной функции Φ оно имеет вид

$$\nabla^2 \Phi - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} = 0. \quad (1.50)$$

Найдем общее решение этого уравнения для случая, когда Φ зависит только от одной из декартовых координат, например x , т.е. $\Phi = \Phi(x, t)$. Это означает, что Φ имеет постоянное значение в точках плоскости, перпендикулярной оси X . В этом случае уравнение (1.50) принимает вид

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} = 0. \quad (1.51)$$

Используя независимые переменные

$$\xi = x - ct, \quad \eta = x + ct \quad (1.52)$$

получаем

$$\frac{\partial \Phi}{\partial x} = \frac{\partial \Phi}{\partial \xi} \frac{\partial \xi}{\partial x} + \frac{\partial \Phi}{\partial \eta} \frac{\partial \eta}{\partial x} = \frac{\partial \Phi}{\partial \xi} + \frac{\partial \Phi}{\partial \eta}, \quad (1.53)$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} = \frac{\partial \Phi}{\partial \xi} \frac{\partial \xi}{\partial t} + \frac{\partial \Phi}{\partial \eta} \frac{\partial \eta}{\partial t} = -c \frac{\partial \Phi}{\partial \xi} + c \frac{\partial \Phi}{\partial \eta}. \quad (1.54)$$

Разделив обе части уравнения (1.54) на c и вычитая их почленно из левых и правых частей уравнения (1.44), находим

$$\frac{\partial}{\partial x} - \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} = 2 \frac{\partial}{\partial \xi}. \quad (1.55)$$

Аналогично, почленное сложение правых и левых частей тех же уравнений дает

$$\frac{\partial}{\partial x} + \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} = 2 \frac{\partial}{\partial \eta}. \quad (1.56)$$

Тогда

$$\left(\frac{\partial}{\partial x} - \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} \right) \left(\frac{\partial}{\partial x} + \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} \right) = \frac{\partial^2}{\partial x^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2}. \quad (1.57)$$

С учетом (1.55) и (1.56) преобразуем уравнение (1.42) к виду

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} = 4 \frac{\partial}{\partial \xi} \frac{\partial}{\partial \eta} \Phi = 0. \quad (1.58)$$

Интегрируя (1.58) по ξ , получаем независимую от ξ функцию, которая в данном случае может зависеть только от η , т.е. является произвольной функцией $\Psi(\eta)$. После этого уравнение (1.58) принимает вид

$$\frac{\partial \Phi}{\partial \eta} = \Psi(\eta). \quad (1.59)$$

Интегрируя (1.59) по η , получаем

$$\Phi = \int \Psi d\eta = \Phi_1(\eta) + \Phi_2(\xi), \quad (1.60)$$

где $\Phi_1(\eta)$ – первообразная функция в интеграле от $\Psi(\eta)$ по $d\eta$, $\Phi_2(\xi)$ – постоянная интегрирования. Как видно по ходу решения, функции Φ_1 и Φ_2 произвольны. С учетом (1.43) общее решение (1.60) уравнения (1.42) может быть записано в виде

$$\boxed{\Phi(x, t) = \Phi_1(x + ct) + \Phi_2(x - ct)}. \quad (1.61)$$

Выясним физический смысл этого решения. Сначала проанализируем решение

$$\Phi = \Phi_2(x - ct). \quad (1.62)$$

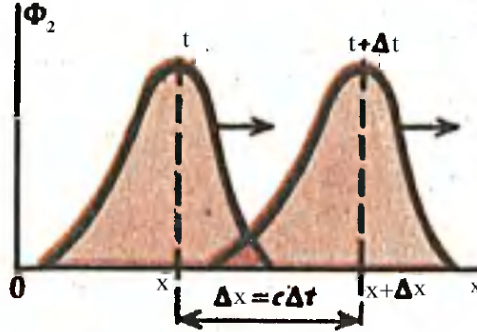


Рис. 1.9. Волна движется в направлении положительных значений x :
 $\Phi = \Phi_2(x - ct)$.

График Φ_2 как функции от x в моменты времени t и $t + \Delta t$ изображен на рис. 1.9. Видно, что значение аргумента функции в точке x в момент t совпадает со значением аргумента функции в точке $x + \Delta x$ в момент $t + \Delta t$, если $\Delta x = c\Delta t$, поскольку

$$x - ct = x + \Delta x - c(t + \Delta t) \quad (\Delta x = c\Delta t). \quad (1.63)$$

Поэтому график функции для $t + \Delta t$ получается из графика для t смещением всех точек кривой в направлении положительных значений оси X на $\Delta x = c\Delta t$. Следовательно, скорость волны равна $v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = c$. Функция $\Phi_2(x - ct)$ описывает волну произвольной формы, движущуюся со скоростью c в направлении положительных значений оси X . В процессе движения значение Φ_2 в каждой точке волны и форма волны не изменяются.

Физический смысл Φ_1 , т.е. решения

$$\Phi = \Phi_1(x + ct), \quad (1.64)$$

выясняется аналогично. Учитывая, что

$$x + ct = x + \Delta x + c(t + \Delta t) \quad (\Delta x = -c\Delta t), \quad (1.65)$$

закключаем, что функция $\Phi_1(x + ct)$ описывает волну произвольной формы, движущуюся со скоростью c в направлении отрицательных значений оси X (рис. 1.10). Значение Φ_1 в каждой точке волны и форма волны в процессе движения не изменяются.

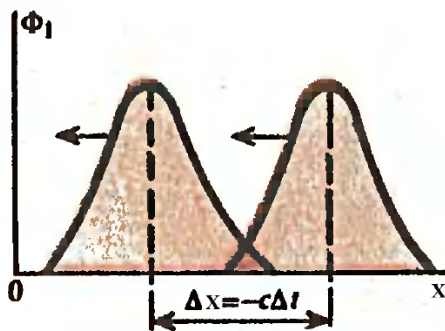


Рис. 1.10. Волна движется в направлении отрицательных значений x :
 $\Phi = \Phi_1(x + ct)$.

Волна, описываемая формулой (1.61), является суперпозицией двух волн, движущихся в противоположных направлениях. В этом случае уже нельзя говорить о скорости или направлении волны. В простейшем случае получается стоячая волна, а в общем случае — сложное электромагнитное поле, которое требует специального изучения.

Значение функции Φ для фиксированных x и t является постоянным на плоскости, перпендикулярной оси X . Поэтому такие волны называются плоскими.

Волновой вектор. Чтобы освободиться от использования системы координат запишем (1.15) с помощью векторных обозначений, полагая $E(\vec{x}, t) = \Phi(\vec{r}, t)$. Пусть вектор \vec{k} равен по модулю волновому числу и направлен параллельно оси X в сторону положительных значений (рис. 1.1). Такой вектор называется волновым. Принимая во внимание, что $\vec{k} \cdot \vec{r} = kx$, запишем для произвольной точки, характеризуемой радиусом-вектором \vec{r} , выражение

$$\Phi(\vec{r}, t) = A \cos(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r}). \quad (1.66)$$

Эта формула не зависит от системы координат и характеризует плоскую волну, распространяющуюся в направлении вектора \vec{k} .

Аналогичное выражение для волны можно также написать с использованием синуса:

$$\Phi'(\vec{r}, t) = A' \sin(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r}), \quad (1.67)$$

которое при подходящем выборе начала отсчета времени может быть сведено к предыдущему, поскольку $\sin(\alpha + \frac{\pi}{2}) = -\cos \alpha$.

Представление плоской волны в комплексной форме. Принимая во внимание формулу Эйлера

$$e^{i\alpha} = \cos \alpha + i \sin \alpha, \quad (1.68)$$

представим выражения (1.66) и (1.67) формулами

$$\Phi(\vec{r}, t) = A \operatorname{Re}[e^{-i(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r})}], \quad (1.69)$$

$$\Phi'(\vec{r}, t) = -A' \operatorname{Im}[e^{-i(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r})}], \quad (1.70)$$

где Re и Im — вещественная и мнимая части комплексного числа. В расчетах удобно пользоваться комплексным представлением плоской волны в виде

$$\Phi(\vec{r}, t) = A e^{-i(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r})}, \quad (1.71)$$

обозначая комплексную величину тем же символом, что и действительную. Это упрощает написание формул и не приводит к путанице. В тех случаях, когда путаница все же возможна, будем в явном виде указывать, о каком представлении идет речь.

Величина A в (1.71) может быть как действительной, так и комплексной или мнимой. Учитывая, что в общем случае

$$A = |A| e^{i\varphi}, \quad \operatorname{tg} \varphi = \frac{\operatorname{Im} A}{\operatorname{Re} A},$$

запишем выражение (1.71) в виде

$$\Phi(\vec{r}, t) = |A| e^{-i(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r} - \varphi)}, \quad (1.72)$$

где $|A|$ — амплитуда плоской волны. Поэтому и в (1.72) $|A|$ — амплитуда плоской волны, а $(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r} - \varphi)$ — фаза.

Будем искать решение уравнений Максвелла (1.2) и (1.3) в виде

$$\mathbf{E}(\vec{r}, t) = \mathbf{E}_0 e^{-i(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r})}, \quad \mathbf{B}(\vec{r}, t) = \mathbf{B}_0 e^{-i(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r})}, \quad (1.73)$$

где \mathbf{E}_0 и \mathbf{B}_0 — постоянные векторы, не зависящие от координат и времени. Компоненты этих векторов могут быть комплексными.

Подставляя выражения (1.73) в уравнения (1.2) и (1.3) и учитывая, что

$$\nabla e^{i\vec{k} \cdot \vec{r}} = i\vec{k} e^{i\vec{k} \cdot \vec{r}}, \quad \frac{\partial}{\partial t} e^{-i\omega t} = -i\omega e^{-i\omega t}, \quad (1.74)$$

получаем следующие соотношения:

$$-\vec{k} \times \mathbf{B} = \omega \mu_0 \varepsilon_0 \mathbf{E}, \quad \vec{k} \times \mathbf{E} = \omega \mathbf{B}, \quad (1.75)$$

$$\vec{k} \cdot \mathbf{B} = 0, \quad \vec{k} \cdot \mathbf{E} = 0. \quad (1.76)$$

Из соотношений (1.76) следует, что векторы \mathbf{E} и \mathbf{B} плоской волны перпендикулярны вектору \vec{k} , т.е. направлению распространения. Это означает, что электромагнитная волна является поперечной. Соотношения (1.75) показывают, что векторы \mathbf{E} и \mathbf{B} взаимно перпендикулярны. Таким образом, \mathbf{E} , \mathbf{B} и \mathbf{k} составляют тройку взаимно перпендикулярных векторов.

Поперечность световых колебаний была открыта в 1817 г. Т. Юнгом (1773–1829). С помощью этого представления он объяснил отсутствие интерференции лучей света, поляризованных во взаимно перпендикулярных плоскостях, обнаруженное в 1816 г. экспериментально в совместной работе Д.Ф. Араго (1786–1853) и О.Ж. Френеля (1788–1827).

Взяв от обеих частей второго уравнения (1.75) модули $|\mathbf{k} \times \mathbf{E}| = \omega |\mathbf{B}|$ и учитывая, что $|\mathbf{k} \times \mathbf{E}| = |\mathbf{k}| |\mathbf{E}|$, $|\mathbf{k}| = k = \frac{\omega}{c}$, найдем следующее соотношение между напряженностью электрического поля и магнитной индукцией плоской волны в вакууме:

$$\boxed{\mathbf{E} = c\mathbf{B}}. \quad (1.77)$$

Поскольку $\mathbf{k}, \omega, \mu_0, \varepsilon_0$ в (1.75) — вещественные величины, из (1.73) заключаем, что \mathbf{E} и \mathbf{B} в плоской волне изменяются в одинаковой фазе, т.е. одновременно достигают максимальных и нулевых значений (рис. 1.2).

1.10 Электромагнитная волна на границе двух диэлектриков

Путь плоская электромагнитная волна (1.73) падает на плоскую, бесконечно простирающуюся границу раздела двух однородных изотропных прозрачных диэлектриков. Так как для всех прозрачных в видимой области тел $\mu \approx 1$, то имеем $n = \sqrt{\epsilon\mu} = \sqrt{\epsilon}$.

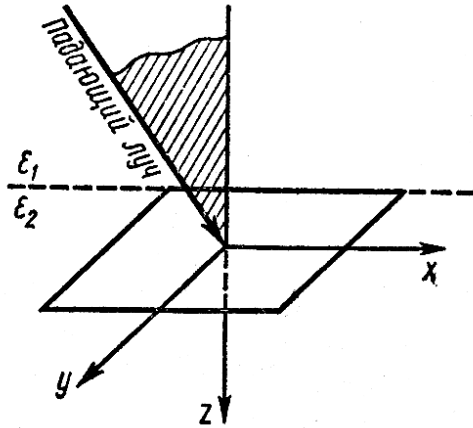


Рис. 1.11

Направим ось OZ перпендикулярно плоскости раздела по направлению ко второй среде. Ось OY проведем перпендикулярно падающему лучу и в направлении к наблюдателю (рис. 1.11) вдоль границы раздела двух сред с диэлектрическими проницаемостями ϵ_1 и ϵ_2 . Согласно граничным условиям, тангенциальные компоненты электрического и магнитного векторов остаются постоянными во всех точках границы раздела для любого момента времени, т.е.

$$\left. \begin{aligned} E_{1\tau} &= E_{2\tau}, \\ H_{1\tau} &= H_{2\tau}. \end{aligned} \right\} \quad (1.78)$$

Из условия (1.78) вытекает наличие поля во второй среде, если на плоскость раздела из первой среды падает электромагнитная волна. Удовлетворить двум условиям, предполагая наличие только одной

плоской волны, невозможно, так как равенства

$$\left. \begin{aligned} H_{1\tau} &= \sqrt{\varepsilon_1} E_{1\tau}, \\ H_{2\tau} &= \sqrt{\varepsilon_2} E_{2\tau} \end{aligned} \right\} \quad (1.79)$$

одновременно можно удовлетворить только при $\varepsilon_1 = \varepsilon_2$, что тривиально. Поэтому для решения задачи нужно предположить существование кроме падающей плоской волны еще, по крайней мере, двух плоских волн – отраженной и преломленной. Определим направление распространения падающей волны с помощью волнового вектора \vec{k} , отраженной волны с помощью вектора \vec{k}' и, наконец, преломленной волны с помощью вектора \vec{k}'' . Учитывая это, для электрических векторов соответствующих волн имеем:

$$\left. \begin{aligned} \vec{E} &= \vec{E}_0 e^{i(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r})}, \\ \vec{E}' &= \vec{E}'_0 e^{i(\omega' t - \vec{k}' \cdot \vec{r})}, \\ \vec{E}'' &= \vec{E}''_0 e^{i(\omega'' t - \vec{k}'' \cdot \vec{r})}. \end{aligned} \right\} \quad (1.80)$$

Учитывая (1.80) в (1.78), получим

$$E_{0\tau} e^{i(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r})} + E'_{0\tau} e^{i(\omega' t - \vec{k}' \cdot \vec{r})} = E''_{0\tau} e^{i(\omega'' t - \vec{k}'' \cdot \vec{r})}. \quad (1.81)$$

Легко доказать, что условие (1.81) удовлетворяется при любом t и в любых точках плоскости раздела, если

$$\left. \begin{aligned} \omega &= \omega' = \omega'', \\ k_x &= k'_x = k''_x, \\ k_y &= k'_y = k''_y. \end{aligned} \right\} \quad (1.82)$$

Для доказательства (1.82) граничное условие (1.81) перепишем в следующем виде:

$$Ae^{i\omega t} + Be^{i\omega' t} = Ce^{i\omega'' t}, \quad (1.83)$$

где A , B и C – величины, не зависящие от t .

Продифференцируем (1.83) по времени:

$$i\omega A e^{i\omega t} + i\omega' B e^{i\omega' t} = i\omega'' C e^{i\omega'' t}. \quad (1.84)$$

Отсюда

$$\frac{1}{\omega''} (\omega A e^{i\omega t} + \omega' B e^{i\omega' t}) = C e^{i\omega'' t}. \quad (1.85)$$

Сравнивая (1.83) и (1.85), получим

$$A(\omega'' - \omega)e^{i\omega t} = (\omega' - \omega'')Be^{i\omega' t}. \quad (1.86)$$

Это равенство удовлетворится при любом t , если $\omega = \omega'$. Аналогичным образом, определяя из уравнений (1.83) и (1.85) выражения для $Be^{i\omega' t}$ и приравняв их, получим $\omega = \omega''$, что и требовалось доказать. Доказательство равенства компонент волновых чисел принципиально ничем не отличается от вышеприведенного (вместо дифференцирования по времени проведем дифференцирование по координатам x и y).

Вывод законов отражения и преломления. Если волновой вектор падающей волны лежит в плоскости xz , то $k_y = 0$ и, следовательно, $k'_y = k''_y$, т. е. волновые векторы всех трех волн лежат в одной плоскости, которая, как принято, называется плоскостью падения на (рис. 1.11) эта плоскость заштрихована.

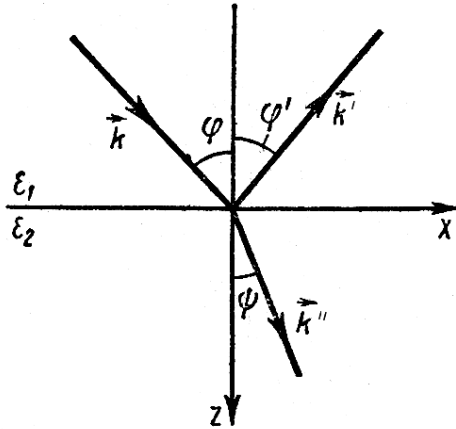


Рис. 1.12

Если ввести углы падения φ , отражения φ' и преломления ψ , то, как следует из (рис. 1.12),

$$\left. \begin{aligned} k_x &= k \sin \varphi, \\ k'_x &= k' \sin \varphi', \\ k''_x &= k'' \sin \psi. \end{aligned} \right\} \quad (1.87)$$

Если принять во внимание, что $|\vec{k}| = \frac{\omega}{v}$, то имеем:

$$\left. \begin{aligned} k &= \frac{\omega}{v_1}, \\ k' &= \frac{\omega}{v_1}, \\ k'' &= \frac{\omega}{v_2}, \end{aligned} \right\} \quad (1.88)$$

где v_1 и v_2 – скорости распространения света соответственно в первой и во второй средах.

Из (1.82) – (1.88) имеем

$$\frac{\sin \varphi}{v_1} = \frac{\sin \varphi'}{v_1} = \frac{\sin \psi}{v_2}. \quad (1.89)$$

Отсюда $\varphi = \varphi'$ и

$$\frac{\sin \varphi}{\sin \psi} = \frac{v_1}{v_2} = \sqrt{\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}} = \frac{n_2}{n_1} = n_{21}. \quad (1.90)$$

Как известно, (1.89) и (1.90) есть законы отражения и преломления света. Следовательно, предположение трех плоских монохроматических волн, а также учет граничного условия дают возможность вывести известные из опытных данных законы отражения и преломления света, прийти к выводу о равенстве фаз и частот всех трех электромагнитных волн на границе раздела*.

Формулы Френеля. Определим теперь распределение интенсивности света между отраженными и преломленными световыми волнами. С этой целью удобно разложить вектор напряженности электрического поля (световой вектор) у всех трех волн на два взаимно перпендикулярных вектора – один в плоскости падения, другой –

* Такое заключение верно, если падающее световое поле слабое. Соответствующие исследования показали, что при больших интенсивностях излучения, падающего на границу раздела двух сред, возникают новые явления, в результате чего в составе отраженного света встречаются лучи, направленные под углом, отличным от угла падения. Это объясняется возникновением в составе отраженного света излучения удвоенной частоты (так называемая вторая гармоника), направление отражения которого не совпадает с направлением, определяемым законом отражения.

перпендикулярно этой плоскости:

$$\left. \begin{aligned} \vec{E} &= \vec{E}_p + \vec{E}_s, \\ \vec{E}' &= \vec{E}'_p + \vec{E}'_s, \\ \vec{E}'' &= \vec{E}''_p + \vec{E}''_s, \end{aligned} \right\} \quad (1.91)$$

где индексы p и s относятся соответственно к компонентам, лежащим в плоскости падения и перпендикулярным ей. Это равносильно тому, что задачу (случай, когда падающий свет естественный) сводим к двум задачам: 1) электрический вектор лежит в плоскости падения; 2) электрический вектор перпендикулярен плоскости падения. Подобное разложение электрического вектора на две компоненты позволяет определить интенсивности отраженного и преломленного лучей, исходя из законов изменения каждой из этих компонент.

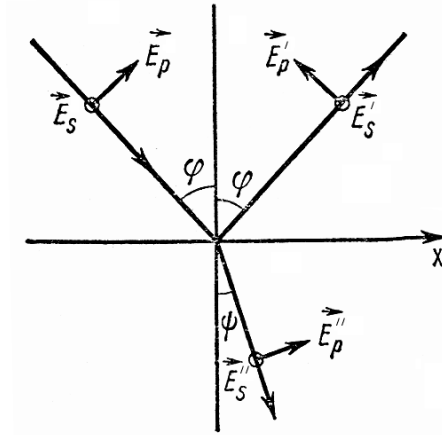


Рис. 1.13

Как следует из (рис. 1.13),

$$\left. \begin{aligned} E_x &= E_p \cos \varphi; & E'_x &= -E'_p \cos \varphi; \\ E_y &= E_s; & E'_y &= E'_s; \\ E_z &= -E_p \sin \varphi; & E'_z &= -E'_p \sin \varphi; \end{aligned} \right\} \quad (1.92)$$

Кружочками на рисунке обозначены компоненты, перпендикулярные плоскости чертежа. За положительные направления условно выбра-

ны соответственно направление стрелки на рисунке для p и направление от наблюдателя за чертеж для s компонент. Это означает, что компоненты E_s , E'_s и E''_s совпадают по фазе, если они имеют одинаковые знаки, и противоположны по фазе, если знаки различны. То же самое относится и к компонентам E_p и E''_p . Однако для E_p и E'_p имеет место обратное, т. е. они совпадают по фазе в том случае, если их знаки различны, и противоположны по фазе, если знаки их одинаковы.

Чтобы определить отношение амплитуд падающей и отраженной волн, напишем граничные условия (1.78) и (1.79): $E_x + E'_x = E''_x$; $E_y + E'_y = E''_y$; $H_x + H'_x = H''_x$; $H_y + H'_y = H''_y$. Следовательно,

$$\left. \begin{aligned} (E_p - E'_p) \cos \varphi &= E''_p \cos \psi, \\ E_s + E'_s &= E''_s, \\ \sqrt{\varepsilon_1}(E_s - E'_s) \cos \varphi &= \sqrt{\varepsilon_2}E''_s \cos \psi, \\ \sqrt{\varepsilon_1}(E_p + E'_p) &= \sqrt{\varepsilon_2}E''_p. \end{aligned} \right\} \quad (1.93)$$

Амплитуды падающей волны E_p и E_s считаются заданными. Решая систему уравнений (1.93) относительно четырех неизвестных E'_p , E'_s , E''_p , E''_s , имеем:

$$\left. \begin{aligned} E'_p &= E_p \cdot \frac{\operatorname{tg}(\varphi - \psi)}{\operatorname{tg}(\varphi + \psi)}; & E''_p &= E_p \cdot \frac{2 \sin \psi \cos \varphi}{\sin(\varphi + \psi) \cos(\varphi - \psi)}; \\ E'_s &= -E_s \cdot \frac{\sin(\varphi - \psi)}{\sin(\varphi + \psi)}; & E''_s &= E_s \cdot \frac{2 \sin \psi \cos \varphi}{\sin(\varphi + \psi)}. \end{aligned} \right\} \quad (1.94)$$

Эти формулы называются формулами Френеля. Впервые они были выведены Френелем в 1823 г. на основе его теории, согласно которой свет представляет собой колебание упругой среды – эфира. Свободный от противоречий вывод формул Френеля, как мы видели выше, основан на электромагнитной теории света, где световые колебания отождествляются с колебаниями электрического вектора. Если обратить внимание на тот факт, что действия света в основном обусловлены электрическим (световым) вектором, то подобное отождествление можно считать законным.

Как следует из (1.94), при $\varphi + \psi = \frac{\pi}{2}$, т.е. при $\operatorname{tg}(\varphi + \psi) = \infty$, $E'_p = 0$, $E'_s \neq 0$. Это означает, что если лучи, отраженный и преломленный, взаимно перпендикулярны, то в отраженной волне колебание электрического вектора происходит только в одном направлении

– в направлении, перпендикулярном плоскости падения. Такой луч, как мы уже знаем называется линейно – или плоскополяризованным. Угол падения естественного света, при котором отраженный луч плоскополяризован, называется углом Брюстера.

2 Световая волна

Шкала электромагнитных волн. В этом разделе будет рассмотрен круг явлений, в основе которых лежит волновая природа света. Различают несколько видов электромагнитных волн: радиоволны, оптический диапазон, рентгеновское и гамма-излучения. В дальнейшем нас будет интересовать главным образом оптический диапазон длин волн. Его подразделяют на

| | |
|--------------------------------------|---|
| инфракрасное излучение | $\lambda = 1 \text{ мм} \div 0,76 \text{ мкм},$ |
| видимое излучение (свет) | $\lambda = 0,76 \div 0,40 \text{ мкм},$ |
| ультрафиолетовое излучение | $\lambda = 0,40 \div 0,01 \text{ мкм}.$ |

Соответствующие длины волн указаны в вакууме.

2.1 Кривая видности

В видимом диапазоне действие света на глаз (световое ощущение) весьма сильно зависит от длины волны. Чувствительность среднего нормального человеческого глаза к свету разной длины волны характеризуют кривой видности (более точное название – кривая относительной спектральной чувствительности). Ее график показан на рис. 1.14, где V_λ – относительная спектральная чувствительность. Наиболее чувствителен глаз к свету с длиной волны 555 нм (зеленая часть спектра). Для этой длины волны принято $V_\lambda = 1$.

При одинаковом потоке энергии оцениваемая зрительно интенсивность света других длин волн оказывается меньшей. Вне интервала видимых длин волн $V_\lambda = 0$.

Для характеристики интенсивности света с учетом его способности вызывать зрительное ощущение (что определяет функция V_λ) вводят понятие светового потока Φ . Для длины волны λ световой поток

$$\Phi = V_\lambda \Phi_\lambda, \quad (2.95)$$

где Φ_{λ} – соответствующий поток энергии. Размерность светового потока совпадает с размерностью потока энергии (Вт).

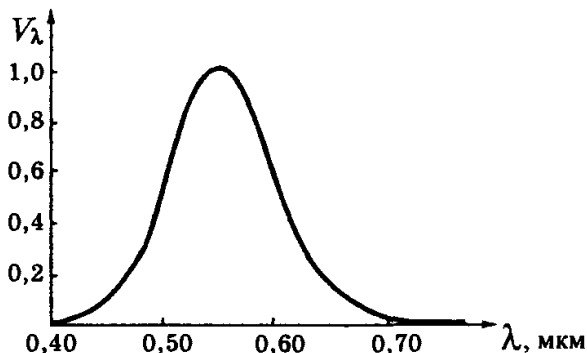


Рис. 1.14

2.2 Показатель преломления

Электромагнитная волна характеризуется векторами \mathbf{E} и \mathbf{H} . Поскольку практически все действия света связаны с вектором \mathbf{E} , принято говорить о *световом векторе*, имея в виду вектор \mathbf{E} .

Модуль амплитуды светового вектора мы будем обозначать буквой A , а иногда E_m .

Показатель преломления n некоторой среды определяют как

$$n = \frac{c}{v}, \quad (2.96)$$

где c – скорость света в вакууме, v – фазовая скорость в данной среде. Сопоставление с формулой (1.7)* дает:

$$n = \sqrt{\varepsilon}, \quad (2.98)$$

что справедливо для подавляющего большинства прозрачных веществ, у которых $\mu = 1$.

*

$$v = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon\mu}}. \quad (2.97)$$

Последняя формула связывает оптические свойства вещества с его электрическими свойствами. Заметим, что ε зависит от частоты электромагнитной волны. Этим объясняется дисперсия света, т. е. зависимость n (или v) от частоты (или длины волны).

Показатель преломления n характеризует оптическую плотность среды. Среду с большим показателем преломления называют оптически более плотной.

В веществе длина волны $\lambda' = \frac{v}{\nu} = \frac{c}{n\nu} = \frac{\lambda}{n}$, Таким образом, длина волны света в среде с показателем преломления n равна

$$\lambda' = \frac{\lambda}{n}. \quad (2.99)$$

2.3 Интенсивность волны

Световую волну характеризуют интенсивностью I – это модуль среднего по времени значения плотности потока энергии. Плотность потока электромагнитной энергии определяется, как мы уже знаем, вектором Пойнтинга S как

$$I = \langle S \rangle \sim E_m \cdot H_m. \quad (2.100)$$

Согласно (1.14), $H_m \sim \sqrt{\varepsilon} E_m = n E_m$, поэтому формулу (2.100) можно записать так:

$$I \sim n E_m^2 = n A^2. \quad (2.101)$$

Линии, ортогональные волновым поверхностям, называют *лучами*. Вектор Пойнтинга направлен в каждой точке по касательной к лучу. Это, однако, относится только к изотропным средам.

2.4 Виды световых волн

Световые волны являются электромагнитными, поэтому они поперечны. Однако обычно они не обнаруживают асимметрии относительно направления распространения. Это связано с тем, что в свете, испускаемом обычными источниками – этот свет называют естественным – колебания светового вектора происходят поочередно в самых разных направлениях, перпендикулярных направлению распространения.

По классическим представлениям излучение светящегося тела (газа) складывается из волн, испускаемых его атомами. Излучение отдельного атома продолжается порядка $10^{-8}c$ и представляет собой, как говорят, *цуг волн* протяженностью в среднем порядка 3 м . Излучив, атом через некоторое время, придя в возбужденное состояние, излучает опять и т. д. Одновременно излучает множество атомов. Порожденные ими цуги волн, налагаясь друг на друга, образуют испускаемую телом световую волну. Направления колебаний для каждого цуга ориентированы случайным образом. Поэтому в результирующей световой волне колебания светового вектора происходят в разных направлениях с равной вероятностью. Это надо понимать так, что при прохождении световой волны через некоторую точку колебания светового вектора быстро и беспорядочно сменяют друг друга.

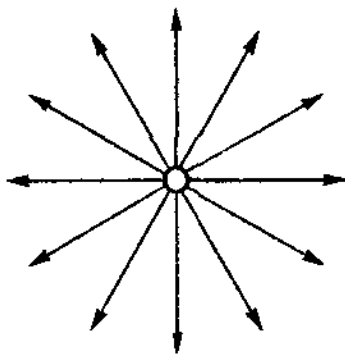


Рис. 1.15

Но в пределах некоторого времени мы имеем дело со световым вектором, направление колебаний которого сохраняется, затем направление колебаний меняется на другое и т. д. При этом модуль светового вектора остается неизменным. Условно это изображают как на рис. 1.15 где направление распространения волны перпендикулярно плоскости рисунка.

Свет, в котором направление колебаний светового вектора упорядочено каким-либо образом, называют *поляризованным*. Если колебания светового вектора происходят только в одной плоскости, свет называют *плоско-* (или *линейно-*) *поляризованным*.

Если конец светового вектора описывает эллипс, то такой свет называют *эллиптически-поляризованным* (в частности, поляризованным по кругу).

Создание принципиально нового источника света – *лазера* – позволило получить плоско-поляризованный свет с высокой степенью монохроматичности. Использование такого источника света сильно упростило экспериментальное решение многих вопросов, связанных с интерференцией, дифракцией и др.

3 Электромагнитная волна на границе раздела

3.1 Соотношения между амплитудами и фазами

Выясним, что происходит при падении плоской электромагнитной волны на границу раздела двух однородных изотропных прозрачных диэлектриков, магнитная проницаемость которых равна единице ($\mu = 1$). Известно, что при этом возникают отраженная и преломленная волны. Ограничимся рассмотрением частного, но практически важного случая, когда волна падает *нормально* на границу раздела диэлектриков с показателями преломления n_1 и n_2 .

Обозначим электрическую составляющую в падающей, отраженной и преломленной волнах соответственно через \mathbf{E} , \mathbf{E}' и \mathbf{E}'' , а магнитную составляющую – через \mathbf{H} , \mathbf{H}' и \mathbf{H}'' . Из соображений симметрии ясно, что колебания векторов \mathbf{E} , \mathbf{E}' и \mathbf{E}'' происходят в одной плоскости. Это же относится и к векторам \mathbf{H} , \mathbf{H}' и \mathbf{H}'' . На рис. 1.16 показаны относительное расположение этих векторов в непосредственной близости от границы раздела и направления распространения всех трех волн, обозначенные векторами \mathbf{k} , \mathbf{k}' и \mathbf{k}'' . Дальнейший расчет покажет, насколько эта картина соответствует действительности.

Воспользуемся граничными условиями для тангенциальных составляющих векторов \mathbf{E} и \mathbf{H} :

$$E_{1y} = E_{2y}, \quad H_{1z} = H_{2z}. \quad (3.102)$$

Перепишем эти условия для нашего случая:

$$E_y + E'_y = E''_y \quad (3.103)$$

$$H_z + H'_z = H''_z \quad (3.104)$$

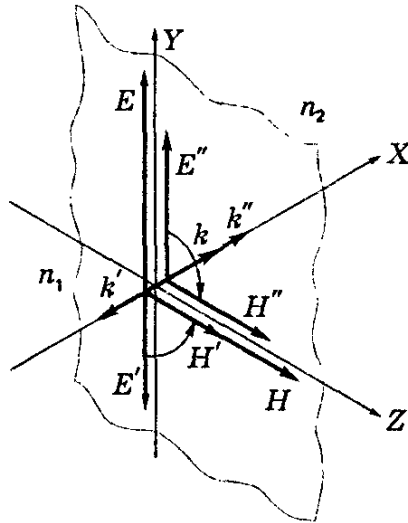


Рис. 1.16

Согласно (1.14), $H_z \sim \sqrt{\varepsilon} E_y = n_1 E_y$, $H''_z \sim n_2 E''_y$, но $H'_z \sim -n_1 E'_y$ поскольку проекции E'_y и H'_z в отраженной волне имеют противоположные знаки (см. рис. 1.16). Поэтому равенство (3.104) можно переписать так: $n_1 E_y - n_1 E'_y = n_2 E''_y$, или

$$E_y - E'_y = \left(\frac{n_2}{n_1} \right) E''_y. \quad (3.105)$$

Решив совместно уравнения (3.103) и (3.105), получим выражения для E'_y и E''_y через E_y , которые в векторной форме имеют вид:

$$\mathbf{E}' = \frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2} \mathbf{E}, \quad \mathbf{E}'' = \frac{2n_1}{n_1 + n_2} \mathbf{E}. \quad (3.106)$$

Отсюда следует, что:

1. Вектор \mathbf{E}'' всегда сонаправлен с вектором \mathbf{E} , т. е. оба вектора колеблются синфазно – при прохождении волны через границу раздела фаза не претерпевает скачка.

2. Это же относится и к векторам \mathbf{E}' и \mathbf{E} , но при условии, что $n_1 > n_2$, т. е. если волна переходит в оптически менее плотную среду. В случае же, когда $n_1 < n_2$, дробь в выражении (3.106) для \mathbf{E}

оказывается отрицательной, а это означает, что направление вектора \mathbf{E}' противоположно направлению вектора \mathbf{E} , т. е. колебания вектора \mathbf{E}' происходят в противофазе с колебаниями вектора \mathbf{E} (этому соответствует рис. 1.16). Другими словами, при отражении волны от оптически более плотной среды ее фаза изменяется скачком на π .

Эти результаты мы будем использовать в дальнейшем при изучении интерференции волн, отраженных от обеих поверхностей тонких пластинок.

3.2 Коэффициенты отражения и пропускания

Вопрос об этих коэффициентах мы рассмотрим для случая нормального падения световой волны на границу раздела двух прозрачных диэлектриков. Ранее мы выяснили, что интенсивность I гармонической волны, согласно (2.101), пропорциональна $\sqrt{\varepsilon}E_m^2$, или $I \sim nE_m^2$.

Коэффициент отражения, по определению, есть $\rho = \frac{I'}{I} = \frac{n_1 E_m'^2}{n_1 E_m^2}$. По-

сле подстановки отношения $\frac{E_m'}{E_m}$ из первой формулы (3.106), найдем:

$$\rho = \frac{I'}{I} = \left(\frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2} \right)^2. \quad (3.107)$$

Обратим внимание на то, что ρ не зависит от направления падающей волны на границу раздела: из среды 1 в среду 2, или наоборот.

Аналогично находим и коэффициент пропускания τ как отношение $\frac{I''}{I}$. Согласно (2.101), $\frac{I''}{I} = \frac{n_2 E_m''^2}{n_1 E_m^2}$. Остается учесть вторую формулу из (3.106), и мы получим, что коэффициент пропускания

$$\tau = \frac{I''}{I} = \frac{4n_1 n_2}{(n_1 + n_2)^2}. \quad (3.108)$$

Нетрудно убедиться в том, что сумма обоих коэффициентов $\rho + \tau = 1$, как и должно быть.

При нормальном (или близком к нему) падении световой волны на границу раздела воздух ($n \approx 1$) и стекло ($n \approx 1,5$) получим $\rho = 0,04$, т. е. отражается около 4% падающего света.

Заметим (это важно!), что если свет падает не по нормали к границе раздела, то коэффициент *пропускания* должен определяться че-

рез отношение не интенсивностей, а потоков, поскольку сечения падающего и преломленного пучков в этом случае различны, в отличие от падающего и отраженного. В связи с этим падающий поток $\Phi = \Phi' + \Phi''$, но $I \neq I' + I''$. Итак, в общем случае $\tau = \frac{\Phi''}{\Phi}$.

4 Геометрическая оптика

Длины световых волн, воспринимаемых глазом, очень малы (менее 1 мкм). Поэтому распространение света во многих случаях можно рассматривать, отвлекаясь от его волновой природы, и считать, что свет распространяется вдоль лучей.

В пределе ($\lambda \rightarrow 0$) законы оптики можно сформулировать на языке геометрии. Соответствующий раздел оптики называют геометрической (или лучевой) оптикой.

Основу геометрической оптики составляют три закона:

1. Закон прямолинейного распространения света (в однородной среде).

2. Закон отражения света: угол отражения θ' света равен его углу падения θ ,

$$\boxed{\theta' = \theta}. \quad (4.109)$$

и оба луча лежат в одной плоскости с нормалью к поверхности раздела.

3. Закон преломления света (закон Снелла): при преломлении света на границе раздела двух изотропных сред с показателями преломления n_1 и n_2 выполняется условие

$$\boxed{n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2}. \quad (4.110)$$

Отсюда, в частности, следует, что при падении света на оптически менее плотную среду ($n_2 < n_1$) угол θ_2 может достигнуть 90° . Соответствующий угол падения называют *предельным*:

$$\sin \theta_{1\text{пр}} = \frac{n_2}{n_1}. \quad (4.111)$$

Для углов падения $\theta_1 > \theta_{1\text{пр}}$ наблюдается *полное внутреннее отражение*. Это явление нашло достаточно широкое практическое применение (призмы полного внутреннего отражения, световоды и др.).

Заметим, что законы отражения и преломления света могут быть получены как следствие поведения электромагнитной волны на границе раздела двух диэлектриков с учетом граничных условий для векторов \mathbf{E} , \mathbf{H} и \mathbf{D} , \mathbf{B} .

4.1 Принцип Ферма

Этот принцип также может быть положен в основу геометрической оптики (вместо перечисленных выше трех законов). Он утверждает, что свет распространяется по такому пути, для прохождения которого ему требуется минимальное время. Точнее, это время должно быть экстремальным, т. е. либо минимальным, либо максимальным, либо стационарным – одинаковым для всех возможных путей. В последнем случае все пути света между двумя точками оказываются таухронными (требующими для своего прохождения одинакового времени).

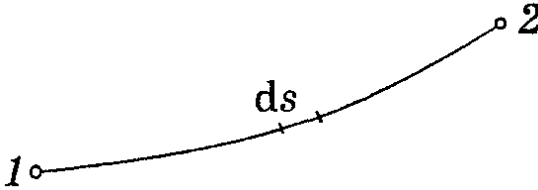


Рис. 1.17

Участок пути ds (рис. 1.17) свет проходит за время $dt = \frac{ds}{v}$, где v – скорость света в данном месте. Так как $v = \frac{c}{n}$, то $dt = \frac{nds}{c}$, и время τ для прохождения светом пути $1 \rightarrow 2$ равно

$$\tau = \frac{1}{c} \int_1^2 nds = \frac{L}{c}, \quad (4.112)$$

где L называют *оптической длиной пути*. В однородной среде $L = ns$.

Из принципа Ферма действительно следуют все три закона геометрической оптики. Доказательство, например, закона преломления см. в задаче 2.

Для дальнейшего нас будет интересовать только одно следствие принципа Ферма, а именно принцип действия линзы — она будет неоднократно использоваться в установках при наблюдении дифракции (Фраунгофера). Можно показать, что линза (как и любой оптический прибор) является системой *таутохронной*: все оптические пути от источника до его изображения одинаковы. Именно поэтому все колебания приходят в одной фазе, усиливая друг друга, и возникает изображение. Если бы это было не так, изображения мы бы не получили.

Напомним свойства тонкой линзы, необходимые для дальнейшего*.

1. Формула тонкой линзы в воздухе:

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'}, \quad \frac{1}{f'} = (n - 1) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right), \quad (4.113)$$

где s и s' — расстояния от линзы до источника S и его изображения S' , f' — заднее фокусное расстояние (от линзы до заднего фокуса F').

Здесь принято следующее *правило знаков*: отрезки, отсчитываемые от линзы против хода лучей, т. е. влево на рис. 1.13, считаются отрицательными, а по ходу лучей (вправо от линзы) — положительными. На рисунке показан случай, когда $s' > 0$, а $s < 0$. Это относится и к радиусам кривизны поверхностей линзы, R_1 и R_2 , — передней и задней. Для линзы, изображенной на рисунке, $R_1 > 0$, а $R_2 < 0$.

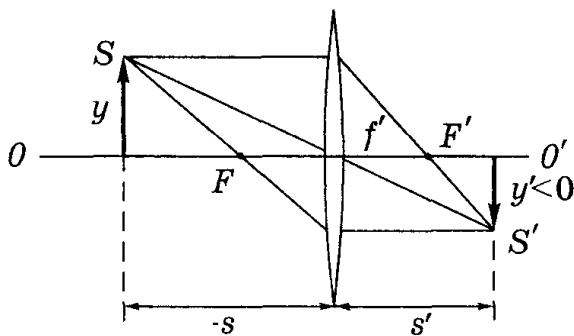


Рис. 1.18

*Эти свойства, строго говоря, относятся к параксиальным пучкам, т. е. к пучкам лучей, угол которых с главной оптической осью достаточно мал.

Таким образом, все величины (кроме n), фигурирующие в формуле (4.113), алгебраические. Это во многих случаях очень удобно, поскольку значительно упрощает анализ результатов расчета: если, например, окажется, что $s' < 0$, то это сразу говорит о том, что изображение оказывается слева от линзы, т. е. мнимое и т. п.

Величину $\frac{1}{f}$ в формуле (4.113) называют оптической силой линзы Φ , дптр (1 дптр = 1/м). Оптическая сила не зависит от направления хода лучей: слева – направо или наоборот. Линза с $\Phi > 0$ является *собирающей*, а с $\Phi < 0$ – *рассеивающей*.

Заметим, что если бы линза находилась в среде, показатель преломления которой был бы разным, например, слева n , а справа n' то переднее и заднее фокусные расстояния были бы не одинаковы. Их отношение определялось бы формулой

$$\frac{f'}{f} = -\frac{n'}{n}. \quad (4.114)$$

Знак минус показывает, что оба фокуса, передний F и задний F' , всегда находятся по разные стороны от линзы. Следует также иметь в виду, что при $n' \neq n$ центр линзы оказывается не оптическим центром: луч, проходящий через него, будет испытывать преломление.

2. При падении на линзу пучка параллельных лучей под углом к главной оптической оси (на которой находятся центры кривизны поверхностей линзы, а также фокусы F и F') изображение – точка S' – образуется в задней фокальной плоскости линзы (рис. 1.19). И главное: оптические пути всех лучей от плоскости TT' перпендикулярной падающей пучку, до изображения S' будут одинаковы в силу *таутохронности*. Это мы будем использовать в дальнейшем неоднократно.

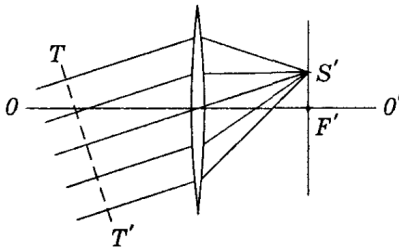


Рис. 1.19

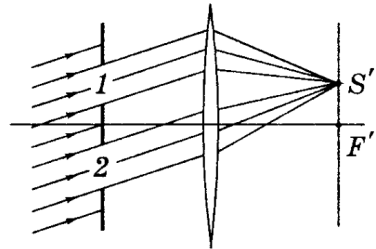


Рис. 1.20

3. При поступательном смещении параллельного пучка лучей положение точки их схождения S' в фокальной плоскости *не меняется*. Т. е. при смещении, например, отверстия из положения 1 в положение 2 (рис. 1.20) изображение – точка S' – будет оставаться на прежнем месте. Это мы будем учитывать при изучении действия дифракционной решетки ([2], §5.7).

4. *Линейное* или *поперечное увеличение* линзы $\beta = \frac{y'}{y}$, где y' и y – поперечные размеры изображения и самого предмета (см. рис. 1.13). Легко видеть, что

$$\beta = \frac{s'}{s}. \quad (4.115)$$

На рис. 1.13 величины y' и s отрицательные, следовательно и $\beta < 0$. Это означает, что изображение перевернутое (относительно предмета).

И последнее. Рассмотрение многих вопросов значительно упрощается, если вместо пути луча s и длины волны λ' в данной среде использовать понятие оптической длины L пути и длины волны λ в вакууме. Для монохроматической волны на пути λ' возникает отставание по фазе на 2π , а на пути s – на δ . Отсюда, учитывая, что $\lambda' = \frac{\lambda}{n}$ и $sn = L$, получим

$$\delta = \frac{2\pi L}{\lambda}, \quad (4.116)$$

где λ – отставание по фазе на оптическом пути L . Этими соображениями мы и будем пользоваться в дальнейшем, когда пойдет речь о связи разности фаз с оптической разностью хода Δ . И в этом случае

$$\delta = \frac{2\pi \Delta}{\lambda}. \quad (4.117)$$

4.2 Применение изученных выше законов при решении конкретных задач

1. Показать, что при преломлении в призме с малым преломляющим углом θ луч отклоняется от своего первоначального направления на угол $\alpha = (n - 1)\theta$ независимо от угла падения, если он также мал.

Решение

Вследствие малости углов падения (и преломления) синусы в законе Снелла* можно опустить. Тогда условия преломления на передней и задней поверхностях призмы (рис.2.6) примут вид:

$$\vartheta_1 = n\vartheta'_1, \quad n\vartheta_2 = \vartheta'_2, \quad \vartheta'_1 + \vartheta_2 = \theta. \quad (4.118)$$

Искомый угол α , как видно из рисунка, равен

$$\alpha = (\vartheta_1 - \vartheta'_1) + (\vartheta'_2 - \vartheta_2). \quad (4.119)$$

После подстановки углов из (2.2) в (2.3) получим

$$\alpha = (n - 1)\theta.$$

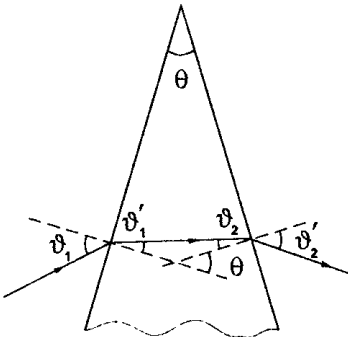


Рис. 1.21

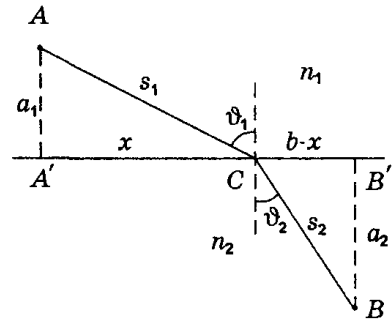


Рис. 1.22

2. **Принцип Ферма.** Вывести с помощью этого принципа закон преломления света на границе раздела двух прозрачных диэлектриков с показателями преломления n_1 и n_2 .

*

$$n_1 \sin \vartheta_1 = n_2 \sin \vartheta_2$$

Решение

Найдем точку C (рис.2.7), в которой должен преломиться луч, распространяясь от A к B , чтобы оптическая длина пути L была экстремальной. Пусть отрезок $A'B' = b$, тогда, как видно из рисунка,

$$L = n_1 s_1 + n_2 s_2 = n_1 \sqrt{a_1^2 + x_1^2} + n_2 \sqrt{a_2^2 + (b - x)^2}.$$

Продифференцируем это выражение по x и приравняем производную нулю:

$$\frac{dL}{dx} = \frac{n_1 x}{\sqrt{a_1^2 + x^2}} - \frac{n_2(b - x)}{\sqrt{a_2^2 + (b - x)^2}} = n_1 \frac{x}{s_1} - n_2 \frac{b - x}{s_2} = 0.$$

Множители при n_1 и n_2 равны соответственно $\sin \vartheta_1$ и $\sin \vartheta_2$. Таким образом, получаем

$$n_1 \sin \vartheta_1 = n_2 \sin \vartheta_2,$$

что и требовалось.

3. Вывести с помощью принципа Ферма формулу преломления параксиальных лучей на сферической поверхности радиуса R , разделяющей среды с показателями преломления n и n' :

$$\frac{n'}{s'} - \frac{n}{s} = \frac{n' - n}{R}.$$

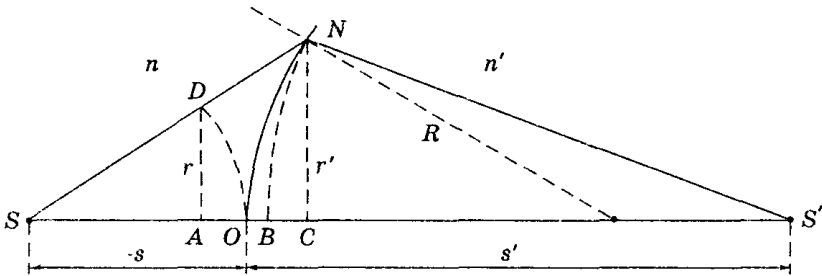


Рис. 1.23

Решение

Пусть S — точечный источник света и S' — его изображение (рис. 2.8). По принципу Ферма оптические длины всех лучей, вышедших из S и собравшихся в S' , должны быть одинаковы. Проведем дуги окружностей из центров S и S' радиусами SO и $S'O$. Тогда оптические пути DN и OB должны быть равны:

$$n \cdot DN = n' \cdot OB. \quad (4.120)$$

Для параксиальных лучей $DN \approx AO + OC$. Найдем последние два отрезка. Сначала AO : из рисунка видно, что

$$r^2 = (SD)^2 - (SA)^2 = (SD + SA)(SD - SA) \approx 2(-s)AO,$$

откуда

$$AO = \frac{r^2}{(-2s)}.$$

Аналогично

$$OC = \frac{r'^2}{2R}.$$

Отсюда находим сумму $AO + OC$, т. е. DN . В свою очередь

$$OB = OC - BC = \frac{r'^2}{2R} - \frac{r'^2}{2s'}.$$

Подставив это выражение в (2.4) и имея в виду, что $r' \approx r$, получим искомое соотношение.

4. **Тонкая линза.** Найти с помощью формулы преломления на сферической границе раздела (см. предыдущую задачу) формулу тонкой линзы в воздухе.

Решение

Применим указанную формулу последовательно для передней и задней поверхностей линзы. Для передней поверхности (рис. 2.9),

полагая, что за ней всюду среда с показателем преломления n , запишем:

$$\frac{n}{d + s_0} - \frac{1}{s} = \frac{n - 1}{R_1}.$$

Для задней поверхности линзы источник S_0 находится справа (он мнимый), и мы имеем:

$$\frac{1}{s'} - \frac{n}{s_0} = \frac{1 - n}{R_2},$$

где $s_0 > 0$, а $R_2 < 0$ (в соответствии с правилом знаков).

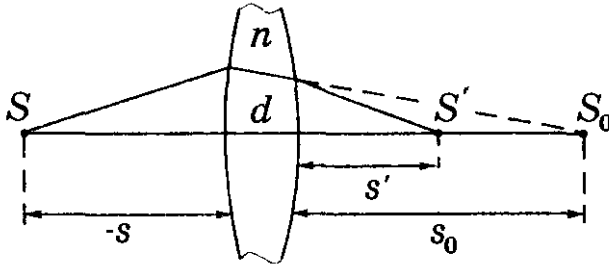


Рис. 1.24

Сложив отдельно левые и правые части этих равенств с учетом того, что толщина линзы d пренебрежимо мала, получим:

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = (n - 1) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right).$$

5 Интерференция света

5.1 Интерференция световых волн

Пусть две волны одинаковой частоты, накладываясь друг на друга, возбуждают в некоторой точке пространства колебания одинакового направления:

$$A_1 \cos(\omega t + \alpha_1), \quad A_2 \cos(\omega t + \alpha_2).$$

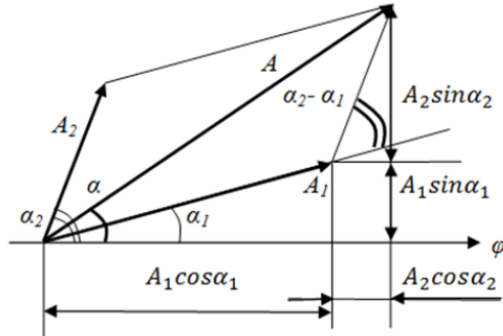


Рис. 1.25

Амплитуда результирующего колебания в данной точке определяется выражением (см. рис. 1.25)

$$A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos \delta, \quad (5.121)$$

где $\delta = \alpha_2 - \alpha_1$.

Если разность фаз δ возбуждаемых волнами колебаний остается постоянной во времени, то волны называются **когерентными**.

В случае некогерентных волн δ непрерывно изменяется, принимая с равной вероятностью любые значения, вследствие чего среднее по времени значение $\cos \delta$ равно нулю. Поэтому

$$\langle A^2 \rangle = \langle A_1^2 \rangle + \langle A_2^2 \rangle.$$

Отсюда приняв во внимание, что $I \sim A^2$, приходим к выводу, что интенсивность, наблюдаемая при наложении некогерентных волн, равна сумме интенсивностей, создаваемых каждой из волн в отдельности:

$$I = I_1 + I_2. \quad (5.122)$$

В случае когерентных волн $\cos \delta$ имеет постоянное во времени (но свое для каждой точки пространства) значение, так что

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos \delta. \quad (5.123)$$

Последнее слагаемое в этой формуле и в (5.121) называют *интерференционным членом*. Рассмотрим его влияние на результирующую интенсивность.

В тех точках пространства, для которых $\cos \delta > 0$, I будет превышать $I_1 + I_2$; в точках, для которых $\cos \delta < 0$, I будет меньше $I_1 + I_2$. Таким образом, при наложении когерентных световых волн происходит перераспределение светового потока в пространстве, в результате чего в одних местах возникают максимумы, а в других – минимумы интенсивности. Это явление называется **интерференцией** волн. Особенно отчетливо проявляется интерференция в том случае, когда интенсивность обеих интерферирующих волн одинакова: $I_1 = I_2$. Тогда согласно (5.123) в максимумах $I = 4I_1$, в минимумах же $I = 0$. Для некогерентных волн при том же условии получается всюду одинаковая интенсивность (5.122) $I = 2I_1$.

Основной принцип интерференционных схем. Интерференция характерна для волн любой природы и сравнительно просто наблюдается на опыте для волн на поверхности воды или для звуковых волн. Наблюдать же интерференцию световых волн можно лишь при определенных условиях.

Монохроматичными могут считаться лишь кусочки волны длительностью $\tau \approx 10^{-8}$ с., они называются *цугами*. Цуги имеют пространственную длину $c\tau \approx 3$ м., где c – скорость света. Колебания в одном цуге можно считать когерентными, а в разных цугах – некогерентными. В общем случае интервал времени τ , в течение которого фаза колебаний остается приблизительно постоянной, называют *временем когерентности*, а пространственную длину $c\tau$ называют *длиной когерентности*.

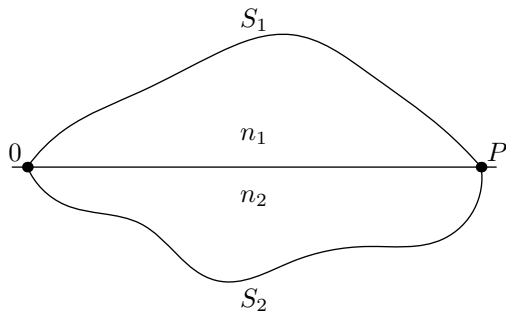


Рис. 1.26

Когерентные световые волны можно получить, разделив (с помощью отражений или преломлений) волну, излучаемую одним источником, на две части. Если заставить эти две волны пройти разные

оптические пути, а потом наложить их одна на другую, наблюдается интерференция. Разность оптических длин путей, проходимых интерферирующими волнами, не должна быть очень большой, так как складывающиеся колебания должны принадлежать одному и тому же результирующему пугу волн. Если эта разность будет порядка 1 м., наложатся колебания, соответствующие разным пугам, и разность фаз между ними будет непрерывно меняться хаотическим образом.

Пусть разделение на две когерентные волны происходит в точке O (рис. 1.28). До точки P первая волна проходит в среде с показателем преломления n_1 путь s_1 , вторая волна проходит в среде с показателем преломления n_2 путь s_2 . Если в точке O фаза колебания равна ωt , то первая волна возбудит в точке P колебание $A_1 \cos[\omega(t - \frac{s_1}{v_1})]$, а вторая волна – колебание $A_2 \cos[\omega(t - \frac{s_2}{v_2})]$ ($v_1 = \frac{c}{n_1}$, $v_2 = \frac{c}{n_2}$ – фазовые скорости волн). Следовательно, разность фаз колебаний, возбуждаемых волнами в точке P , будет равна

$$\delta = \omega \left(\frac{s_2}{v_2} - \frac{s_1}{v_1} \right) = \frac{\omega}{c} (n_2 s_2 - n_1 s_1).$$

Заменяв $\frac{\omega}{c}$ на $\frac{2\pi\nu}{c} = \frac{2\pi}{\lambda_0}$ (λ_0 – длина волны в вакууме), выражению для разности фаз можно придать вид

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda_0} \Delta, \quad (5.124)$$

где

$$\Delta = n_2 s_2 - n_1 s_1 = L_2 - L_1 \quad (5.125)$$

есть величина, равная разности оптических длин проходимых волнами путей и называемая *оптической разностью хода* ср. с (4.117).

Из формулы (5.124) видно, что если оптическая разность хода равна целому числу длин волн в вакууме,

$$\Delta = \pm m \lambda_0 \quad (m = 0, 1, 2, \dots), \quad (5.126)$$

то разность фаз δ оказывается кратной 2π и колебания, возбуждаемые в точке P обеими волнами, будут происходить с одинаковой фазой. Таким образом, (5.126) есть условие интерференционного максимума.

Если Δ равна полуцелому числу длин волн в вакууме,

$$\Delta = \pm \left(m + \frac{1}{2} \right) \lambda_0 \quad (m = 0, 1, 2, \dots), \quad (5.127)$$

то $\delta = \pm(2m + 1)\pi$, так что колебания в точке P находятся в противофазе. Следовательно, (5.127) есть условие интерференционного минимума.

Как будет видно в дальнейшем, образовавшиеся после разделения волны во всех интерференционных схемах можно представить как бы исходящими из двух точечных источников S_1 и S_2 (действительных или мнимых – это не существенно). Поэтому общий подход к интерпретации получаемых результатов будет единым, с него мы и начнем.

Рассмотрим две волны, исходящие из когерентных источников S_1 и S_2 (рис. 1.27). В области, где эти волны перекрываются – ее называют *зоной интерференции* – должна возникать система чередующихся максимумов и минимумов освещенности, которую можно наблюдать на экране \mathcal{E} .

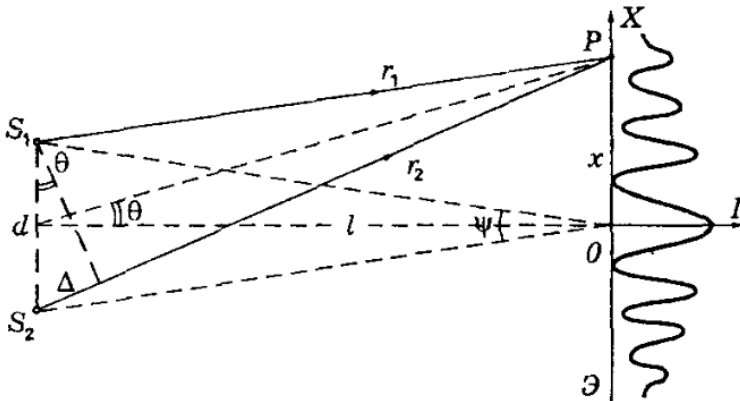


Рис. 1.27

Ширина интерференционной полосы. В практически важных случаях, угол $\theta \ll 1$ (см. рис. 1.27) и разность хода Δ можно записать как $\Delta = d \cdot \theta$, где d – расстояние между источниками S_1 и S_2 . А так как $\theta \approx x/\ell$, где ℓ – расстояние от источников до экрана,

то для максимумов, согласно (5.126), получим $d \cdot \frac{x_m}{\ell} = m\lambda$, откуда

$$x_m = \frac{m\lambda\ell}{d} \quad (5.128)$$

В точке $x = 0$ расположен максимум, соответствующий нулевой разности хода. Для него порядок интерференции $m = 0$. Это центр интерференционной картины.

При переходе к соседнему максимуму m меняется на единицу и x — на величину Δx , которую называют *шириной интерференционной полосы*. Таким образом,

$$\boxed{\Delta x = \frac{\lambda\ell}{d} \quad \Delta x = \frac{\lambda}{\psi}}, \quad (5.129)$$

где ψ — угол, под которым видны оба источника из центра экрана, $\psi = \frac{d}{\ell}$ (см. рис. 1.27).

Из этих формул видно, что для увеличения ширины полосы следует увеличивать ℓ , или уменьшать d , или то и другое, т. е. в конечном счете — уменьшать угловое расстояние ψ между источниками. Полезно иметь в виду, что размер интерференционной картины обычно не превышает 1 мм, это при расстоянии от источника до экрана порядка нескольких десятков сантиметров.

Практически для получения более яркой интерференционной картины в качестве источников S_1 и S_2 используют две щели (или изображения исходного источника — щели S), и интерференционная картина имеет вид чередующихся светлых и темных полос, параллельных данным щелям.

Распределение интенсивности. Рассмотрим идеализированный случай, когда источники S_1 и S_2 строго монохроматические. В интересующую нас точку экрана колебания от этих источников будут приходить практически с одинаковой амплитудой, $A_1 = A_2 = A_0$. Тогда, согласно (5.121),

$$A^2 = 2A_0^2 + 2A_0^2 \cos \delta = 2A_0^2(1 + \cos \delta) = 4A_0^2 \cos^2 \left(\frac{\delta}{2} \right), \quad (5.130)$$

где δ — разность фаз, которая зависит от разности хода $\delta = \frac{2\pi\Delta}{\lambda}$. В нашем случае (см. рис. 1.27) $\Delta = d \cdot \theta = d \cdot \frac{x}{\ell}$. Следовательно,

$\delta = \frac{2\pi xd}{\ell\lambda}$. Имея в виду, что интенсивность $I \sim A^2$, получим

$$I = I_0 \cos^2 \eta x, \quad (5.131)$$

где $\eta = \frac{\pi d}{\ell\lambda}$, I_0 — интенсивность в максимумах, в минимумах $I = 0$. Полученное идеализированное распределение интенсивности $I(x)$ несколько отличается, естественно, от реального, которому соответствует рис. 1.27.

5.2 Когерентность

Когерентностью называется согласованное протекание нескольких колебательных или волновых процессов. Степень согласованности может быть различной. Соответственно можно ввести понятие *степени когерентности* двух волн.

Различают *временную* и *пространственную* когерентность. Мы начнем с рассмотрения временной когерентности.

Временная когерентность. Рассмотренный выше процесс интерференции гораздо более сложен. Это обусловлено тем, что монохроматическая волна представляет собой абстракцию. Всякая реальная световая волна образуется наложением колебаний всевозможных частот (или длин волн), заключенных в более или менее узком, но конечном интервале частот $\Delta\omega$ (соответственно длин волн $\Delta\lambda$). Даже для квазимонохроматического света интервал частот $\Delta\omega$ является конечным. В общем виде уравнение колебания можно представить как

$$E = E_0(t) \cos[\omega t - \varphi(t)]. \quad (5.132)$$

Если амплитуда $E_0(t)$ и фаза $\varphi(t)$ меняются во времени относительно медленно по сравнению с основными колебаниями с частотой ω , то волны типа (5.132), называются квазимонохроматическими.

Перейдем к выяснению роли немонахроматичности световых волн. Пусть световое возмущение описывается уравнением (5.132), где амплитуда E_0 и начальная фаза φ являются постоянными величинами, не зависящими от времени в некотором определенном интервале $\tau = \Delta t = t_2 - t_1$ (рис. 1.28):

$$\left. \begin{aligned} E(t) &= E_0 e^{i\omega_0 t} & \text{при} & \quad |t| \leq \frac{\tau}{2}, \\ E(t) &= 0 & \text{при} & \quad |t| > \frac{\tau}{2}. \end{aligned} \right\} \quad (5.133)$$

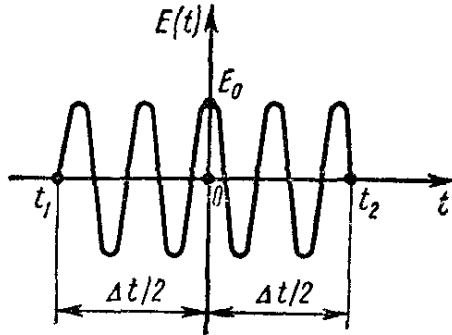


Рис. 1.28

Колесание, изображенное на рис. 1.28, длится конечный промежуток времени. Поэтому оно не является периодическим процессом и может быть разложено в интеграл Фурье:

$$E(t) = \int_{-\infty}^{\infty} E(\omega) e^{i\omega t} d\omega,$$

где монохроматическая составляющая $E(\omega)$ определяется формулой

$$E(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} E(t) e^{-i\omega t} dt. \quad (5.134)$$

Учитывая (5.133) в (5.134), получим

$$\begin{aligned} E(\omega) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\frac{\tau}{2}}^{\frac{\tau}{2}} E(t) e^{-i\omega t} dt = \frac{E_0}{2\pi} \int_{-\frac{\tau}{2}}^{\frac{\tau}{2}} e^{i(\omega_0 - \omega)t} dt = \\ &= \frac{E_0}{2\pi} \cdot \frac{1}{i(\omega_0 - \omega)} \int_{-\frac{\tau}{2}}^{\frac{\tau}{2}} i(\omega_0 - \omega) e^{i(\omega_0 - \omega)t} dt = \\ &= \frac{E_0}{2\pi} \cdot \frac{e^{[i(\omega_0 - \omega)t]}}{i(\omega_0 - \omega)} \Bigg|_{-\frac{\tau}{2}}^{\frac{\tau}{2}}. \end{aligned} \quad (5.135)$$

Производя подстановку границ интегрирования в правой части уравнения (5.135) с учетом того, что $\tau = \Delta t$, получим

$$\begin{aligned}
 E(\omega) &= \frac{E_0}{2\pi} \cdot \frac{\exp[i(\omega_0 - \omega)\frac{\Delta t}{2}] - \exp[-i(\omega_0 - \omega)\frac{\Delta t}{2}]}{i(\omega_0 - \omega)} = \\
 &= \frac{E_0}{2\pi} \cdot \frac{\cos[(\omega_0 - \omega)\frac{\Delta t}{2}] + i \sin[(\omega_0 - \omega)\frac{\Delta t}{2}]}{i(\omega_0 - \omega)} = \\
 &= \frac{\cos[(\omega_0 - \omega)\frac{\Delta t}{2}] - i \sin[(\omega_0 - \omega)\frac{\Delta t}{2}]}{i(\omega_0 - \omega)} = \\
 &= \frac{E_0}{2\pi} \cdot \frac{2i \sin(\omega_0 - \omega)\frac{\Delta t}{2}}{i(\omega_0 - \omega)}.
 \end{aligned}
 \tag{5.136}$$

Формулу (5.136) можно переписать в виде

$$E(\omega) = \frac{E_0}{2\pi} \Delta t \frac{\sin \frac{1}{2}(\omega_0 - \omega)\Delta t}{\frac{1}{2}(\omega_0 - \omega)\Delta t} = A \frac{\sin \eta}{\eta},
 \tag{5.137}$$

где $A = \frac{E_0}{2\pi} \Delta t$, $\eta = \frac{1}{2}(\omega_0 - \omega)\Delta t$. Тогда

$$I(\omega) \sim |E(\omega)|^2 = A^2 \frac{\sin^2 \eta}{\eta^2} = \left(\frac{E_0}{2\pi} \Delta t \right)^2 \left[\frac{\sin \frac{1}{2}(\omega_0 - \omega)\Delta t}{\frac{1}{2}(\omega_0 - \omega)\Delta t} \right]^2.
 \tag{5.138}$$

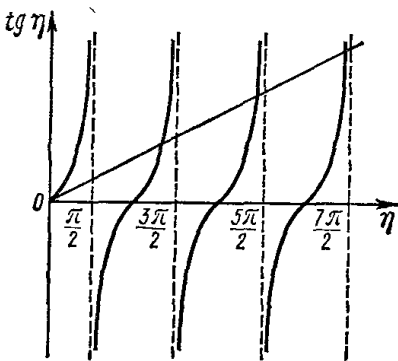


Рис. 1.29

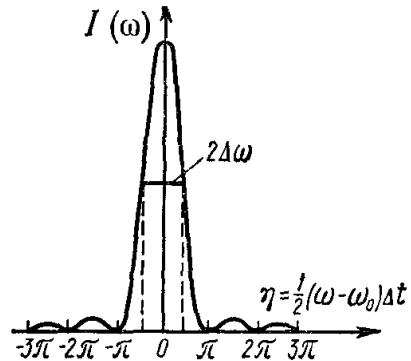


Рис. 1.30

Функция $F(\eta) = \frac{\sin \eta}{\eta}$ встретится нам при рассмотрении френгоферовой дифракции от одной щели. Поэтому более подробно остановимся на свойствах этой функции. Очевидно, $F(\eta)$ обращается в нуль при $\eta = \pm m\pi$, где $m = 1, 2, 3, 4, \dots$. Условия максимума имеют вид $\frac{dF(\eta)}{d\eta} = 0$, откуда следует $\operatorname{tg} \eta = \eta$. Решая это трансцендентное уравнение графически (1.29), получим значения η , при которых $F(\eta)$ имеет максимумы: $\eta_1 = 0$; $\eta_2 = 1,43\pi$; $\eta_3 = 2,46\pi$; $\eta_4 = 3,47\pi$; $\eta_5 = 4,47\pi$ и т.д.

Подставляя эти значения в (5.138), легко убедиться, что с увеличением η второстепенные максимумы резко уменьшаются (таблица 1.1).

Таблица 1.1

| | | | | |
|---|---|------------|------------|------------|
| η | 0 | 1,43 π | 2,46 π | 3,47 π |
| $\left(\frac{\sin \eta}{\eta}\right)^2$ | 1 | 0,047 | 0,016 | 0,008 |

На основе таких сведений можно построить график зависимости $I(\omega)$, который показан на (1.30). Как видно, $I(\omega)$ имеет главный максимум при $\omega = \omega_0$, т. е. при частоте квазимонохроматических колебаний. Так как второстепенные максимумы составляют весьма незначительную часть главного, их отношения выражаются как $\left[1 : \left(\frac{2}{3\pi}\right)^2 : \left(\frac{2}{5\pi}\right)^2 : \dots\right]$, то с погрешностью, меньшей 0,05, можно считать, что вся интенсивность сосредоточена в интервале $\eta = \pm\pi$, т.е. спектр является сплошным в интервале частот $\Delta\omega = \omega_0 - \omega$. Это обстоятельство позволяет связать длительность цуга τ с эффективным частотным диапазоном $\Delta\omega$ фурье-спектра:

$$\tau = \frac{2\pi}{\Delta\omega} = \frac{1}{\Delta\nu}.$$

Отождествив τ со временем когерентности, придем к соотношению

$$t_{\text{кор}} \sim \frac{1}{\Delta\nu} \quad (5.139)$$

(знак \sim означает: “по порядку величины равно”).

Из соотношения (5.139) следует, что чем шире интервал частот, представленных в данной световой волне, тем меньше время когерентности этой волны.

Частота связана с длиной волны в вакууме соотношением $\nu = \frac{c}{\lambda_0}$. Продифференцировав это соотношение, найдем что

$$\Delta\nu = \frac{c\Delta\lambda_0}{\lambda_0^2} \approx \frac{c\Delta\lambda}{\lambda^2}$$

(знак минус, получающийся при дифференцировании, мы опустили, кроме того, положили $\lambda_0 \approx \lambda$). Заменяв в формуле (5.139) $\Delta\nu$ его выражением через λ и $\Delta\lambda$, получим для времени когерентности выражение

$$t_{\text{ког}} \sim \frac{\lambda^2}{c\Delta\lambda}. \quad (5.140)$$

Отсюда для длины когерентности получается следующее значение:

$$l_{\text{ког}} = ct_{\text{ког}} \sim \frac{\lambda^2}{\Delta\lambda}. \quad (5.141)$$

Оптическая разность хода, при которой получается максимум m -го порядка, определяется соотношением

$$\Delta_m = \pm m\lambda_0 \approx \pm m\lambda.$$

Когда эта разность хода достигает значения порядка длины когерентности, полосы становятся неразличимыми. Следовательно, предельный наблюдаемый порядок интерференции определяется условием

$$m_{\text{пред}}\lambda \sim l_{\text{ког}} \sim \frac{\lambda^2}{\Delta\lambda},$$

откуда

$$m_{\text{пред}} \sim \frac{\lambda}{\Delta\lambda}. \quad (5.142)$$

Из (5.142) следует, что число интерференционных полос, наблюдаемых по схеме, изображенной на рис. 4.2, возрастает при уменьшении интервала длин волн, представленных в используемом свете.

Пространственная когерентность. Отдельные участки источника света возбуждают волны, фазы которых никак не связаны между собой. Поэтому интерференционная картина, возникающая на экране, будет наложением картин, создаваемых каждым из участков

в отдельности. Различия в разности хода, а следовательно, и в разности фаз для разных точек протяженного источника приведут к ухудшению видимости интерференционной картины. Если же изменения разностей хода (разностей фаз) так малы, что это приведет к незначительным изменениям интенсивностей, то будет наблюдаться четкая интерференционная картина, следовательно, в данном случае лучи, исходящие от разных точек источника, будут когерентны. Когерентность лучей, исходящих от пространственно разделенных участков протяженного источника называется *пространственной*.

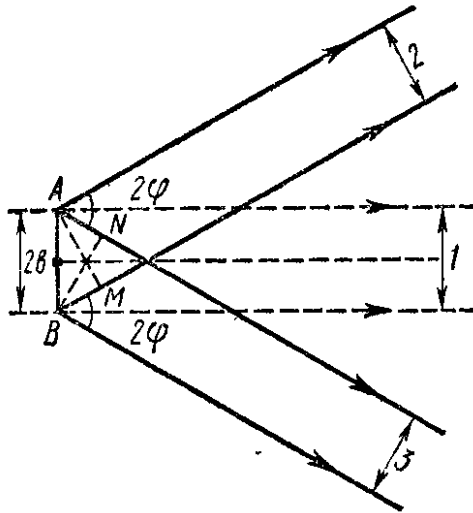


Рис. 1.31

Можно оценить максимальные размеры источника, при котором интерференция еще наблюдается, т. е. пространственная когерентность сохраняется. Пусть имеем протяженный источник света с шириной равной $2b$. Апертуру интерференции обозначим через 2φ . Очевидно, что каждая точка протяженного источника будет излучать независимо от остальных. Излучение каждой точки протяженного источника влияет на фазу результирующей волновой группы. При излучении в направлении 1 (рис.1.31) положение каждой точки источника в пределах $2b$ не играет роли. Однако это не имеет места для излучения, распространяющегося под углом. В этих случаях по-

ложение каждого точечного источника в указанных пределах обуславливает дополнительную разность фаз, связанную с разностью хода и зависящую от выбранного направления. Максимальное значение этой разности хода достигается в направлениях 1 и 2 или 1 и 3, для которых

$$AN = BM = 2b \sin \varphi.$$

При $2b \sin \varphi = \frac{\lambda}{2}$ происходит произвольное изменение фазы, в результате чего интерференционная картина исчезает. Если $2b \sin \varphi$ немного меньше $\frac{\lambda}{2}$, то наблюдаются размытые интерференционные полосы, т.е. имеет место частичная когерентность. При $2b \sin \varphi \ll \frac{\lambda}{2}$ можно пренебречь разностью хода, обусловленной протяженностью источника. В этом случае протяженный источник размером $2b$ сводится к точечному, если сравнить его с излучением, заключенным в пределах апертуры интерференции. Здесь наблюдается четкая интерференционная картина, т.е. имеет место пространственная когерентность. Равенство разности хода $2b \sin \varphi$ четверти длины волны соответствует смещению интерференционных картин, полученных от крайних точек A и B протяженного источника, на полполосы. Интерференционная картина остается достаточно четкой, если такое смещение не превышает полполосы, т.е.

$$2b \sin \varphi \ll \frac{\lambda}{4}. \quad (5.143)$$

Эта формула, связывающая апертуру интерференции и размеры протяженного источника, называется условием *пространственной когерентности*. Соотношение (5.143) позволяет говорить о *ширине когерентности* — $\rho_{\text{ког}}$. Для получения устойчивой интерференционной картины с использованием обычных (не лазерных) источников света применяются схемы имеющие обычно малый апертурный угол. Поэтому с хорошей степенью точности можно положить что в (5.143) $\sin \varphi \approx \varphi$, а $\rho_{\text{ког}} = 2b$. На основе сказанного произведем оценку ширины когерентности

$$\rho_{\text{ког}} \sim \frac{\lambda}{\varphi}. \quad (5.144)$$

Например, угловой размер Солнца составляет около 0,01 рад, длина световых волн равна примерно 0,5 мкм. Следовательно, ширина

когерентности приходящих от Солнца световых волн имеет значение порядка

$$\rho_{\text{ког}} = (0,5/0,01) \text{ мкм} = 50 \text{ мкм} = 0,05 \text{ мм.}$$

В заключение еще раз отметим высокую степень временной и пространственной когерентности лазерных излучений.

5.3 Интерференционные схемы

Бипризма Френеля. В этой схеме для разделения исходной световой волны используют двойную призму (бипризму) с малым преломляющим углом Θ (рис. 1.32). Источником света служит ярко освещенная узкая щель S , параллельная преломляющему ребру бипризмы.

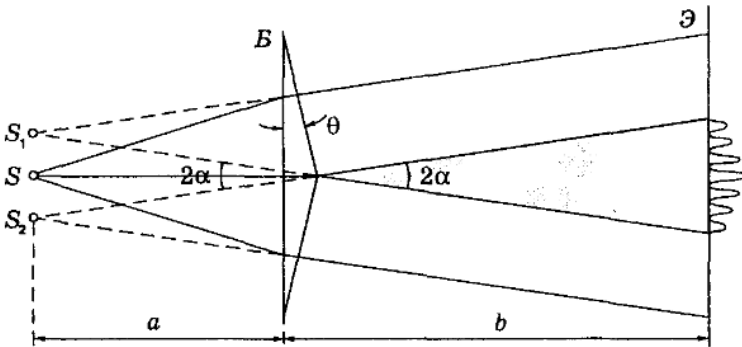


Рис. 1.32

Поскольку преломляющий угол бипризмы очень мал (порядка десятка угловых минут), то, как можно показать см. пример 2, все лучи отклоняются бипризмой на практически одинаковый угол $\alpha = (n - 1)\Theta$. В результате образуются две когерентные волны, как бы исходящие из мнимых источников S_1 и S_2 , лежащих в одной плоскости со щелью S .

Ширину Δx интерференционных полос находим по первой из формул (5.129), учитывая, что в данном случае $\ell = a + b$ и расстояние между изображениями S_1 и S_2 щели S равно $d = a \cdot 2\alpha$. Таким образом,

$$\Delta x = \frac{\lambda}{2\alpha} \left(1 + \frac{b}{a}\right). \quad (5.145)$$

Видно, что ширина полос тем больше, чем больше расстояние b от бипризмы до экрана.

Если же на бипризму падает плоская волна, т. е. $a \rightarrow \infty$, то

$$\Delta x = \frac{\lambda}{2\alpha}. \quad (5.146)$$

Откуда следует, что ширина полосы в этом случае не зависит от положения экрана (расстояния b).

При наблюдении в белом свете центральный максимум (нулевого порядка, $m = 0$) получается белым, остальные окрашенными, поскольку $\Delta x \sim \lambda$.

Максимальное число N возможных полос интерференции на экране, где ширина зоны интерференции $x = b \cdot 2\alpha$ (см. рис. 1.32), определяется условием $N_{\text{макс}} = \frac{x}{\Delta x}$. Отсюда следует с учетом (5.145), что

$$N_{\text{макс}} = \frac{4\alpha^2}{\lambda} \frac{ab}{a+b}. \quad (5.147)$$

Пример. Убедимся, что для получения интерференционной картины с шириной полос, например, $\Delta x = 0,5$ мм при размерах установки $a = 50$ см, $b = 100$ см преломляющий угол бипризмы Θ должен быть весьма малым. Будем считать, что показатель преломления стекла $n = 1,5$, и длина волны света $\lambda = 0,5$ мкм. Из (5.145) следует, если учесть, что угол $\alpha = (n - 1)\Theta$:

$$\Theta = \frac{\lambda \left(1 + \frac{b}{a}\right)}{2(n - 1)\Delta x} = 3 \cdot 10^{-3} \text{ рад} \approx 10 \text{ угл. мин.}$$

Найдем, кстати, и ширину зоны интерференции на экране:

$$x = b \cdot 2\alpha = 2(n - 1)\Theta b = 3 \text{ мм.}$$

Видно, что $x \ll b$. Это характерно для многих интерференционных схем, что мы ранее и учитывали, упрощая некоторые расчеты.

В предыдущем параграфе было показано, что условия, подобные рассмотренным нами сейчас для случая бипризмы Френеля, являются необходимыми, но еще не достаточными для получения интерференционной картины. Следует обязательно учесть роль ширины S

щели (она связана с шириной когерентности) и степень монохроматичности $\frac{\lambda}{\Delta\lambda}$ используемого света (которая связана с длиной когерентности). Оказывается (расчет можно посмотреть в задаче 3 главы 2 “Решение задач”), для получения интерференционной картины с достаточно хорошей видимостью нужно, чтобы ширина S щели удовлетворяла условию

$$S \leq \frac{\lambda}{4\alpha} \left(1 + \frac{a}{b}\right), \quad (5.148)$$

а степень монохроматичности — условию

$$\frac{\lambda}{\Delta\lambda} \geq \frac{4\alpha^2 ab}{\lambda(a+b)}, \quad (5.149)$$

где $\alpha = (n-1)\Theta$.

Следует обратить внимание на то, что для увеличения ширины Δx интерференционных полос нужно, согласно (5.145), увеличивать отношение $\frac{b}{a}$. А чтобы использовать более широкую щель S , т.е. добиться большей светосильности установки, надо, как видно из (5.148), наоборот — увеличивать обратное отношение $\frac{a}{b}$. Компромисс между этими двумя противоположными требованиями решается обычно экспериментально.

5.4 Интерференция света при отражении от тонких пластинок

При отражении от плоскопараллельной пластинки. Пусть на прозрачную плоскопараллельную пластинку падает плоская монохроматическая световая волна, направление распространения которой показано падающим лучом на рис. 1.33. В результате отражений от обеих поверхностей пластинки исходная волна расщепится на две, что и показано лучами 1 и 2. Амплитуды этих волн мало отличаются друг от друга — это важно для получения достаточно контрастной интерференции.

Заметим, что, кроме этих двух отраженных волн (1 и 2), возникает еще многократное отражение. Однако их вклад практически пренебрежимо мал (см. задачу 5 главы 2 “Решение задач”), и мы ограничимся только волнами, возникшими при однократном отражении.

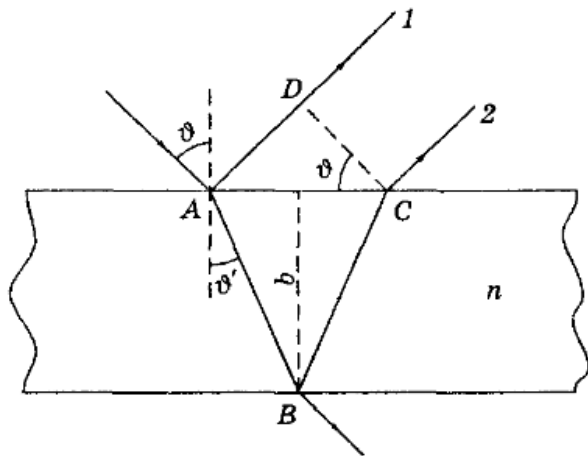


Рис. 1.33

Оптическую разность хода волн 1 и 2 определим, согласно рис. 1.33, как

$$\Delta = n(AB + BC) - AD, \quad (5.150)$$

где n — показатель преломления вещества пластинки. Кроме того, видно, что $AB = BC = \frac{2b}{\cos \vartheta'}$ и $AD = 2b \operatorname{tg} \vartheta' \cdot \sin \vartheta$, b — толщина пластинки. В результате подстановки этих выражений в (5.150) получим

$$\Delta = 2nb \cos \vartheta'. \quad (5.151)$$

Следует также учесть, что при отражении от верхней поверхности пластинки (от среды, оптически более плотной) в соответствии с (3.106) происходит скачок фазы на π у отраженной волны, т.е., как говорят, «потеря» полуволны $(\pm \frac{\lambda}{2})$. Учитывая еще, что $\sin \vartheta = n \sin \vartheta'$, получим

$$\Delta = 2b\sqrt{n^2 - \sin^2 \vartheta} - \frac{\lambda}{2} \quad (5.152)$$

(здесь можно было написать и $+\frac{\lambda}{2}$, но это не существенно).

Если отраженные волны 1 и 2 когерентны между собой (а мы об этом позаботимся), то максимумы отражения будут наблюдаться при условии

$$2b\sqrt{n^2 - \sin^2 \vartheta} - \frac{\lambda}{2} = m\lambda, \quad (5.153)$$

где m — целое число (порядок интерференции).

Меняя угол падения ϑ , мы будем наблюдать последовательную смену максимумов и минимумов отражения. (Заметим, что при минимуме отражения наблюдается максимум проходящего через пластинку света, и наоборот.) Если бы обе отраженные волны были некогерентными, то такого явления мы не наблюдали бы: по мере увеличения угла падения интенсивность отраженного света монотонно уменьшалась бы.

Теперь выясним условия, при которых отраженные волны будут когерентными и смогут интерферировать, т. е. выполняются соотношения (5.141) и (5.144).

Проиллюстрируем ситуацию с помощью рис. 1.34. Выделим в падающей волне некоторую область когерентности $l_{\text{ког}} \cdot \rho_{\text{ког}}$ (она слегка затенена на рисунке) и проследим за ее дальнейшей судьбой. После расщепления падающей волны расщепится и выделенная область когерентности, причем так, что в отраженных волнах эти области когерентности сместятся относительно друг друга рис. 1.34а. Если они при этом перекрываются (на рисунке более темный участок), интерференция будет наблюдаться и тем более отчетливо, чем больше степень перекрытия.

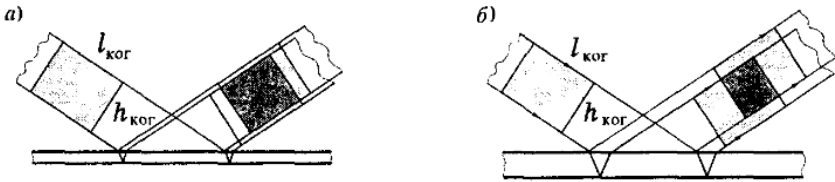


Рис. 1.34

Нетрудно видеть, что для пластинки с большей толщиной область перекрытия когерентных участков уменьшается рис. 1.34б, и интерференция будет наблюдаться все менее отчетливо. Начиная с некоторой толщины пластинки интерференция исчезнет совсем.

Из рис. 1.34 видно, что смещение расщепленных частей области когерентности происходит как вдоль распространения волны (оно не должно превосходить длину когерентности $l_{\text{ког}}$), так и поперек распространения волны (смещение не должно превосходить ширину когерентности $\rho_{\text{ког}}$). Интерференция будет наблюдаться лишь в том случае, когда будут удовлетворены оба эти условия. Напомним, что

для лучшей видности мы договорились брать половины значений $l_{\text{ког}}$ и $\rho_{\text{ког}}$.

Перейдем к расчету. Согласно (5.141), необходимо, чтобы оптическая разность хода $\Delta \leq \frac{l_{\text{ког}}}{2}$. Следовательно,

$$2b\sqrt{n^2 - \sin^2 \vartheta} - \frac{\lambda}{2} \leq \frac{l_{\text{ког}}}{2}. \quad (5.154)$$

Для оценки необходимого значения толщины пластинки b будем считать, что корень в этом выражении равен величине порядка единицы (что обычно и бывает), а также пренебрежем $\frac{\lambda}{2}$. Тогда получим

$$2b \leq \frac{l_{\text{ког}}}{2},$$

т.е. необходимо, чтобы удвоенная толщина пластинки была не более половины длины когерентности используемого излучения. Например, если $\lambda = 600$ нм, а $\Delta\lambda = 3$ нм, то толщина пластинки

$$b \leq \frac{\lambda^2}{4\Delta\lambda} = 3 \cdot 10^4 \text{ нм} = 30 \text{ мкм}.$$

Далее, поперечный сдвиг частей области когерентности не должен превосходить половины ширины когерентности $\rho_{\text{ког}}$. Этот сдвиг, как видно из рис. 1.33, равен отрезку DC . Значит, необходимо, чтобы $DC \leq \frac{\rho_{\text{ког}}}{2}$. Из рис. 1.33 следует, что

$$DC = 2b \operatorname{tg} \vartheta' \cos \vartheta = b \frac{\sin 2\vartheta}{\sqrt{n^2 - \sin^2 \vartheta}}.$$

Это смещение существенно зависит от угла падения ϑ . Чем меньше угол падения, тем меньше смещение DC , тем меньше может быть $\rho_{\text{ког}}$. И основную роль в этом случае будет играть длина когерентности. При $\vartheta = 0$ смещение происходит только вдоль распространения волн, поперек — оно равно нулю, и ширина когерентности $\rho_{\text{ког}}$ становится практически не существенной.

Обратимся к вопросу, что следует понимать под словами «тонкая» пластинка. Когда говорят, что интерференция происходит при отражении от тонкой пластинки, то имеют в виду, что ее толщина меньше (в той или иной степени) $l_{\text{ког}}$ и $\rho_{\text{ког}}$ (если $\vartheta \neq 0$). Причем —

это важно — при нормальном падении интерференция обеспечивается только соотношением между толщиной пластинки и $l_{\text{ког}}$.

Для солнечного света ($l_{\text{ког}} \approx 5\lambda$) пластинка будет тонкой, если ее толщина порядка нескольких длин волн. Длину когерентности можно увеличить с помощью светофильтров, соответственно увеличивается и толщина пластинки, которую мы называем тонкой. Для лазерного же излучения тонкой будет пластинка в десятки сантиметров и метров (в зависимости от длины когерентности излучения используемого лазера).

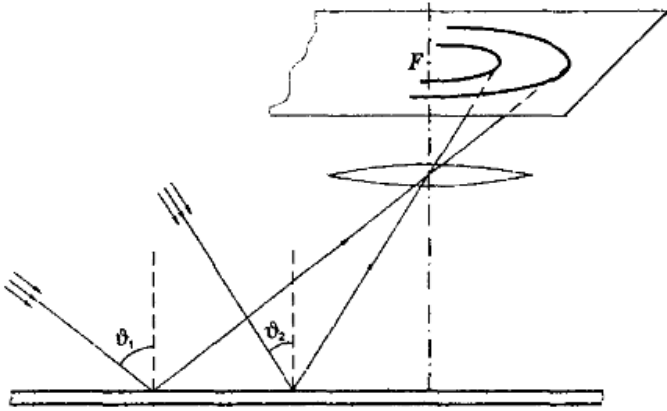


Рис. 1.35

Итак, мы выяснили, что при падении плоской световой волны на плоскопараллельную тонкую пластинку интенсивность отраженного света зависит от угла падения. Изменяя этот угол, мы будем наблюдать чередование максимумов и минимумов отраженного света. Это можно использовать для получения интерференционной картины в виде привычной системы полос. Достаточно использовать в качестве падающего рассеянный монохроматический свет (он содержит волны, падающие на пластинку одновременно под разными углами), а на пути отраженного света поставить линзу и в ее фокальной плоскости экран (рис. 1.35).

Максимумы на экране будут располагаться в местах, соответствующих условию (5.153). Полоса данного порядка интерференции обусловлена светом, падающим на пластинку под одним и тем же углом ϑ , но с разных направлений. Поэтому такие полосы называют *по-*

лосами равного наклона. При расположении линзы как показано на рисунке, эти полосы имеют вид концентрических колец с центром в ее фокусе F . Порядок интерференции m растет с уменьшением угла падения ϑ , и в центре картины он максимален.

Поскольку для наблюдения интерференционной картины в данном случае экран помещают в фокальной плоскости линзы, т.е. так, как его располагают для получения на нем изображения бесконечно удаленных предметов, то говорят, что *полосы равного наклона локализованы в бесконечности*. Роль линзы и экрана может играть хрусталик и сетчатка глаза. В этом случае для наблюдения полос равного наклона глаз нужно аккомодировать (настраивать) так, как при рассмотрении удаленных предметов.

В белом свете интерференционные полосы окрашены. Поэтому такое явление называют *цветами тонких пластинок*.

Клиновидные пластинки. Пусть стеклянная пластинка имеет форму клина с углом раствора $\alpha \ll 1$, и на нее падает плоская монохроматическая световая волна. Теперь отраженные от поверхностей клина световые волны будут распространяться не в одном направлении, а под некоторым углом рис. 1.36.

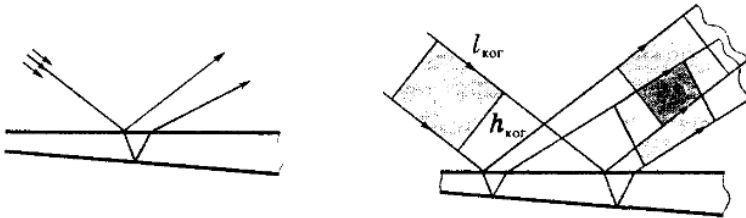


Рис. 1.36

Выясним прежде всего, где будет локализована интерференционная картина. Это проще всего сделать с помощью рис. 1.36, на котором показано, что происходит с областью когерентности после расщепления волны при отражении от поверхностей клина. Ясно, что при небольших значениях $l_{\text{ког}}$ и $\rho_{\text{ког}}$, область перекрытия когерентных частей отраженных волн локализована в основном вблизи поверхности клина и становится все более узкой по мере перемещения в сторону утолщения клина, постепенно исчезая совсем. На рисунке область локализации несколько затемнена.

Так как разность хода лучей, отразившихся от различных участ-

ков клина, неодинакова, в области локализации интерференции появляются светлые и темные полосы, параллельные ребру клина. Каждая из таких полос возникает в результате отражений от участков клина с одинаковой толщиной, поэтому их называют *полосами равной толщины*.

Локализованные вблизи поверхности клина интерференционные полосы можно наблюдать непосредственно глазом, фокусируя его на поверхность клина, либо с помощью линзы, сфокусированной также на поверхность клина. С помощью линзы интерференционную картину с поверхности клина можно отобразить на экран Э, расположенный в плоскости, сопряженной с поверхностью клина.

Полосы равной толщины можно наблюдать в тонкой клиновидной прослойке воздуха между поверхностями двух прозрачных пластинок. Если направление наблюдения близко к нормальному, то оптическая разность хода лучей, отраженных от поверхностей клина в месте, где ширина зазора равна b , определяется как $\Delta = 2b - \frac{\lambda}{2}$. Там, где $\Delta = \left(m - \frac{1}{2}\right) \lambda$, $m = 1, 2, \dots$, возникают минимумы. Т. е. темные полосы возникают в тех местах, где толщина зазора $b = m \frac{\lambda}{2}$. Переход от одной полосы к соседней (ширина полосы Δx) соответствует изменению толщины зазора на $\frac{\lambda}{2}$. Каждая полоса соответствует определенной толщине зазора. Это используют для проверки качества оптических поверхностей при их шлифовке, наблюдая в отраженном свете прослойку между контролируемой и эталонной поверхностями.

Измеряя ширину полосы Δx в монохроматическом свете с известной длиной волны λ , можно измерить углы порядка 0,1 угл. мин и меньше (см. задачу 4 главы 2 “Решение задач”).

В предыдущих рассуждениях мы принимали во внимание только волны, отраженные от поверхностей воздушного клиновидного зазора, игнорируя волны, отраженные от наружных поверхностей пластинок. Это можно сделать лишь постольку, поскольку толщина пластинок обычно значительно превышает длину когерентности используемого света от обычных источников, и отраженные от этих поверхностей волны оказываются некогерентными.

Кольца Ньютона — это кольцевые полосы равной толщины, наблюдаемые при отражении света от поверхностей зазора между стеклянной пластинкой и соприкасающейся с ней выпуклой линзой

рис. 1.37.

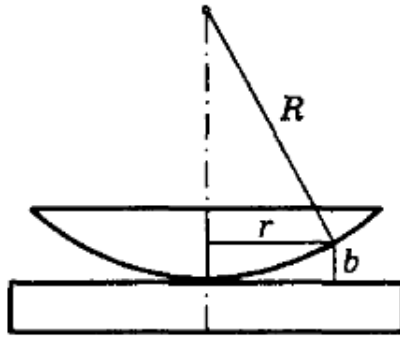


Рис. 1.37

Волна, отраженная от верхней поверхности линзы, в силу небольшой длины когерентности обычных источников света, некогерентна с волнами, отраженными от поверхностей зазора, и участия в образовании интерференционной картины не принимает. Поэтому мы ее и не будем учитывать.

При нормальном падении света кольца в отраженном свете имеют вид концентрических окружностей с центром в точке соприкосновения линзы с пластинкой. Найдем радиусы r темных колец (минимумов).

Сначала запишем условие образования темных колец. Они возникают там, где оптическая разность хода Δ волн, отраженных от обеих поверхностей зазора, равна нечетному числу полуволн:

$$\Delta = 2b + \frac{\lambda}{2} = (2m + 1)\frac{\lambda}{2},$$

где $\frac{\lambda}{2}$ связано с «потерей» полуволны при отражении от пластинки и $m = 0, 1, 2, \dots$. Отсюда

$$2b = m\lambda. \quad (5.155)$$

Далее, согласно теореме Пифагора (см. рис. 1.37), $r^2 = R^2 - (R - b)^2$. Учитывая, что $b \ll R$, получим

$$r^2 = 2bR. \quad (5.156)$$

Из (5.155) и (5.156) следует, что радиус m -го *темного* кольца

$$r_m = \sqrt{m\lambda R}, \quad m = 0, 1, 2, \dots \quad (5.157)$$

Заметим, что значению $m = 0$ соответствует минимум темного *пятна* (не кольца). Аналогичный расчет можно провести и для светлых колец.

Пример. Найдем радиус 5-го светлого кольца, если радиус кривизны выпуклой поверхности линзы $R = 16$ см и контакт ее с плоской поверхностью стекла идеальный (в точке). Длина волны света $\lambda = 0,50$ мкм. Условие максимумов в данном случае имеет вид

$$2b + \frac{\lambda}{2} = m\lambda, \quad m = 1, 2, 3, \dots,$$

где b – толщина зазора в месте m -го максимума (заметим, что если бы мы взяли $-\frac{\lambda}{2}$, то значения m надо было начинать с нуля). Согласно (5.156), $2b = \frac{r_m^2}{R}$. Из этих двух соотношений следует, что искомым радиус

$$r_m = \sqrt{\left(m - \frac{1}{2}\right) \lambda R} = 0,6 \text{ мкм.}$$

Следует обратить внимание на то, что формула (5.157) справедлива лишь в случае идеального (точечного) контакта сферической поверхности линзы с пластинкой. Но идеальных контактов не бывает, номера колец не равны, вообще говоря, порядку интерференции m , и это обстоятельство необходимо учитывать при расчетах (см. задачу 5 главы 2 “Решение задач”). Если линзу постепенно отодвигать от поверхности пластинки, то интерференционные кольца будут стягиваться к центру: это ведь кольца (полосы) равной толщины, а она при этом перемещается к центру. С помощью колец Ньютона можно с достаточно высокой точностью контролировать качество изготовления, например, сферических поверхностей. Рассмотрим теперь на конкретном примере вопрос, связанный с причиной локализации колец Ньютона в очень малой области для обычных линз (кольца приходится рассматривать в микроскоп).

Пример. Плосковыпуклая линза, радиус кривизны сферической поверхности которой $R = 60$ мм, соприкасается со стеклянной пластинкой. Оценим радиус наблюдаемой в отраженном свете интерференционной картины, если длина волны света

$\lambda = 0,60\text{мм}$ и $\Delta\lambda = 0,06\text{мкм}$. Свет падает практически нормально. При нормальном падении света ограничивать интерференционную картину будет только длина когерентности $l_{\text{ког}}$. Кольца исчезают при условии $2b \approx l_{\text{ког}}$, где b — ширина зазора в месте исчезновения колец. Согласно (5.156), $r^2 = 2bR$, а $l_{\text{ког}} \approx \frac{\lambda^2}{\Delta\lambda}$. Из этих формул получим $\frac{r^2}{R} \approx \frac{\lambda^2}{\Delta\lambda}$, откуда

$$r \approx \lambda \sqrt{\frac{R}{\Delta\lambda}} = 0,6\text{мм}.$$

Число видимых колец равно $m = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} \approx 10$. Этот результат можно получить и с помощью (5.157).

5.5 Многолучевая интерференция

До сих пор мы рассматривали двухлучевую интерференцию. Теперь исследуем случай, когда интерферирует много световых лучей.

Допустим, что в данную точку экрана приходит N лучей одинаковой интенсивности, причем фаза каждого следующего луча сдвинута относительно фазы предыдущего на одну и ту же величину δ . Представим возбуждаемые лучами колебания в виде экспонент:

$$E_1 = a \exp(i\omega t), E_2 = a \exp[i(\omega t + \delta)], \dots, E_m = a \exp[i\omega t + (m - 1)\delta], \\ \dots, E_N = a \exp[i\omega t + (N - 1)\delta].$$

Результирующее колебание определится формулой

$$E = \sum_{m=1}^N E_m = a \exp(i\omega t) \sum_{m=1}^N \exp[i(m - 1)\delta].$$

Полученное выражение представляет собой сумму N членов геометрической прогрессии с первым членом, равным единице, и знаменателем, равным $\exp(i\delta)$. Следовательно,

$$E = a \exp(i\omega t) \frac{1 - \exp(iN\delta)}{1 - \exp(i\delta)} = \hat{A} \exp(i\omega t).$$

где

$$\hat{A} = a \frac{1 - \exp(iN\delta)}{1 - \exp(i\delta)} \quad (5.158)$$

есть комплексная амплитуда, которую можно представить в виде

$$\hat{A} = A \exp(i\alpha) \quad (5.159)$$

(A – обычная амплитуда результирующего колебания, α – его начальная фаза).

Произведение величины (5.159) на ее комплексно сопряженную дает квадрат амплитуды результирующего колебания:

$$\hat{A}\hat{A}^* = A \exp(i\alpha)A \exp(-i\alpha) = A^2. \quad (5.160)$$

Подставив в (5.160) значение (5.158) для \hat{A} , получим следующее выражение для квадрата амплитуды:

$$\begin{aligned} A^2 = \hat{A}\hat{A}^* &= a^2 \frac{[1 - \exp(iN\delta)][1 - \exp(-iN\delta)]}{[1 - \exp(i\delta)][1 - \exp(-i\delta)]} = \\ &= a^2 \frac{2 - \exp(iN\delta) - \exp(-iN\delta)}{2 - \exp(i\delta) - \exp(-i\delta)} = \\ &= a^2 \frac{1 - \cos(N\delta)}{1 - \cos \delta} = a^2 \frac{\sin^2\left(\frac{N\delta}{2}\right)}{\sin^2\left(\frac{\delta}{2}\right)}. \end{aligned} \quad (5.161)$$

Интенсивность пропорциональна квадрату амплитуды. Следовательно, интенсивность, возникающая при интерференции N лучей, определяется выражением

$$I(\delta) = K a^2 \frac{\sin^2\left(\frac{N\delta}{2}\right)}{\sin^2\left(\frac{\delta}{2}\right)} = I_0 \frac{\sin^2\left(\frac{N\delta}{2}\right)}{\sin^2\left(\frac{\delta}{2}\right)} \quad (5.162)$$

(K – коэффициент пропорциональности, $I_0 = K a^2$ – интенсивность, создаваемая каждым из лучей в отдельности). При значениях

$$\delta = 2\pi m \quad (m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots) \quad (5.163)$$

выражение (5.163) становится неопределенным. Раскроем неопреде-

ленность по правилу Лопиталья:

$$\begin{aligned} \lim_{\delta \rightarrow 2\pi m} \frac{\sin^2\left(N\frac{\delta}{2}\right)}{\sin^2\left(\frac{\delta}{2}\right)} &= \lim_{\delta \rightarrow 2\pi m} \frac{2\sin\left(N\frac{\delta}{2}\right)\cos\left(N\frac{\delta}{2}\right) \cdot \frac{N}{2}}{2\sin\left(\frac{\delta}{2}\right)\cos\left(\frac{\delta}{2}\right) \cdot \frac{1}{2}} = \\ &= \lim_{\delta \rightarrow 2\pi m} N \frac{\sin(N\delta)}{\sin\delta}. \end{aligned} \quad (5.164)$$

Полученное выражение также оказывается неопределенным. Поэтому применим правило Лопиталья еще раз:

$$\begin{aligned} \lim_{\delta \rightarrow 2\pi m} \frac{\sin^2\left(N\frac{\delta}{2}\right)}{\sin^2\left(\frac{\delta}{2}\right)} &= \lim_{\delta \rightarrow 2\pi m} N \frac{\sin(N\delta)}{\sin(\delta)} = \\ &= \lim_{\delta \rightarrow 2\pi m} N \frac{N \cos(N\delta)}{\cos\delta} = N^2. \end{aligned} \quad (5.165)$$

Таким образом, при $\delta = 2\pi m$ (или разностях хода $\Delta = m\lambda_0$) результирующая интенсивность равна

$$I = I_0 N^2. \quad (5.166)$$

Такой результат можно было предвидеть заранее. Действительно, в точки, для которых $\Delta = 2\pi m$, все колебания приходят в одинаковой фазе. Следовательно, результирующая амплитуда оказывается в N раз больше амплитуды отдельного колебания, а интенсивность в N^2 раз больше интенсивности отдельного колебания.

Назовем места, в которых наблюдается интенсивность, определяемая формулой (5.166), **главными максимумами**. Их положение определяется условием (5.163). Число m называется *порядком* главного максимума. Из выражения (5.162) следует, что в промежутке между двумя соседними главными максимумами располагается $N - 1$ минимумов интенсивности. Чтобы убедиться в этом, рассмотрим, например, промежуток между максимумами нулевого ($m = 0$) и первого ($m = 1$) порядка. В этом промежутке δ изменяется от нуля до 2π , а $\frac{\delta}{2}$ — от нуля до π . Знаменатель выражения (5.162) всюду, кроме концов промежутка, отличен от нуля, причем в середине промежутка он достигает наибольшего значения, равного единице. Величина $N\frac{\delta}{2}$

принимает в рассматриваемом промежутке все значения от нуля до $N\pi$. При значениях $\pi, 2\pi, \dots, (N-1)\pi$ числитель выражения (5.162) становится равным нулю. Это и будут минимумы интенсивности. Их положения отвечают значениям δ , равным

$$\delta = \frac{k'}{N} \cdot 2\pi \quad (k = 1, 2, \dots, N-1). \quad (5.167)$$

В промежутках между $N-1$ минимумами располагаются $N-2$ вторичных максимумов. Наибольшей интенсивностью обладают вторичные максимумы, ближайшие к главным максимумам. Вторичный максимум, ближайший к главному максимуму нулевого порядка, лежит между первым ($k' = 1$) и вторым ($k' = 2$) минимумами. Этим минимумам отвечают значения δ , равные $\frac{2\pi}{N}$ и $\frac{4\pi}{N}$. Следовательно, рассматриваемому вторичному максимуму соответствует $\delta = \frac{3\pi}{N}$. Подстановка этого значения в формулу (5.162) дает

$$I\left(\frac{3\pi}{N}\right) = Ka^2 \frac{\sin^2\left(\frac{3\pi}{2}\right)}{\sin^2\left(\frac{3\pi}{2N}\right)}.$$

Числитель равен единице. При большом N можно положить синус в знаменателе равным его аргументу ($\sin\left(\frac{3\pi}{2N}\right) \approx \frac{3\pi}{2N}$). Тогда

$$I\left(\frac{3\pi}{N}\right) = Ka^2 \frac{1}{\left(\frac{3\pi}{2N}\right)^2} = \frac{Ka^2 N^2}{\left(\frac{3\pi}{2}\right)^2}.$$

В числителе получилась интенсивность главного максимума (см. (5.166)). Таким образом, при большом N ближайший к главному максимуму вторичный максимум имеет интенсивность в $\left(\frac{3\pi}{2}\right)^2 \approx 22$ раза меньшую, чем интенсивность главного максимума. Остальные вторичные максимумы оказываются еще слабее. На рис. 1.38 изображен график функции $I(\delta)$ для $N = 10$. Для сравнения штриховой линией показан график интенсивности для $N = 2$ (двухлучевая интерференция; см. кривую $I(x)$ на рис. 1.27). Из рисунка видно, что с увеличением числа интерферирующих лучей главные максимумы делаются все более узкими. Вторичные максимумы настолько слабы,

что практически интерференционная картина имеет вид узких ярких линий на темном фоне.

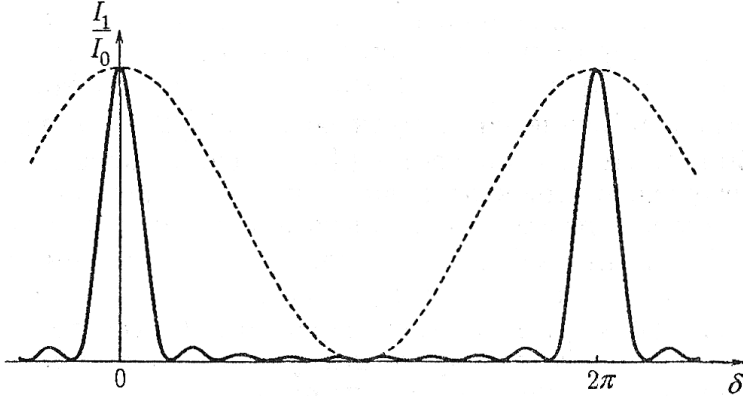


Рис. 1.38

Теперь рассмотрим интерференцию очень большого числа лучей, интенсивность которых убывает в геометрической прогрессии. Складываемые колебания имеют вид

$$E_1 = a \exp(i\omega t), E_2 = a\rho \exp[i(\omega t + \delta)], \dots, \\ E_m = a\rho^{m-1} \exp\{i[\omega t + (m-1)\delta]\}, \dots \quad (5.168)$$

(ρ — постоянная величина, меньшая единицы). Результирующее колебание описывается формулой

$$E = \sum_{m=1}^N E_m = a \exp(i\omega t) \sum_{m=1}^N \rho^{m-1} \exp[i(m-1)\delta].$$

Воспользовавшись выражением для суммы членов геометрической прогрессии, получим

$$E = a \exp(i\omega t) \frac{1 - \rho^N \exp(iN\delta)}{1 - \rho \exp(i\delta)} = \hat{A} \exp(i\omega t).$$

Таким образом, комплексная амплитуда равна

$$\hat{A} = a \frac{1 - \rho^N \exp(iN\delta)}{1 - \rho \exp(i\delta)}. \quad (5.169)$$

Если N очень велико, комплексным числом $\rho^N \exp(iN\delta)$ можно пренебречь по сравнению с единицей (для примера укажем, что $0,9^{100} \approx 3 \cdot 10^{-5}$). Тогда выражение (5.169) упрощается следующим образом:

$$\hat{A} = a \frac{1}{1 - \rho \exp(i\delta)}.$$

Умножив это выражение на комплексно с ним сопряженное, получим квадрат обычной амплитуды результирующего колебания:

$$\begin{aligned} A^2 = \hat{A}\hat{A}^* &= \frac{a^2}{[1 - \rho \exp(i\delta)][1 - \rho \exp(-i\delta)]} = \\ &= \frac{a^2}{1 + \rho^2 - \rho[\exp(i\delta) + \exp(-i\delta)]} = \frac{a^2}{1 + \rho^2 - 2\rho \cos \delta} = \\ &= \frac{a^2}{(1 - \rho)^2 + 2\rho(1 - \cos \delta)} = \frac{a^2}{(1 - \rho)^2 + 4\rho \sin^2\left(\frac{\delta}{2}\right)}. \end{aligned}$$

Отсюда

$$I(\delta) = \frac{K a^2}{(1 - \rho)^2 + 4\rho \sin^2\left(\frac{\delta}{2}\right)} = \frac{I_1}{(1 - \rho)^2 + 4\rho \sin^2\left(\frac{\delta}{2}\right)}, \quad (5.170)$$

где $I_1 = K a^2$ — интенсивность первого (наиболее интенсивного) луча. При значениях

$$\delta = 2\pi m \quad (m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots) \quad (5.171)$$

выражение (5.170) имеет максимумы, равные

$$I_{\max} = \frac{I_1}{(1 - \rho)^2}. \quad (5.172)$$

В промежутках между максимумами функция изменяется монотонно, достигая в середине промежутка значения, равного

$$I_{\min} = \frac{I_1}{(1 - \rho)^2 + 4\rho} = \frac{I_1}{(1 + \rho)^2}. \quad (5.173)$$

Таким образом, отношение интенсивности в максимуме к интенсивности в минимуме

$$\frac{I_{\max}}{I_{\min}} = \left(\frac{1 + \rho}{1 - \rho}\right)^2 \quad (5.174)$$

оказывается тем больше, чем ближе ρ к единице, т. е. чем медленнее происходит убывание интенсивности интерферирующих лучей.

На рис. 1.39 показан график функции (5.170) для $\rho = 0,8$. Из рисунка следует, что интерференционная картина имеет вид узких резких линий на практически темном фоне. В отличие от рис. 1.38 вторичные максимумы отсутствуют.

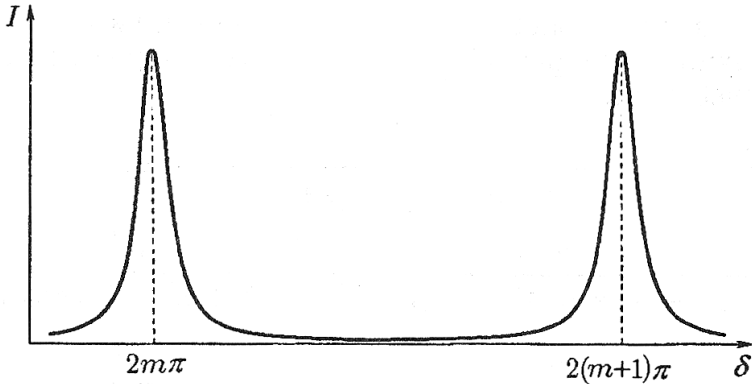


Рис. 1.39

Практически случай большого числа лучей с убывающей интенсивностью осуществляется в *интерферометре Фабри—Перо*. Этот прибор состоит из двух стеклянных или кварцевых пластинок, разделенных воздушным промежутком (рис. 1.40). Тщательной обработкой добиваются того, чтобы неровности внутренних поверхностей пластинок не превышали нескольких сотых долей длины световой волны. Затем на эти поверхности наносятся частично прозрачные металлические слои или диэлектрические пленки.

Внешние поверхности пластинок делают слегка скошенными относительно внутренних, чтобы устранить блики, обусловленные отражением света от этих поверхностей. В первоначальной конструкции интерферометра одна из пластинок могла перемещаться относительно другой неподвижной пластинки с помощью микрометрического винта. Однако ненадежность такой конструкции привела к тому, что она вышла из употребления. В современных конструкциях пластинки закреплены неподвижно. Параллельность внутренних рабочих плоскостей достигается тем, что между пластинками устанавли-

ливается кольцо из инвара или кварца. Это кольцо имеет с каждой стороны по три выступа с тщательно отшлифованными торцами. Пластины прижимаются к кольцу пружинами. Такое устройство надежно обеспечивает строгую параллельность внутренних плоскостей пластинок и постоянство расстояния между ними. Подобный интерферометр с фиксированным расстоянием между пластинками называется эталоном Фабри—Перо.

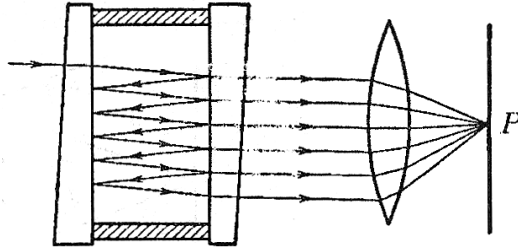


Рис. 1.40

Рассмотрим, что происходит с лучом, вошедшим в зазор между пластинками (рис. 1.41). Пусть интенсивность вошедшего луча равна I_0 . В точке A_1 этот луч разделяется на вышедший наружу луч 1 и отраженный луч $1'$. Если коэффициент отражения от поверхности пластинки равен ρ , то интенсивность луча 1 будет равна $I_1 = (1 - \rho)I_0$, а интенсивность отраженного луча $1'$ равна $I'_0 = \rho I_0$. В точке B_1 луч $1'$ разделяется на два. Показанный штриховой линией луч $1''$ выйдет из игры, а отраженный луч $1''$ будет иметь интенсивность $I''_1 = \rho I'_1 = \rho^2 I_0$. В точке A_2 луч $1''$ разделится на два луча — вышедший наружу луч 2 с интенсивностью $I_2 = (1 - \rho)I''_1 = (1 - \rho)\rho^2 I_0$ и отраженный луч $2'$, и т. д. Таким образом, для интенсивностей вышедших из прибора лучей 1, 2, 3, ... имеет место соотношение

$$I_1 : I_2 : I_3 : \dots = 1 : \rho^2 : \rho^4 : \dots$$

Соответственно для амплитуд колебаний получается соотношение (ср. с (5.168))

$$A_1 : A_2 : A_3 : \dots = 1 : \rho : \rho^2 : \dots$$

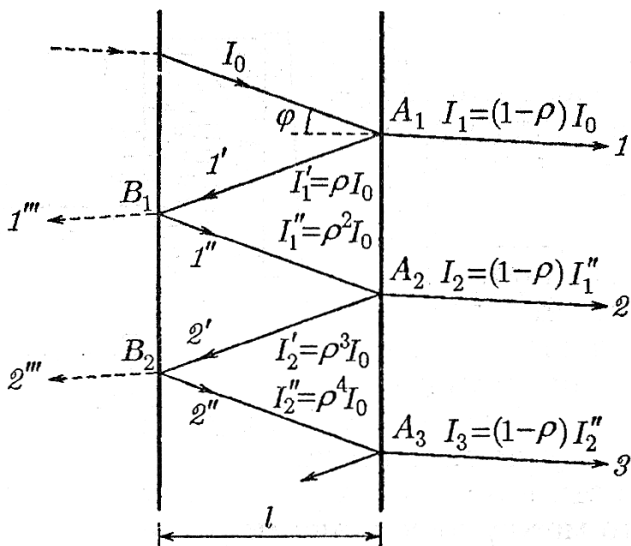


Рис. 1.41

Колемание в каждом из лучей 2, 3, 4, ... отстаёт по фазе от колебания в предыдущем луче на одну и ту же величину δ , определяемую оптической разностью хода Δ , возникающей на пути $A_1 - B_1 - A_2$ либо $A_2 - B_2 - A_3$ и т. д. (см. рис. 1.41). Из рисунка видно, что $\Delta = \frac{2l}{\cos \varphi}$, где φ — угол падения лучей на отражающие слои. Если собрать лучи 1, 2, 3, ... с помощью линзы в точке P фокальной плоскости (см. рис. 1.41), то колебания, создаваемые этими лучами, будут иметь вид (5.168). Следовательно, интенсивность в точке P определяется формулой (5.172), в которой ρ имеет смысл коэффициента отражения, а

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda} \frac{2l}{\cos \varphi}.$$

При пропускании сквозь прибор расходящегося пучка света в фокальной плоскости линзы возникают полосы равного наклона, имеющие вид резких колец (рис. 1.42).

Интерферометр Фабри—Перо используется в спектроскопии для изучения тонкой структуры спектральных линий. Он нашел также широкое применение в метрологии для сравнения длины стандарт-

ного метра с длинами волн отдельных спектральных линий.

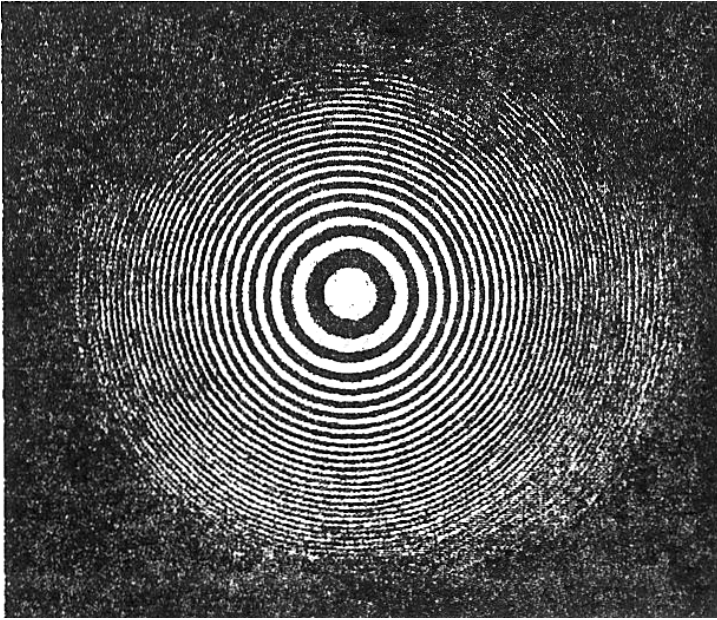


Рис. 1.42

6 Дифракция света

6.1 Принцип Гюйгенса—Френеля

Введение. Под дифракцией света, как и других волновых процессов, понимают любое отклонение от прямолинейного распространения колебаний в среде с резкими неоднородностями (края экранов, отверстия и др.), что связано с отклонениями от законов геометрической оптики. Это приводит к огибанию световыми волнами препятствий и проникновению света в область геометрической тени.

Мы постоянно наблюдаем дифракцию звуковых волн, волн на поверхности воды, радиоволн. Для наблюдения же дифракции световых волн необходимы специальные условия, обусловленные малостью их длин волн λ .

Наблюдение дифракции света проводят обычно по такой схеме. На пути световой волны помещают непрозрачную преграду, закрывающую часть световой волны. За преградой располагают экран, на котором при определенных условиях возникает дифракционная картина в виде той или иной системы полос и пятен — максимумов и минимумов освещенности. Исследование распределения интенсивности света на экране и будет являться основной нашей задачей, поскольку дает достаточно обширную информацию как о свойствах самой световой волны, так и о действии того или иного участка незакрытой части преграды (круглых отверстий, щелей и др.).

Первое объяснение дифракции света принадлежит Френелю (1818 г.). Он показал, что количественное описание дифракционных явлений возможно на основе построения Гюйгенса, если его дополнить принципом интерференции вторичных волн.

Вообще говоря, для описания дифракционных явлений не требуется вводить никаких новых принципов. В рамках электромагнитной теории света задача сводится к нахождению решения уравнений Максвелла при определенных граничных условиях. Однако решение такой задачи представляет большие математические трудности. Поэтому в большинстве случаев, представляющих практический интерес, вполне достаточным оказывается приближенный метод решения задачи о распределении интенсивности света, основанный на принципе Гюйгенса—Френеля. Именно этот принцип и основанные на нем простые и наглядные методы расчета мы и возьмем за основу дальнейшего изложения.

Принцип Гюйгенса—Френеля. Этот принцип является основным постулатом волновой теории, описывающим и объясняющим механизм распространения волн, в частности световых. В чем его суть?

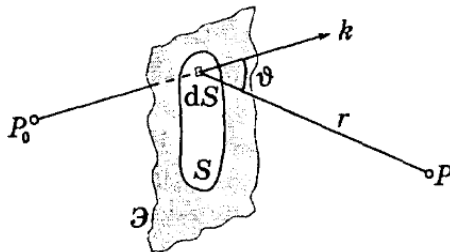


Рис. 1.43

Рассмотрим экран \mathcal{E} с некоторым отверстием, через которое проходит свет от точечного монохроматического источника P_0 (рис. 1.43). Задача состоит в определении напряженности E в любой точке P за экраном.

В методе Френеля предполагается, что напряженность E в точках отверстия такова, как и при отсутствии экрана, и что в точках непосредственно за экраном $E = 0$. Т. е. считается, что существенна только форма отверстия экрана, но не сам экран. Это предположение, как показал опыт, справедливо, когда размеры отверстия и расстояния до источника и точки наблюдения P значительно больше длины волны λ , т. е. когда отклонения от геометрической оптики довольно малы. Оно нарушается для отверстия, например, щели, ширина которой значительно меньше λ .

Закроем мысленно отверстие в экране произвольной поверхностью S . Разобьем эту поверхность на элементарные участки dS . По предположению Френеля каждый из этих участков становится источником вторичной сферической волны. Амплитуда вторичной световой волны, достигающей интересующей нас точки P , должна быть пропорциональна амплитуде E_m первичной волны, приходящей к элементу dS , а также площади самого элемента dS , и обратно пропорциональна расстоянию r от элемента dS до точки P .

Для определения результирующей амплитуды колебаний в точке P , т. е. суммы элементарных амплитуд, необходимо еще учесть, что колебания от разных элементов dS достигают точки P с разными фазами. Это приводит к появлению в выражении для результирующей амплитуды множителя $\cos(kr + \alpha)$, где $k = \frac{2\pi}{\lambda}$, а α — дополнительная фаза, равная фазе первичной волны в элементе dS (для разных элементов она в общем случае не одинакова).

Таким образом, результирующая амплитуда напряженности E_m в точке P может быть представлена как суперпозиция элементарных амплитуд с учетом их взаимных фазовых соотношений:

$$E_m = \int_s K(\vartheta) \frac{a_0}{r} \cos(kr + \alpha) dS, \quad (6.175)$$

где интегрирование проводится по выбранной нами поверхности S .

В интеграле (6.175) a_0 — величина, определяемая амплитудой световой волны в месте нахождения элемента dS ; $K(\vartheta)$ — некоторый

коэффициент, зависящий от угла ϑ между первоначальным направлением световой волны в данной точке — волновым вектором \mathbf{k} — и направлением на точку P . Естественно предположить, что коэффициент K монотонно убывает с ростом угла ϑ . Многие практически важные дифракционные задачи можно, как мы увидим далее, решить при весьма общих предположениях относительно $K(\vartheta)$, не уточняя конкретного вида зависимости его от угла ϑ .

В дальнейшем мы будем рассматривать ситуации, позволяющие в качестве поверхности S брать *волновую* поверхность падающей волны, что значительно упрощает расчеты. В этом случае угол ϑ в коэффициенте $K(\vartheta)$ представляет собой угол между нормалью \mathbf{n} к элементу поверхности dS и направлением от dS к точке P , а дополнительную фазу α в (6.175) можно считать равной нулю, $\alpha = 0$. Интеграл (6.175) выражает собой математическую формулировку **принципа Гюйгенса—Френеля**. Суть этого принципа в следующем: *для определения амплитуды колебания в точке P , лежащей перед некоторой поверхностью S , надо найти амплитуды колебаний, приходящих в эту точку от всех элементов dS поверхности S и затем сложить их с учетом амплитуд и фаз*. При этом предполагается, что все элементы поверхности S взаимно когерентны — это необходимое условие для интерференции вторичных волн.

Принцип Гюйгенса—Френеля можно представить в простой и наглядной форме с помощью векторной (фазовой) диаграммы (рис. 1.44).

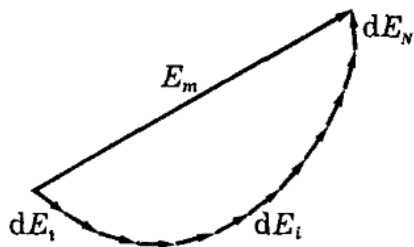


Рис. 1.44

Использование подобных диаграмм в дальнейшем позволит значительно упростить многие рассуждения и расчеты. На этой диаграмме результирующая амплитуда — вектор \vec{E}_m — представлена как векторная сумма амплитуд $d\vec{E}$ колебаний в точке P от различных

элементов dS поверхности S с учетом их фаз, т.е. углов между ними.

6.2 Дифракция Френеля на круглом отверстии

Зоны Френеля. Суммирование (интегрирование) амплитуд элементарных колебаний, приходящих в точку P , вообще говоря, весьма сложно. Но в простейших случаях, обладающих определенной симметрией, интегрирование, как показал Френель, может быть заменено простым алгебраическим или графическим сложением (последнее особенно наглядно).

Суммирование амплитуд колебаний, приходящих от различных элементов волновой поверхности S , Френель предложил делать с помощью разбиения поверхности S на зоны, конфигурация которых зависит от симметрии рассматриваемой задачи.

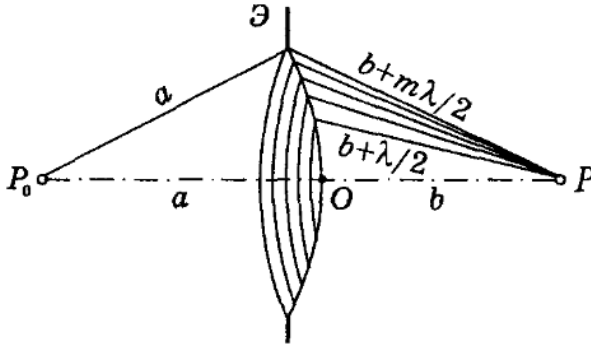


Рис. 1.45

Пользуясь методом Френеля, определим амплитуду световых колебаний в точке P за круглым отверстием на его оси (рис. 1.45). Волновая поверхность S , которой мы перекроем отверстие, симметрична относительно прямой P_0P , поэтому ее наиболее целесообразно разбивать на *кольцевые* зоны с центром на оси отверстия. Эти зоны выбираем так, чтобы расстояние от краев каждой зоны до точки P отличалось друг от друга на половину длины волны, $\frac{\lambda}{2}$. Это и есть *зоны Френеля* в данном случае.

Найдем внешний радиус m -й зоны Френеля, r_m . С этой целью

воспользуемся рис. 1.46, из которого видно, что отрезок равен

$$h_a + h_b = \frac{m\lambda}{2}. \quad (6.176)$$

Выразим h_a и h_b через r_m и соответствующие радиусы a и $b + \frac{m\lambda}{2}$. Согласно теореме Пифагора, $r_m^2 = a^2 - (a - h_a)^2$.

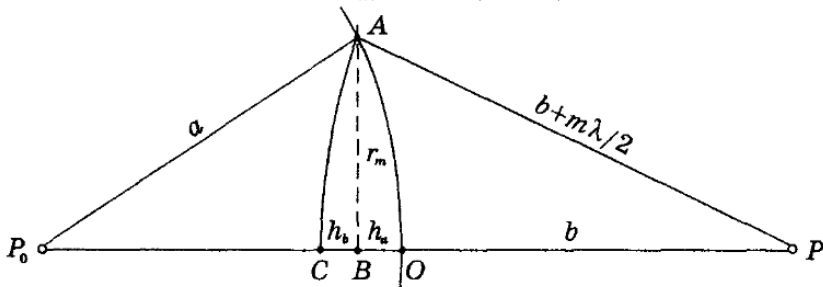


Рис. 1.46

Преобразовав правую часть этого равенства как разность квадратов, получим $r_m^2 = (2a - h_a)h_a$. Обычно мы будем иметь дело со случаями, когда $h_a \ll 2a$, поэтому предыдущее равенство можно записать так:

$$h_a = \frac{r_m^2}{2a}. \quad (6.177)$$

Рассуждая аналогично для правой части рис. 1.46, получим следующее выражение:

$$r_m^2 = \left(b + \frac{m\lambda}{2}\right)^2 - \left(b + \frac{m\lambda}{2} - h_b\right)^2 = (2b + m\lambda - h_b)h_b.$$

Пренебрегая здесь в последней скобке слагаемыми $m\lambda$ и h_b по сравнению с $2b$, приходим к выводу, что

$$h_b = \frac{r_m^2}{2b}. \quad (6.178)$$

Остается подставить (6.177) и (6.178) в исходную формулу (6.176), и мы получим, что внешний радиус m -й зоны Френеля

$$r_m = \sqrt{m\lambda \frac{ab}{a+b}}. \quad (6.179)$$

Заметим, что если падающая нормально на данное отверстие волна плоская ($a \rightarrow \infty$), то

$$r_m = \sqrt{m\lambda b}. \quad (6.180)$$

Если же падающая волна сферическая и сходящаяся в точке, расположенной за отверстием на расстоянии a от него, то a следует считать отрицательным: $a < 0$.

Чтобы иметь некоторое представление о порядках величин, с которыми приходится иметь дело при дифракции света, рассмотрим следующий пример.

Пример. На круглое отверстие радиуса $r = 1,0$ мм нормально падает плоская световая волна с $\lambda = 0,50$ мкм. Определим число зон Френеля, которые укладываются в этом отверстии для точки наблюдения P , расположенной на оси отверстия и отстоящей от него на расстоянии $b = 80$ см.

Поскольку падающая волна плоская, следует воспользоваться формулой (6.180), откуда находим

$$2m = \frac{r^2}{\lambda b} = \frac{(10^{-3})^2}{0,5 \cdot 10^{-6} \cdot 0,8} = 2,5.$$

т.е. в данном случае в отверстии укладывается две с половиной зоны Френеля.

Площади зон (при достаточно малых m) $\Delta S = \pi r_m^2 - \pi r_{m-1}^2$, или

$$\Delta S = \pi \lambda \frac{ab}{a+b}, \quad (6.181)$$

т.е. практически одинаковы. Но амплитуды колебаний, проходящих в точку P от этих зон, монотонно и слабо убывают из-за увеличения расстояния r до точки P от каждой следующей зоны и роста угла ϑ между нормалью к элементам зоны и направлением на точку P .

Фазы колебаний, возбуждаемых в точке P соседними зонами, отличаются на π , поэтому векторы-амплитуды нечетных зон противоположны по направлению векторам-амплитудам от четных зон. И результирующая амплитуда, а значит и интенсивность, зависит от того, четное или нечетное число m зон Френеля уместается в отверстии — для точки наблюдения P . Если число зон нечетное, в точке P наблюдается максимум, если же число зон четное, то — минимум.

Число зон m в отверстии мы можем изменять. Например, для увеличения числа зон надо или расширить отверстие, или

приблизить экран к нему, или то и другое вместе. Это непосредственно вытекает из формулы (6.179), если под r_m понимать радиус отверстия.

Спираль Френеля. Рассмотрим графический метод сложения амплитуд. В этом простом и наглядном методе волновую поверхность мысленно разбивают на весьма узкие кольцевые зоны. Амплитуду колебаний, создаваемых каждой из таких зон, изобразим вектором dA . Вследствие увеличения расстояния r и уменьшения коэффициента K амплитуда колебаний, создаваемых каждой следующей узкой кольцевой зоной, будет убывать по модулю и отставать по фазе от колебаний, создаваемых предыдущей зоной. Изобразив отставание по фазе поворотом каждого вектора dA *против* часовой стрелки на соответствующий угол, получим цепочку векторов, векторная сумма которых и есть результирующая амплитуда колебаний в точке P .

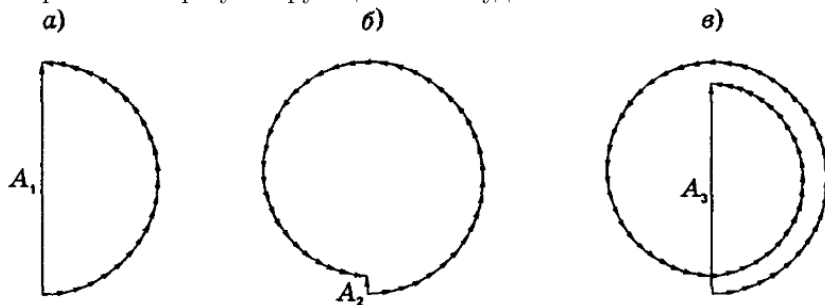


Рис. 1.47

На (рис. 1.47а) показан результат действия 1-й зоны Френеля. Здесь амплитуда колебаний dA_N от узкого кольца, прилегающего к границе 1-й зоны Френеля, отстает по фазе на π от амплитуды колебаний, приходящих в точку P из центра 1-й зоны — от dA_1 , поэтому соответствующие этим амплитудам векторы взаимно противоположны по направлению.

Продолжая построение, получим векторную диаграмму для результирующей амплитуды колебаний в точке P от действия первых двух зон Френеля (рис. 1.47б), затем от первых трех зон Френеля (рис. 1.47в), и т.д. Цепочка по мере увеличения числа узких кольцевых зон будет «закручиваться» в спираль, и в результате амплитуда от действия всех зон (всей волновой поверхности) будет равна

A_∞ (рис. 2.18). Эту спираль назовем *спиралью Френеля* (в отличие от другой спирали, с которой мы встретимся в следующем параграфе).

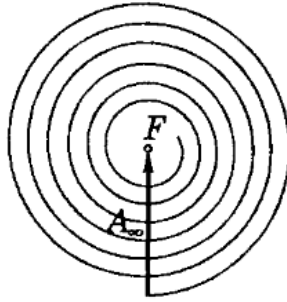


Рис. 1.48

Забегая вперед, отметим, что дифракция Френеля связана с действием лишь нескольких первых витков спирали (более подробно об этом поговорим позднее).

Таким образом, амплитуда колебаний и интенсивность света в точке P (см. рис. 1.45) по мере увеличения радиуса отверстия в экране изменяется не монотонно. Пока открывается первая зона Френеля, амплитуда в точке P увеличивается и достигает максимума при полностью открытой зоне (см. рис. 1.47а). Но по мере открывания второй зоны Френеля амплитуда колебаний в точке P убывает, и при полностью открытых двух первых зонах уменьшается почти до нуля (см. рис. 1.47б). Затем амплитуда увеличивается снова (рис. 1.47в) и т.д.

То же самое будет наблюдаться, если вместо увеличения отверстия приближать к нему точку наблюдения P вдоль прямой P_0P (см. рис. 1.45). Это легко понять из данного рисунка: при этом число открываемых зон Френеля в отверстии экрана \mathcal{E} будет увеличиваться.

На первый взгляд эти результаты, предсказанные на основе принципа Гюйгенса—Френеля, выглядят парадоксальными. Однако они хорошо подтверждаются опытом. В то же время согласно геометрической оптике интенсивность света в точке не должна зависеть от радиуса отверстия.

Итак, амплитуда колебаний в точке P от полностью открытой волновой поверхности, согласно представлениям Френеля, равна $A_\infty = \frac{A_1}{2}$, т. е. интенсивность ($I \sim A^2$) в четыре раза меньше, чем

при наличии экрана с круглым отверстием, открывающим только 1-ю зону Френеля. Особенно неожиданным в методе Френеля представляется тот удивительный вывод, что при отверстии в экране, открывающем для точки P две зоны Френеля, интенсивность в этой точке падает практически до нуля, хотя световой поток через отверстие оказывается вдвое больше.

Пятно Пуассона. Не менее неожиданно и то, что за круглым непрозрачным диском в центре его геометрической тени интенсивность не равна нулю. Если диск перекрывает лишь несколько зон Френеля, то интенсивность в центре геометрической тени почти такая же, как при отсутствии диска. Это непосредственно следует из спирали Френеля (рис. 1.49), поскольку если диск закрывает, скажем, 1,5 зоны Френеля, то результирующий вектор \vec{A}_∞ при полностью открытой волновой поверхности можно представить как сумму двух векторов: $\vec{A}_\infty = \vec{A}_{1,5} + \vec{A}_{\text{ост}}$. Так как первые полторы зоны закрыты, то остается только вектор $\vec{A}_{\text{ост}}$ — от всех остальных зон. Этот вектор по модулю лишь немного меньше вектора \vec{A}_∞ .

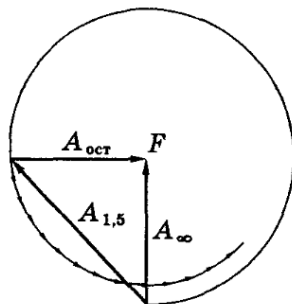


Рис. 1.49

Это светлое пятно в центре геометрической тени называют *пятном Пуассона*. Рассматривая в свое время метод Френеля, Пуассон пришел к выводу, что в центре тени от диска должно быть светлое пятно, но считал этот вывод столь абсурдным, что выдвинул его как убедительное возражение против волновой теории, разиваемой Френелем. Однако это «абсурдное» предсказание было экспериментально подтверждено Арагоном. Волновая теория Френеля восторжествовала.

Зонная пластинка. Если в экране открыть только нечетные зоны Френеля (1-ю, 3-ю, ...), то векторы-амплитуды от этих зон будут сонаправлены и в сумме дадут вектор, во много раз превосходящий по модулю векторы \vec{A}_∞ и \vec{A}_1 . Такой экран называют *зонной пластинкой*. Аналогично можно изготовить зонную пластинку, где открыты только четные зоны Френеля.

Зонная пластинка, содержащая n открытых зон, создает в точке P интенсивность приблизительно в n^2 раз большую, чем отверстие в первую зону Френеля.

Усиление интенсивности света зонной пластинкой эквивалентно фокусирующему действию линзы. Расстояния от зонной пластинки до источника P_0 и его «изображения» P связаны таким же соотношением, как и соответствующие расстояния для линзы. Чтобы в этом убедиться, достаточно переписать формулу (6.179) в виде

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{m\lambda}{r_m^2}, \quad (6.182)$$

где выражение в правой части равенства можно рассматривать как $\frac{1}{f}$, f — фокусное расстояние: $f = \frac{r_m^2}{m\lambda} = \frac{r_1^2}{\lambda}$, поскольку $r_m^2 \sim m$. Но в отличие от линзы, зонная пластинка — система не таутохронная: колебания, приходящие в фокус F от соседних открытых зон, различаются по фазе на 2π (разность хода λ). Кроме этого фокуса (основного), зонная пластинка имеет и другие, а именно те точки F' , в которые колебания от соседних открытых зон приходят с разностью хода $2\lambda, 3\lambda$ и т. д. Эти другие фокусы оказываются более слабыми по сравнению с основным.

Интенсивность света в главном фокусе F зонной пластинки можно увеличить еще в четыре раза, если изменить на π фазы вторичных волн, исходящих из всех зон Френеля с четными (или нечетными) номерами. Тогда векторы-амплитуды от всех зон будут сонаправлены и результирующая амплитуда возрастет еще вдвое. Такая пластинка была изготовлена Вудом путем травления в соответствующих зонах тонкого лакового покрытия. Ее действие вполне эквивалентно действию линзы, так как в обоих случаях вторичные волны от всех точек волновой поверхности приходят в точку F в одинаковых фазах.

Дополнительные замечания. Они касаются как самой спирали Френеля в качестве рабочего инструмента, так и вида дифракционной картины в зависимости от радиуса отверстия.

1. При решении некоторых вопросов, если дело ограничивается первым витком спирали Френеля, т. е. первой зоной, и мы не претендуем на особую точность результатов, то вполне достаточно первый виток принимать за окружность. Погрешность будет при этом для многих случаев несущественной.

Пример. Плоская световая волна интенсивности I_0 падает нормально на экран, в котором для точки наблюдения P открыты только внутренняя половина 1-й зоны Френеля и вторая (внешняя) половина 2-й зоны Френеля. Найдем интенсивность света в точке P . Принимая первый виток спирали Френеля за окружность, построим соответствующие векторы \vec{A}_1 и \vec{A}_2 (рис. 2.16),

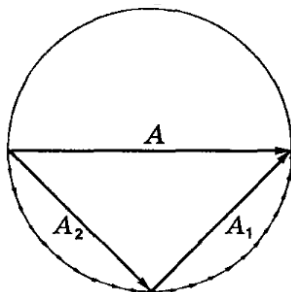


Рис. 1.50

и ответ очевиден: $A = 2A_\infty$, откуда $I = 4I_0$.

2. Метод зон Френеля позволяет сравнительно просто найти интенсивность света только в точке P , лежащей на оси круглого отверстия в экране. Расчет же распределения интенсивности для всей дифракционной картины значительно сложнее. Вся картина обладает круговой симметрией и представляет собой чередующиеся светлые и темные кольца, плавно переходящие друг в друга.

Если в отверстии экрана укладывается 1-я зона Френеля или ее часть, то интенсивность максимальна в центре картины (т.е. в точке P) и монотонно убывает при удалении от точки P . Если отверстие в экране открывает две первые зоны Френеля, то в окрестности точки P возникает темное круглое пятно, а вокруг него — светлое кольцо. С увеличением числа m открытых зон в отверстии экрана увеличивается и число светлых и темных колец. На рис. 1.51 показано распределение интенсивности I от расстояния r до центра дифракционной картины при различном числе m открытых зон Френеля.

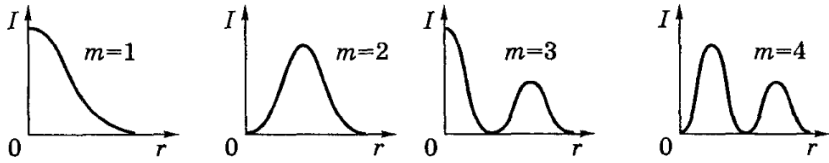


Рис. 1.51

Когда же в отверстии укладывается большое число зон Френеля, интенсивность вблизи точки P оказывается почти равномерной и лишь у краев геометрической тени отверстия наблюдается чередование весьма узких светлых и темных кольцевых полос.

Продемонстрируем на конкретном примере возможности спирали Френеля (см. рис. 2.18) при дифракции от некоторых объектов, не обладающих круговой симметрией.

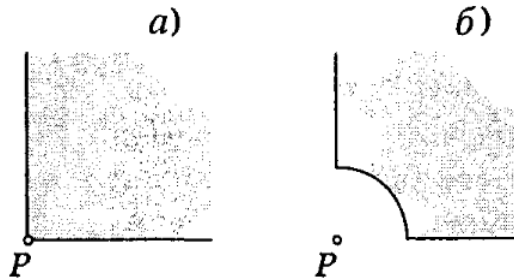


Рис. 1.52

Пример. Плоская световая волна интенсивности I_0 падает нормально на экраны, показанные на рис. 2.17. Найдём интенсивность света в точке P , расположенной за экранами, если в случае $a)$ открыто $\frac{3}{4}$ волновой поверхности, а в случае $б)$ закруглённая часть экрана является границей 1-й зоны Френеля для точки P . Прежде всего ясно, что в этих случаях дифракционная картина (чередующиеся светлые и темные полосы) не будет обладать круговой симметрией, она значительно сложнее. Но расчет для указанной точки P оказывается достаточно простым. Действительно, в случае $a)$ от каждой зоны Френеля будет действовать только $\frac{3}{4}$ ее части, следовательно, амплитуда в точке P будет $A = \left(\frac{3}{4}\right) A_\infty$ и интенсивность

$I = \left(\frac{3}{4}\right)^2 I_0$. В случае же б) результирующая амплитуда A в точке P будет равна разности амплитуды от первой зоны Френеля A_1 и амплитуды от всех остальных зон $\left(\frac{3}{4}\right) A_{\text{ост}}$, где $A_{\text{ост}} \approx A_\infty$. Подчеркнем: именно разности, поскольку обеим амплитудам на спирали Френеля (см. рис. 2.18) соответствуют векторы, противоположно направленные, т. е. имеющие разность фаз π . Итак, результирующая амплитуда в точке P равна

$$A = A_1 - \left(\frac{3}{4}\right) A_{\text{ост}} = 2A_\infty - \left(\frac{3}{4}\right) A_\infty = \left(\frac{5}{4}\right) A_\infty.$$

Отсюда интенсивность $I = \left(\frac{5}{4}\right)^2 I_0$.

Замечания о методе Френеля. Вычисления, выполненные на основе принципа Гюйгенса—Френеля, дают, как показывает опыт, правильное распределение интенсивности при дифракции, т. е. позволяют найти правильное значение амплитуды результирующей волны в любой точке экрана, если размеры отверстий или препятствий не оказываются слишком малыми (сравнимыми с длиной волны λ), другими словами, при не очень больших углах дифракции.

При этом, однако, в методе расчета Френеля есть принципиальные неясности. Главные из них заключаются в следующем.

1. При вычислении результатов интерференции элементарных волн приходится считать, что амплитуда колебаний от элементов dS волновой поверхности зависит от угла ϑ между нормалью к элементу dS и направлением на точку P , для которой ведется расчет. Амплитуда максимальна при $\vartheta = 0$ и монотонно убывает до нуля при стремлении ϑ к $\frac{\pi}{2}$, т. е. нет «обратной» волны. Это обстоятельство остается не обоснованным в теории Френеля.
2. Расчет по методу Френеля дает неправильное значение фазы результирующего колебания. Для полностью открытой волновой поверхности она отличается на $\frac{\pi}{2}$ от действительной. Это видно из рис. 2.18. Направление спирали Френеля в ее начале дает в точке наблюдения фазу колебаний от центрального элемента первой зоны. Это и есть то значение фазы, которое соответствует действительности. Результирующий же вектор от полностью открытой волновой поверхности повернут на $\frac{\pi}{2}$ против часовой

стрелки, т. е. отстает по фазе на $\frac{\pi}{2}$. Таким образом, постулат Френеля, правильно задавая амплитуды вспомогательных источников, неудачно определяет их фазы.

Для большинства задач вопрос о фазе не имеет значения, ибо нас интересует интенсивность результирующей волны, которая пропорциональна квадрату амплитуды. Значение же последней метод Френеля дает правильное.

Итак, несмотря на некоторые недостатки, метод Френеля в вопросах расчета интенсивности волн для многих случаев является весьма плодотворным*.

6.3 Дифракция Френеля на полуплоскости и щели

В предыдущем параграфе мы рассматривали с помощью принципа Гюйгенса—Френеля дифракцию сферической волны от круглого отверстия. Осевая симметрия задачи подсказывала выбор конфигурации зон, на которые мы разбивали открытую часть волновой поверхности — в виде *круговых* колец. Теперь перейдем к случаю, когда волновая поверхность плоская и характер препятствия (полуплоскость, щель) предписывает разбивать открытую часть волновой поверхности на зоны в виде *прямолинейных* полосок.

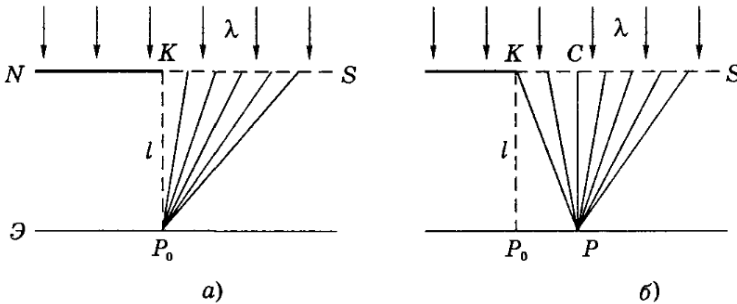


Рис. 1.53

Дифракция от прямолинейного края полуплоскости. Пусть на экран Э падает нормально плоская монохроматическая волна дли-

*Впоследствии Кирхгоф дал более строгую формулировку принципу Гюйгенс—Френеля, устраняющую формально почти все недостатки теории Френеля

ны λ . Расположим перед экраном на расстоянии ℓ от него непрозрачную полуплоскость N с прямолинейным краем (рис. 1.53). Если бы свет распространялся прямолинейно, то на экране \mathcal{E} мы наблюдали бы резкую тень от края этой полуплоскости (точка P_0 на рисунке). В действительности же из-за волнового характера света на экране \mathcal{E} образуется сложная дифракционная картина.

Для расчета этой картины воспользуемся принципом Гюйгенса—Френеля. В данном случае в качестве интересующей нас волновой поверхности S возьмем ту открытую ее часть, которая продолжает непрозрачную полуплоскость. Соответствующие расчеты были проведены аналитически Френелем, получены результаты в виде так называемых *интегралов Френеля*, и задача, таким образом, была решена. Мы не будем воспроизводить здесь этот расчет и ограничимся лишь интерпретацией его и полученного результата с помощью векторной диаграммы. Это наиболее простой и наглядный метод, открывающий к тому же весьма эффективные практические применения.

Из соображений симметрии ясно, что дифракционная картина на экране \mathcal{E} будет зависеть только от расстояния до границы геометрической тени — точки P_0 на рис. 1.53, т.е. светлые и темные полосы должны быть параллельны прямолинейному краю K непрозрачной полуплоскости N . Говоря далее об амплитуде колебаний в точке P на экране, мы будем иметь в виду, что это относится ко всем точкам *прямой*, проходящей через точку P и параллельной краю полуплоскости.

Сначала найдем амплитуду колебаний в точке P_0 , которая находится на краю геометрической тени (рис. 1.53а). Для этой точки (и только для нее) мы могли бы использовать разбиение открытой части волновой поверхности на полукольца — полузоны Френеля. Но поскольку нам предстоит определять амплитуду колебаний и в других точках экрана, то в соответствии с симметрией данной задачи разобьем мысленно открытую часть волновой поверхности S на весьма узкие одинаковой ширины прямолинейные полосы (зоны), параллельные краю полуплоскости.

Амплитуду колебаний, приходящих в точку P_0 от первой зоны-полоски изобразим вектором $d\vec{A}_1$ (рис. 1.54). Амплитуду колебаний от следующей полоски — вектором $d\vec{A}_2$, повернутым на очень небольшой угол *против* часовой стрелки, так как эти колебания проходят до точки P_0 несколько большее расстояние и, значит, отстают по фазе.

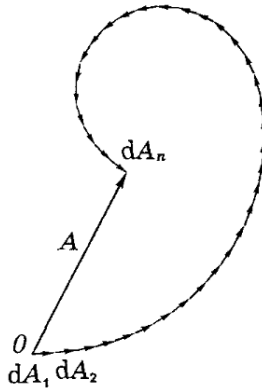


Рис. 1.54

В дальнейшем угол между соседними векторами-амплитудами становится все больше, поскольку запаздывание по фазе колебаний, приходящих в точку P_0 от последующих зон-полосок растет все больше. Модули же векторов $d\vec{A}_i$ будут уменьшаться (из-за увеличения расстояния до P_0 и угла ϑ между нормалью к полоске и направлением на точку P_0). Результирующая амплитуда колебаний в точке P_0 от достаточно широкой полосы волновой поверхности S изобразится суммой (цепочкой) векторов $d\vec{A}_i$ от всех укладываемых на этой полосе элементарных зон-полосок. Это вектор \vec{A} на рис. 1.54.

Спираль Корню. В пределе, когда ширина полосы стремится к бесконечности, т. е. превращается в полуплоскость, и ширина каждой элементарной зоны-полоски стремится к нулю, цепочка векторов превращается в плавную кривую, являющуюся правой половиной спирали Корню (рис. 2.19).

Эта спираль состоит из двух симметричных ветвей, закручивающихся вокруг фокусов F_1 и F_2 . Ее левая половина описывает действие колебаний, приходящих в точку P_0 от участков волновой поверхности (если бы они были открыты), лежащих левее края K непрозрачной полуплоскости (см. рис. 1.53а).

Амплитуда колебаний в точке P_0 от волновой поверхности, лежащей правее края K непрозрачной полуплоскости, изобразится вектором, проведенным из точки O в фокус F_2 спирали Корню. Амплитуда же колебаний в точке P_0 от полностью открытой волновой поверхности — вектором, проведенным из фокуса F_1 в фокус F_2 .

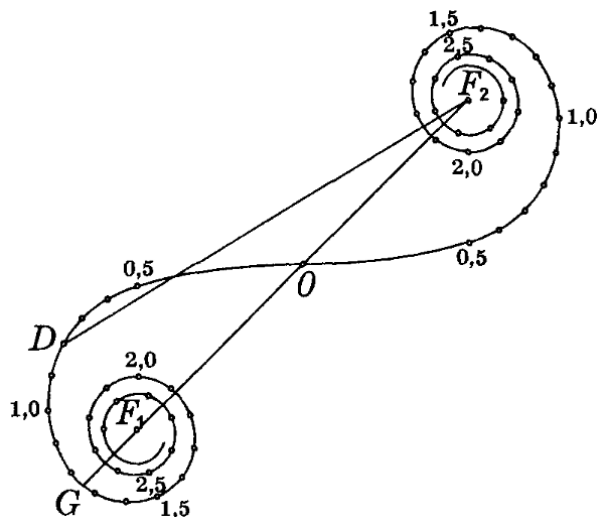


Рис. 1.55

Для нахождения вектора-амплитуды колебаний в точке P , лежащей, например, правее точки P_0 (см. рис. 1.53), от какой-либо полосы волновой поверхности, лежащей между координатами x_1 и x_2 , нужно построить вектор, который замыкает соответствующий этой полосе участок спирали Корню.

Это делается так. Каждой точке спирали Корню соответствует определенное значение некоторого параметра s (он пропорционален длине дуги спирали, отсчитываемой от точки O на рис. 2.19). Значения параметра указаны вдоль кривой. Из аналитического расчета следует, что параметр s связан с расстоянием x , отсчитываемым от точки C до интересующей нас точки D волновой поверхности S (рис. 1.56) формулой

$$s = x \sqrt{\frac{2}{\ell \lambda}}, \quad (6.183)$$

где λ — длина волны света, ℓ — расстояние между экраном \mathcal{E} и волновой поверхностью S , в плоскости которой расположено то или иное препятствие на пути световой волны.

Обратим внимание на то, что параметр s пропорционален расстоянию x . Значит, $x \sim s \sim$ длине дуги спирали Корню, отсчитываемой

от точки O (см. рис. 2.19) в соответствующую сторону (вправо или влево).

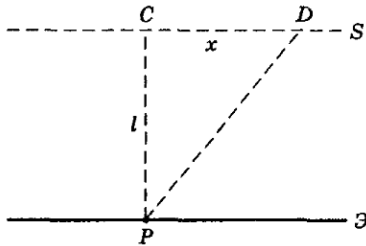


Рис. 1.56

Теперь покажем как с помощью спирали Корню получить распределение интенсивности света на экране вблизи края геометрической тени при дифракции плоской волны от прямолинейного края непрозрачной полуплоскости N . Если точка P находится правее точки P_0 (см. рис. 1.53б), то правая часть волновой поверхности S (от точки C) полностью открыта, и на спирали Корню амплитуда колебаний в точке P соответствует вектору DF_2 . Конец этого вектора находится в фокусе F_2 , а начало — точка D — в зависимости от положения точки P . Когда P находится на краю геометрической тени (в точке P_0), точка D совпадает с точкой O на спирали Корню (см. рис. 2.19), и вектор-амплитуда соответствующих колебаний изобразится вектором OF_2 , равным половине вектора F_1F_2 — от полностью открытой волновой поверхности S . Поэтому интенсивность света в точке P_0 в четыре раза меньше интенсивности I_0 в отсутствие непрозрачной полуплоскости.

При перемещении точки P вправо от точки P_0 точка D на спирали Корню (начало вектора DF_2) будет перемещаться по левой ветви спирали, так как слева от точки C будут открываться все новые зоны-полоски. Это приводит к тому, что амплитуда и интенсивность в точке P при удалении ее от P_0 будут последовательно проходить через максимумы и минимумы, различие между которыми постепенно уменьшается и интенсивность приближается к значению I_0 (рис. 1.57).

При перемещении точки P влево от точки P_0 — в область геометрической тени, точка D на спирали Корню перемещается вправо от точки O . Легко видеть, что длина вектора DF_2 , а значит и интенсив-

ность, будет монотонно уменьшаться до нуля (см. рис. 1.57).

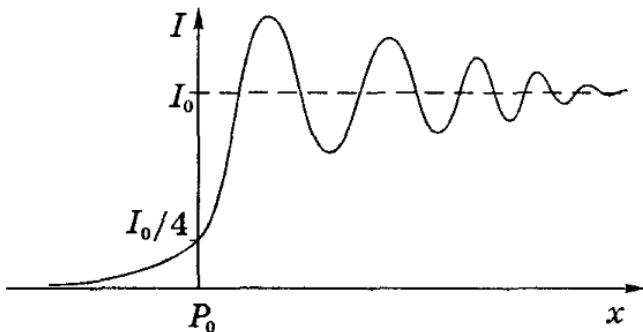


Рис. 1.57

Теперь покажем на конкретном примере как просто с помощью спирали Корню и формулы (6.183) решаются вопросы, связанные с распределением интенсивности при дифракции света от края непрозрачной полуплоскости.

Пример. Дифракцию плоской волны от края непрозрачной полуплоскости наблюдают на экране Э, отстоящем от полуплоскости N на расстоянии $\ell = 100$ см. Длина волны света $\lambda = 500$ нм. Найдём расстояние Δx между первыми двумя максимумами на экране Э и интенсивность первого максимума, если интенсивность падающего света равна I_0 . Согласно формуле (6.183)

$$\begin{aligned} \Delta x &= x_2 - x_1 = (s_2 - s_1) \sqrt{\frac{\ell \lambda}{2}} = \\ &= (2,3 - 1,2) \sqrt{\frac{1 \cdot 500 \cdot 10^{-9}}{2}} = 5,5 \cdot 10^{-4} \text{ м} = 0,55 \text{ мм}. \end{aligned}$$

С помощью рис. 2.19 и линейки находим, что отношение амплитуды 1-го максимума, т. е. расстояния между точками G и F₂, к амплитуде падающего света F₁F₂ равно $\eta \approx 1,175$. Следовательно, интенсивность 1-го максимума

$$I_1 = \eta^2 I_0 = 1,37 I_0.$$

Следует отметить, что обычно точка наблюдения P в лабораторных установках находится за непрозрачной полуплоскостью на рас-

стоянии, не превышающем порядка одного метра. При этом для определения амплитуды результирующего колебания играет роль сравнительно небольшой участок волновой поверхности S , лежащий вблизи края полуплоскости. В таких условиях край практически любого препятствия можно считать прямолинейным и для расчета дифракционной картины успешно пользоваться спиралью Корню.

Дифракция от щели. Таким же образом — с помощью спирали Корню и формулы (6.183) — можно рассчитать распределение интенсивности в дифракционной картине от бесконечно длинной прямолинейной щели. Сама дифракционная картина на экране имеет симметричный относительно середины вид чередующихся светлых и темных полос, параллельных щели (предполагается, что плоская световая волна падает на щель нормально).

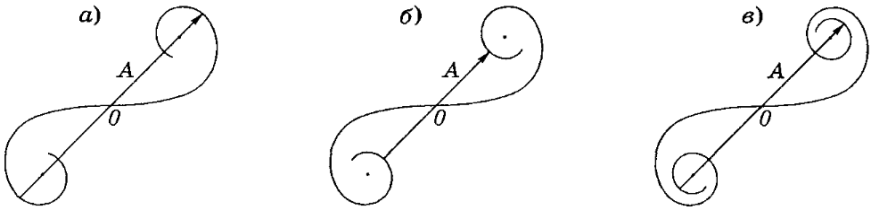


Рис. 1.58

С помощью той же спирали Корню легко убедиться в том, что при постепенном увеличении ширины щели интенсивность в середине дифракционной картины будет сначала иметь максимум, затем минимум, потом опять максимум и т.д. (рис. 2.21 а, б, в). Таким образом, мы будем наблюдать при этом последовательное чередование максимумов и минимумов (в середине картины), разность между которыми будет постепенно уменьшаться, стремясь к интенсивности I_0 падающего на щель света. Сама же дифракционная картина будет постепенно локализовываться только вблизи геометрической тени от краев щели.

Пример. На прямолинейную щель в непрозрачной преграде падает нормально плоская световая волна (рис. 2.20). Длина волны $\lambda = 0,60$ мкм. Расстояние от щели до экрана \mathcal{E} равно $\ell = 50$ см. Найдем минимальную ширину b щели, при которой в точке P интенсивность будет максимальной. Это означает, что амплитуда колебаний в точке P должна быть максимальной, т.е. соответствующей рис. 2.21а. При этом параметр

s должен быть равным (см. рис. 2.19) $s \approx 1,3$. Согласно формуле (6.183) этому значению параметра s отвечает расстояние

$$x = s \sqrt{\frac{\ell \lambda}{2}} = 0,5 \text{ мм.}$$

Значит, искомая ширина щели $b = 2x = 1 \text{ мм}$.

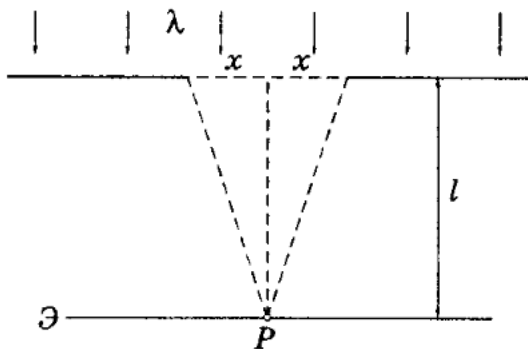


Рис. 1.59

Отметим, что в отличие от спирали Френеля, которая давала возможность решать вопросы об интенсивности только в одной точке дифракционной картины, спираль Корню позволяет в ряде случаев находить распределение интенсивности во всех точках дифракционной картины.

6.4 Дифракция Фраунгофера

Дифракция Фраунгофера. Фраунгофер предложил иной способ наблюдения дифракции, получивший значительно большее практическое применение в оптике, поскольку приводит к более простым закономерностям (формулам). В этом способе на дифракционный объект (отверстие, щель и др.) направляют параллельный пучок света (плоскую волну) и дифракционную картину наблюдают на достаточно большом расстоянии, т. е. практически в параллельных лучах. Это и есть *дифракция Фраунгофера* или *дифракция в параллельных лучах*.

Есть критерий, позволяющий судить, с каким видом дифракции — френелевой или фраунгоферовой — мы имеем дело в каждом конкретном случае. Чтобы его получить, воспользуемся формулой (6.180),

т.е. $r_m = \sqrt{m\lambda b}$. Напомним, эта формула относится к случаю, когда на отверстие радиуса r_m падает нормально плоская световая волна, причем m означает число зон Френеля, которые укладываются в данном отверстии для точки наблюдения P , отстоящей от отверстия на расстояние b . Из этой формулы следует, что $m = \frac{r_m^2}{\lambda b}$. Там же было отмечено, что характер дифракционной картины определяется только числом m открытых зон Френеля, и ничем другим. Значит, последнее выражение для m и можно взять в качестве интересующего нас параметра p , заменив в этом выражении r_m на некоторый характерный размер h отверстия в преграде и b на ℓ .

Таким образом, безразмерный параметр p определяется следующим выражением:

$$p = \frac{h^2}{\ell\lambda} \quad (6.184)$$

где h — некоторый характерный размер: радиус или диаметр (это не существенно) круглого отверстия, или, например, ширина щели и т.п.

Значение именно этого безразмерного параметра и определяет характер дифракции:

$$\begin{aligned} p \ll 1 & \quad - \quad \text{дифракция Фраунгофера,} \\ p \sim 1 & \quad - \quad \text{дифракция Френеля,} \\ p \gg 1 & \quad - \quad \text{приближение геометрической оптики.} \end{aligned} \quad (6.185)$$

Пример. Выясним, с каким видом дифракции (френелевой или фраунгоферовой) мы имеем дело, если параллельный пучок света с длиной волны $\lambda = 0,6$ мкм падает нормально на круглое отверстие диаметром $D = 1,0$ мм, образуя дифракционную картину на экране, отстоящем от отверстия на расстояние $\ell = 50$ см. В этом случае параметр

$$p = \frac{D^2}{\ell\lambda} = \frac{(10^{-3})^2}{0,5 \cdot 0,6 \cdot 10^{-6}} \approx 3$$

Согласно критерию (6.185) это соответствует дифракции Френеля. И расчет дифракционной картины будет правильным, если его проводить по формулам дифракции Френеля.

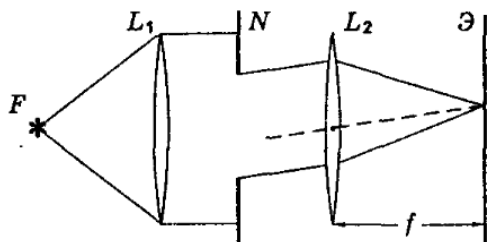


Рис. 1.60

Практически дифракцию Фраунгофера наблюдают с помощью схемы, показанной на рис. 1.60. Точечный источник света S располагают в фокусе F линзы L_1 . Из линзы выходит параллельный пучок лучей, на пути которого находится некоторая преграда N с тем или иным отверстием. Дифрагированные лучи проходят линзу L_2 и падают на экран \mathcal{E} , расположенный в фокальной плоскости линзы L_2 (на фокусном расстоянии f). Таким образом, в каждую точку экрана падают только те лучи, которые до линзы L_2 были параллельны друг другу.

Вид дифракционной картины на экране зависит от формы и размеров отверстия и длины волны падающего света. Наша задача — найти распределение интенсивности в дифракционной картине. В общем случае произвольной формы отверстия решение этой задачи — процедура весьма трудная в техническом отношении и, вообще говоря, не представляет особого интереса.

Практически наибольший интерес имеют три случая:

- 1) дифракция на круглом отверстии,
- 2) дифракция на узкой прямолинейной щели,
- 3) дифракция на регулярной системе щелей (дифракционная решетка).

Рассмотрим эти случаи подробнее.

6.5 Дифракция Фраунгофера на круглом отверстии

Дифракция Фраунгофера на круглом отверстии представляет большой практический интерес, поскольку в оптических приборах оправы

линз и объективов, а также диафрагмы имеют обычно круглую форму.

Дифракционную картину Фраунгофера от круглого отверстия в преграде N можно наблюдать на экране \mathcal{E} в фокальной плоскости линзы L , направив на отверстие нормально плоскую световую волну (рис. 1.61).

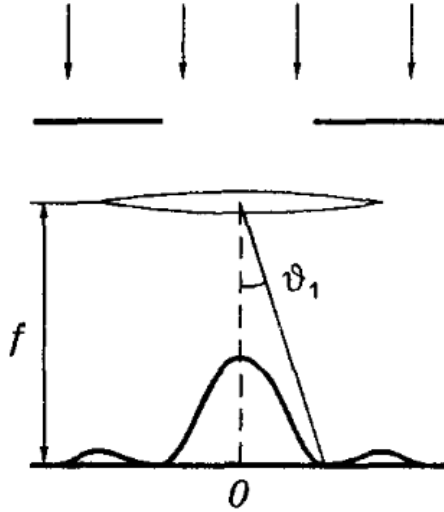


Рис. 1.61

Эта картина имеет вид центрального светлого пятна, окруженного чередующимися темными и светлыми кольцами. Соответствующий расчет (он представляет большие трудности, и мы не будем его приводить) дает, что минимум первого темного кольца отстает от центра дифракционной картины на угловое расстояние

$$\vartheta_1 = 1,22 \frac{\lambda}{D} \quad (6.186)$$

— это при условии, что диаметр отверстия $D \gg \lambda$, что чаще всего и бывает.

На рис. 2.23 показана зависимость интенсивности света I от углового радиуса ϑ (угла дифракции), здесь O — центр дифракционной картины. Из формулы (6.186) следует, что размер дифракционной

картины тем меньше, чем больше диаметр отверстия D . Подавляющая часть светового потока (84%), проходящего через отверстие, попадает в область центрального светлого пятна. Поэтому в первом приближении дифракционную картину можно считать состоящей из одного лишь светлого пятна с угловым радиусом ϑ_1 , определяемым формулой (6.186). И центральное светлое пятно можно рассматривать как изображение удаленного точечного источника, уширенное дифракцией от краев круглого отверстия диаметра D .

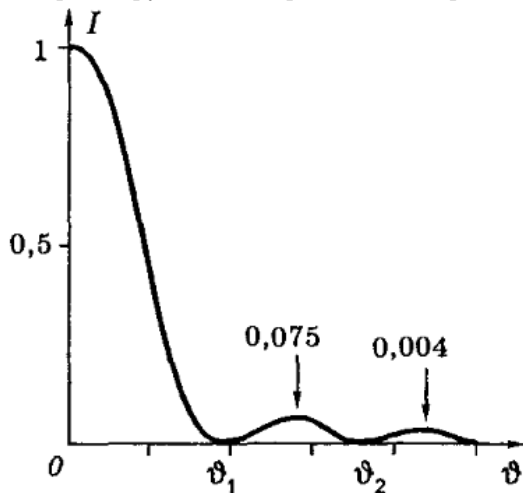


Рис. 1.62

Пример. Найдём диаметр d в мм центрального светлого пятна на экране, если диаметр отверстия $D = 1,0$ мм, фокусное расстояние $f = 50$ см и длина волны света $\lambda = 0,5$ мкм. Экран находится в фокальной плоскости линзы. Освещённость светлого центрального пятна по мере увеличения угла дифракции ϑ монотонно падает (см. рис. 2.23) и при визуальном наблюдении по контрасту это пятно кажется меньше. Его «диаметр» d приближенно можно считать равным радиусу первого тёмного кольца, т.е. $d \approx f\vartheta$. Воспользовавшись формулой (6.186), получим

$$d \approx 1,22 \frac{\lambda f}{D} = 1,22 \frac{0,5 \cdot 10^{-6} \cdot 0,5}{10^{-3}} \approx 0,3 \cdot 10^{-3} \text{ м} = 0,3 \text{ мм}.$$

Следует обратить внимание на то, что в центре фраунгоферовой дифракционной картины от круглого отверстия *всегда* образуется максимум (в отличие от френелевой дифракции, когда в центре может образоваться как максимум, так и минимум).

Дифракционная расходимость пучка. Полученные результаты можно использовать для оценки дифракционной расходимости пучков света, диаметр которых ограничен, например, в результате прохождения плоской световой волны через отверстие (или диафрагму). Мы отметили, что основная часть светового потока, проходящего через отверстие, приходится на центральный дифракционный максимум, поэтому его ширину можно принять в качестве оценки угловой расходимости $\delta\Theta$ пучка с первоначальным диаметром поперечного сечения D :

$$\delta\Theta \sim \frac{\lambda}{D}. \quad (6.187)$$

Это весьма важный вывод: принципиально (из-за дифракции) невозможно создать совершенно параллельный ограниченный в сечении пучок света. Этим уширением можно пренебречь лишь в тех случаях, когда оно мало по сравнению с исходной шириной пучка.

Пример. Оценим дифракционное уширение «параллельного» лазерного пучка с исходным диаметром $D_0 = 2$ мм на расстоянии $\ell = 100$ м от лазера, если длина волны света $\lambda = 0,60$ мкм. Из-за дифракционной расходимости интересующий нас диаметр пучка оказывается равным

$$D \approx \ell\delta\Theta \approx \frac{\ell\lambda}{D_0} = \frac{100 \cdot 0,6 \cdot 10^{-6}}{2 \cdot 10^{-3}} = 30 \cdot 10^{-3} \text{ м} = 30 \text{ мм}.$$

Как видно, дифракционное уширение весьма значительно.

Дифракция от множества отверстий. Важно отметить, что при фраунгоферовой дифракции распределение интенсивности в дифракционной картине определяется только *направлением* лучей, а не положением световых пучков. Это означает, что распределение интенсивности не изменится, если отверстие в преграде сместить в сторону без изменения его ориентации.

Особый интерес представляет ситуация, когда в преграде имеется *большое число N одинаковых отверстий*. Здесь возможны два случая:

- 1) отверстия расположены хаотично, беспорядочно;

2) отверстия расположены упорядоченно, регулярно.

В первом случае фазовые соотношения между волнами, дифрагированными от отдельных отверстий, имеют случайный характер (волны оказываются *некогерентными*). Поэтому для каждого направления наблюдения происходит простое сложение интенсивностей волн, дифрагированных от всех отверстий. Распределение интенсивности в дифракционной картине от одного отверстия не зависит от его положения. От большого числа N отверстий получается такая же картина, но усиленная по интенсивности в N раз.

Этим приемом, кстати, пользуются, желая усилить освещенность дифракционной картины от «одного» отверстия, если источник света довольно слабый.

Во втором случае, напротив, волны, дифрагированные от соседних отверстий, имеют определенное значение разности фаз, и волны оказываются *когерентными*. Интерференция этих волн существенно изменяет дифракционную картину, образуя резкое увеличение интенсивности в некоторых направлениях. Это обстоятельство имеет большое практическое значение, и более подробно мы рассмотрим этот вопрос на примере дифракционной решетки в § 6.7 (стр. 121).

Разрешающая способность объектива. Как мы сейчас увидим, соотношение (6.186) играет важную роль в этом вопросе. Вследствие волновой природы света изображение точки, даваемое линзой, имеет вид дифракционного кружка — результат дифракции света на оправе линзы. Так как свыше 80% проходящего через линзу светового потока приходится на центральное светлое пятно, то в дальнейшем на окружающие его кольца можно не обращать внимания.

Теперь рассмотрим два одинаковых некогерентных точечных источника. Если расстояние между центрами их изображений мало по сравнению с размерами центральных светлых пятен, то результирующая картина практически не отличается от изображения одного точечного источника. И тогда говорят, что объектив *не разрешает* рассматриваемые точки.

Начиная с некоторого расстояния между центрами обоих светлых кружков, между ними появляется темный провал, и это будет восприниматься как раздельное изображение двух точек. Объектив, как говорят, будет *разрешать* эти точки.

Количественный критерий разрешающей способности может быть сформулирован по ряду причин лишь условно. Такой условный кри-

терий был предложен Рэлеем. Согласно *критерию Рэля*, два точечных некогерентных источника считаются разрешенными, если центр дифракционного пятна от одного из них совпадает с ближайшим к центру минимумом дифракционной картины от другого. Это соответствует минимальному угловому расстоянию между источниками, определяемому формулой (6.186):

$$\vartheta_{\text{мин}} = 1,22 \frac{\lambda}{D}. \quad (6.188)$$

Результирующая картина показана на рис. 1.63, где провал составляет около 25% от максимума интенсивности.

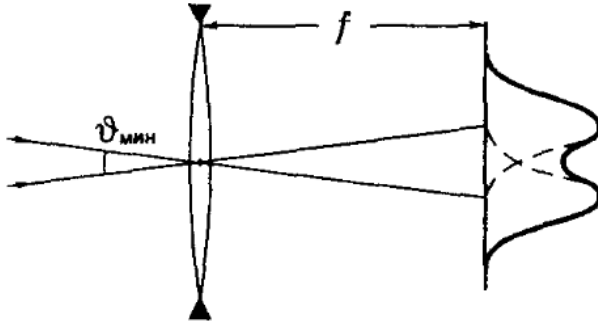


Рис. 1.63

Величину, обратную предельному углу $\vartheta_{\text{мин}}$, называют *разрешающей способностью* (или разрешающей силой):

$$R = \frac{1}{\vartheta_{\text{мин}}} = \frac{D}{1,22\lambda}. \quad (6.189)$$

Рассматриваемый вопрос особенно важен в теории телескопа. Изображение звезды в фокальной плоскости объектива телескопа представляет собой лишь дифракционную картину, образуемую круглой оправой объектива. Как видно из (6.189), разрешающая способность объектива телескопа пропорциональна диаметру объектива. Телескоп с диаметром зеркала $D = 5$ м может обеспечить для света с $\lambda = 0,55$ мкм угловое разрешение

$$\vartheta_{\text{мин}} = 1,22 \frac{0,55 \cdot 10^{-6}}{5} \approx 1,3 \cdot 10^{-7} \approx 0,03 \text{ угл. сек}$$

и разрешающую способность $R \sim 10^7$.

Увеличение разрешающей способности телескопов путем сооружения гигантских конструкций имеет естественный предел, обусловленный прочностью конструкционных материалов. Этот предел практически уже достигнут. Принципиально новые возможности повышения разрешающей способности связаны с идеей, суть которой состоит в построении большой оптической системы из множества зеркал сравнительно небольшого размера, которые образуют единую поверхность. Это позволяет существенно снизить массу составного зеркала-отражателя.

Глаз при рассматривании удаленных предметов действует в принципе так же, как объектив. Поэтому формулы (6.188) и (6.189) применимы и к глазу. Роль величины D играет диаметр d зрачка глаза. Полагая $d \approx 4$ мм, $\lambda = 0,55$ мкм, находим, что разрешаемое угловое расстояние глазом

$$\vartheta_{\text{мин}} = \frac{1,22\lambda}{d} = 1,67 \cdot 10^{-4} = 35 \text{ угл.сек.}$$

Этот результат удивительно хорошо согласуется с физиологической оценкой разрешающей способности глаза, связанной со структурой его сетчатки.

6.6 Дифракция Фраунгофера на щели

В отличие от дифракции Фраунгофера от круглого отверстия, расчет дифракции от узкой длинной щели с параллельными краями оказывается значительно проще, и мы воспроизведем его достаточно детально. Соответствующий расчет и здесь будет проведен с помощью принципа Гюйгенса—Френеля.

Рассмотрим случай, когда на щель ширины b падает нормально плоская световая волна (рис. 1.64).

Разобьем мысленно эту щель — она же открытая часть волновой поверхности — на очень узкие одинаковые по ширине зоны-полоски, параллельные прямолинейным краям щели. Суммирование вторичных волн проведем с помощью векторной диаграммы.

Колебания, приходящие в точку P от каждой такой зоны-полоски имеют *одинаковую* амплитуду dA , поскольку распространяются параллельно друг другу перед линзой и, значит, dA не зависит от прой-

денного пути до точки P (напомним, что линза — система таутохронная). При этом разность фаз между колебаниями, приходящими в точку P от соседних зон-полосок, будет одинакова.

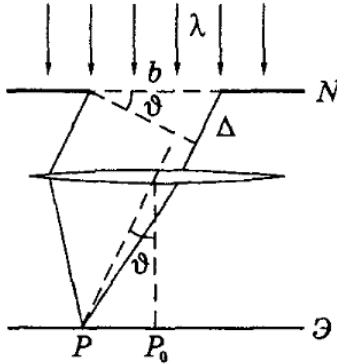


Рис. 1.64

Отсюда следует, что при графическом изображении мы получим цепочку векторов $d\vec{A}_i$, одинаковых по модулю и повернутых относительно друг друга на один и тот же угол (рис.1.65а). Результирующая амплитуда изобразится вектором \vec{A} — хордой дуги окружности с центром в точке C .

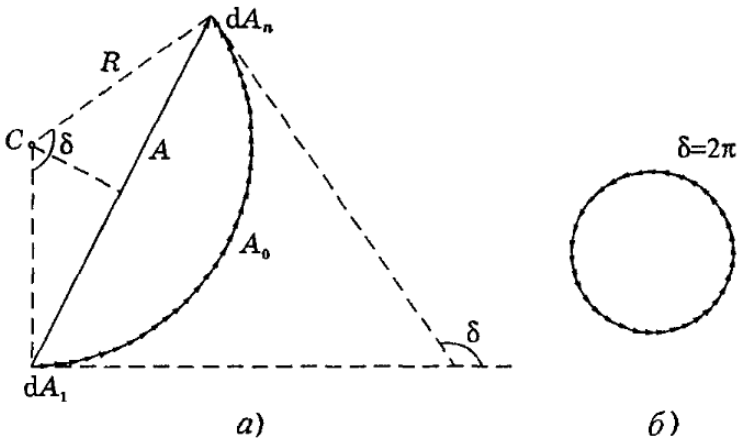


Рис. 1.65

Заметим, что для точки P_0 эта цепочка образует *прямую*, что соответствует максимуму интенсивности.

Условие минимумов. Если разность хода крайних лучей (см. рис. 1.64) составляет $\Delta = \lambda$, то их разность фаз $\delta = 2\pi m$, цепочка оказывается замкнутой и амплитуда результирующего колебания обращается в нуль (рис. 1.65б). Это первый минимум дифракционной картины, представляющей собой симметричную относительно середины систему чередующихся светлых и темных полос, параллельных щели.

Результирующая амплитуда обращается в нуль и тогда, когда разность фаз от крайних элементов щели равна $2\pi m$, где $m = 1, 2, \dots$. Цепочка при этом замыкается после m оборотов, практически *не меняя своей длины* A_0 , поскольку угол дифракции ϑ обычно достаточно мал.

Разность фаз δ связана с разностью хода Δ известным соотношением, т.е.

$$\delta = 2\pi \frac{\Delta}{\lambda},$$

где λ — длина волны света.

Так как $\Delta = b \sin \vartheta$ (см. рис. 1.64) и в минимуме $\delta = 2\pi m$, то из этих трех равенств следует **условие для минимумов**:

$$\boxed{b \sin \vartheta_m = \pm m\lambda}, \quad m = 1, 2, \dots \quad (6.190)$$

Заметим, что $m \neq 0$, поскольку при $m = 0$ образуется *максимум* (цепочка векторов становится прямой). Из этой формулы видно, что уменьшение ширины b щели приводит к расширению дифракционной картины.

Распределение интенсивности. Найдем интенсивность I света на экране в зависимости от угла дифракции ϑ . Это легко сделать с помощью рис. 1.65а. Обозначив радиус цепочки-дуги через R , запишем:

$$A = 2R \sin \frac{\delta}{2}, \quad A_0 = R\delta \quad (6.191)$$

Остается исключить R из этих двух равенств, и мы получим:

$$A = A_0 \frac{\sin \left(\frac{\delta}{2} \right)}{\frac{\delta}{2}}. \quad (6.192)$$

А так как $I \sim A^2$, то искомая зависимость будет иметь вид:

$$I = I_0 \frac{\sin^2 \alpha}{\alpha^2} \quad (6.193)$$

где $\alpha = \frac{\delta}{2} = \pi \frac{\Delta}{\lambda} = \frac{\pi b \sin \vartheta}{\lambda}$. График зависимости I от $\sin \vartheta$ показан на рис. 1.66.

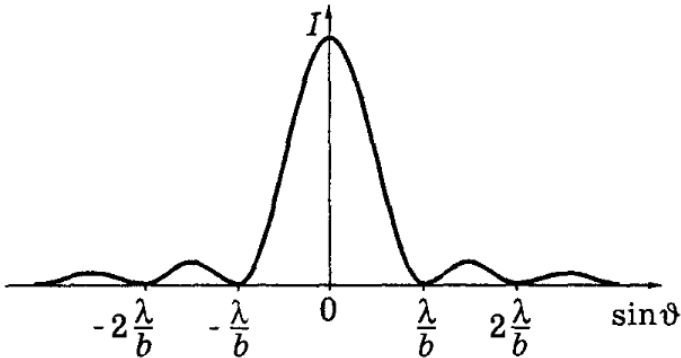


Рис. 1.66

Интенсивность второго максимума составляет около 4% от интенсивности центрального, поэтому можно считать, что практически весь световой поток, проходящий через щель, сосредоточен в первом (центральном) максимуме, угловая полуширина которого равна $\frac{\lambda}{b}$. Этот результат согласуется с формулой (6.187), определяющей дифракционную расходимость «параллельных» световых пучков ограниченного сечения.

Отметим также, что в середине симметричной дифракционной картины, состоящей из чередующихся светлых и темных полос, при дифракции Фраунгофера *всегда* образуется максимум освещенности (в отличие от френелевой дифракции, где центральная полоса может быть как светлой, так и темной).

Если плоская световая волна падает на щель наклонно под углом ϑ_0 к нормали, то разность хода между колебаниями, распространяющимися от краев щели под углом ϑ к нормали, будет равна $\Delta = b(\sin \vartheta - \sin \vartheta_0)$. Это при условии, что оба угла, ϑ и ϑ_0 , отсчитываются от нормали в одну сторону — *по* или *против часовой* стрелки.

Условие дифракционных минимумов в данном случае принимает вид

$$b(\sin \vartheta_m - \sin \vartheta_0) = \pm m\lambda, \quad (6.194)$$

Центральный максимум ($m = 0$) будет расположен под углом $\vartheta_m = \vartheta_0$, т.е. в направлении падающей волны, и дифракционная картина будет несимметрична относительно центральной светлой полосы.

Теорема Бабине. Эта полезная теорема касается свойств так называемых *дополнительных экранов*. Например, в нашем случае, когда в непрозрачной преграде имеется щель, то дополнительным к нему экраном будет непрозрачная прямолинейная полоска, ширина которой равна ширине щели.

Согласно теореме Бабине, фраунгоферовы дифракционные картины в фокальной плоскости объектива совершенно одинаковы от дополнительных экранов, за исключением самого фокуса. Эта теорема следует из того, что согласно принципу Гюйгенса—Френеля дифрагированные волны можно представить как сумму вторичных волн, исходящих из каждого элемента площади отверстий экрана. Пусть вектор-амплитуда дифрагированной в некотором направлении волны для данного экрана равна \vec{A}_1 , а для дополнительного к нему экрана в этом же направлении — \vec{A}_2 . В отсутствие обоих экранов амплитуды волн для всех направлений, кроме направления первоначальной волны, равны нулю. Следовательно, по принципу Гюйгенса—Френеля получим $\vec{A}_1 + \vec{A}_2 = 0$, откуда $A_1 = A_2$. Так как интенсивность $I \sim A^2$, то тем самым теорема доказана.

Теорема Бабине позволяет упростить решение многих дифракционных задач, заменяя экраны дополнительными. Например, надо определить толщину человеческого волоса. Для этого получают от него фраунгоферову дифракционную картину, а затем *такую же по размеру картину* — от щели, подбирая ее ширину. Найденная ширина щели и равна диаметру человеческого волоса.

6.7 Дифракционная решетка

Дифракционная решетка является важнейшим спектральным прибором, предназначенным для разложения света в спектр и измерения длин волн. Она представляет собой стеклянную или металлическую

пластинку, на которых нанесено очень много (иногда до сотен тысяч) прямых равноотстоящих штрихов одинаковой конфигурации.

Рассмотрим простейшую идеализированную решетку, состоящую из одинаковых равноотстоящих щелей в непрозрачном экране. Пусть ширина каждой щели равна b , а период решетки — d . В решетке реализуется многолучевая интерференция когерентных дифрагированных пучков света, исходящих из щелей решетки при ее освещении.

Дифракционную (точнее дифракционно-интерференционную) картину наблюдают по методу Фраунгофера, т.е. в параллельных лучах, а практически — в фокальной плоскости объектива (рис. 1.67а).

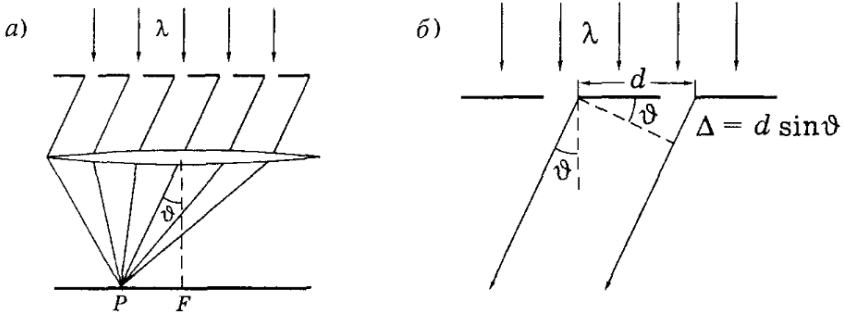


Рис. 1.67

Пусть плоская монохроматическая световая волна падает на решетку *нормально*. Каждая из щелей в отдельности давала бы в фокальной плоскости объектива дифракционную картину, показанную на рис. 1.66. И такие картины от всех щелей в отсутствие когерентности точно накладывались бы друг на друга, независимо от их положения. Интенсивности при этом складывались бы, и мы получили бы при наличии N щелей дифракционную картину как от одной щели, но усиленную в N раз.

При освещении же решетки *когерентным* светом, световые волны от всех щелей интерферируют друг с другом, и дифракционная картина резко меняется. Мы будем наблюдать систему достаточно узких максимумов.

Главные максимумы. В середину дифракционно-интерференционной картины* когерентные колебания от всех щелей приходят

*Далее мы будем называть ее по традиции просто дифракционной.

в фазе. Это значит, что если амплитуда от одной щели равна A_1 , а число щелей в решетке N , то результирующая амплитуда A и соответствующая ей интенсивность I будут определяться формулами

$$A = A_1 N, \quad I = I_1 N^2.$$

Такой же результат получается и при углах дифракции ϑ , для которых оптическая разность хода Δ колебаний от соседних щелей (см. рис. 1.67б) равна целому числу длин волн:

$$d \sin \vartheta_m = \pm m \lambda, \quad m = 0, 1, 2, \dots, \quad (6.195)$$

где знаки “ \pm ” следуют из симметрии дифракционной картины относительно нормали к решетке ($\vartheta_0 = 0$): при знаке “+” угол $\vartheta_m > 0$, а при знаке “-” угол $\vartheta_m < 0$.

В направлениях ϑ_m , определяемых этим уравнением, возникают максимумы, интенсивность которых в N^2 раз превосходит интенсивность от каждой щели в том же направлении. Их называют **главными максимумами** m -го порядка, а уравнение (6.195) — *условием главных максимумов*. Именно главные максимумы и представляют особый практический интерес. Как мы увидим далее, они получаются тем более узкими и резкими, чем большее число N штрихов содержит решетка.

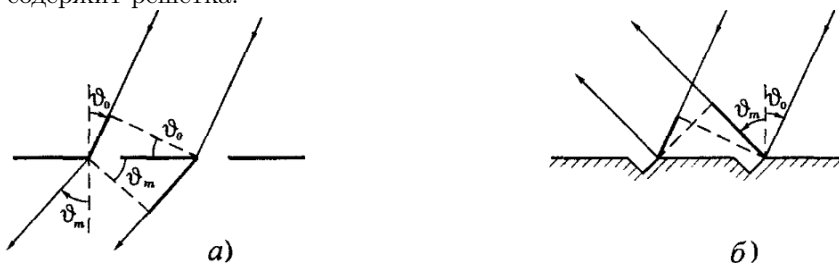


Рис. 1.68

При наклонном падении плоской волны на решетку — под углом ϑ_0 к нормали (рис. 1.68а) разность хода соответствующих лучей от двух соседних штрихов (щелей) равна $\Delta = d(\sin \vartheta - \sin \vartheta_0)$, и направления ϑ_m на главные френгоферовы максимумы определяются условием

$$d(\sin \vartheta_m - \sin \vartheta_0) = \pm m \lambda. \quad (6.196)$$

с учетом следующего *правила знаков* для углов ϑ_m и ϑ_0 : они должны отсчитываться в *одном* направлении от нормали к решетке, например *по* часовой стрелке (см. рис. 1.68а, где ϑ_0 и $\vartheta_m > 0$).

Это же условие (6.196) справедливо и для отражательной решетки, если углы ϑ_m и ϑ_0 отсчитывать в *противоположных* направлениях от нормали (см. рис. 1.68б, где ϑ_0 и $\vartheta_m > 0$).

Отметим попутно, что форма штрихов решетки не влияет на положение главных фраунгоферовых максимумов, и условия (6.195) и (6.196) являются универсальными.

Интерференционные минимумы. Для выяснения дальнейших деталей фраунгоферовой дифракционной картины воспользуемся векторной диаграммой, которая позволит легко найти и результирующую амплитуду A колебаний, приходящих в произвольную точку P фокальной плоскости объектива (см. рис. 1.67).

Векторная диаграмма в нашем случае представляет собой цепочку векторов-амплитуд когерентных колебаний, приходящих в точку P от каждой из N щелей: A_1, A_2, \dots, A_N (рис. 1.69).

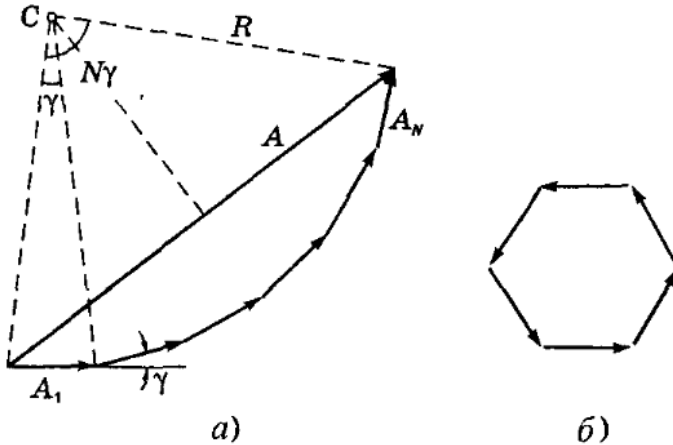


Рис. 1.69

По модулю эти векторы одинаковы, и каждый следующий отстает от предыдущего (или опережает, это не существенно) по фазе на один и тот же угол γ . Этот угол связан с оптической разностью хода Δ соответствующих лучей от соседних щелей известным соотноше-

нием ($\frac{2\pi}{\lambda} \Delta$), т.е. в нашем случае — при нормальном падении света на решетку

$$\gamma = 2\pi \frac{\Delta}{\lambda} = 2\pi \frac{d \sin \vartheta}{\lambda}, \quad (6.197)$$

где d — период решетки (см. рис. 1.67б).

Теперь проследим, как будет вести себя эта цепочка векторов (а значит и ее замыкающая A) при удалении точки P от фокуса F (см. рис. 1.67а), т.е. с ростом угла дифракции ϑ .

Ясно, что при этом будет увеличиваться разность фаз γ между колебаниями от соседних щелей, и цепочка векторов будет постепенно закручиваться. Первый раз она замкнется и вектор A обратится в нуль, когда угол $N\gamma$ станет равным 2π — это непосредственно видно из рис. 1.69б.

При дальнейшем росте угла ϑ , а значит, разности фаз γ и $N\gamma$, цепочка будет периодически то распрямляться (главные максимумы, $A = \text{макс}$), то замыкаться (интерференционные минимумы, $A = 0$). Последнее будет происходить при значениях угла $N\gamma$ кратных 2π :

$$N\gamma = 2\pi m', \quad (6.198)$$

где m' принимает целочисленные значения, кроме $0, N, 2N, \dots$, при которых цепочка распрямляется, и мы получаем главные максимумы.

Подставив в (6.198) значение γ из формулы (6.197), получим:

$$d \sin \vartheta = \pm \frac{m'}{N} \lambda. \quad (6.199)$$

Это выражение представляет собой *условие для интерференционных минимумов* (при целочисленных значениях m' , кроме $0, N, 2N, \dots$). Оно же содержит и условие (6.195) для главных максимумов (при $m' = 0, N, 2N, \dots$). Между двумя соседними главными максимумами расположены $N - 1$ интерференционных минимумов. А между последними, в свою очередь, — *добавочные максимумы*, интенсивность которых при достаточно большом числе N штрихов решетки пренебрежимо мала (как мы увидим далее, она составляет не более 5% от интенсивности главных максимумов).

В отличие от условия (6.195), которое дает только *положения* главных максимумов, соотношение (6.199) позволяет определить и

их *угловую ширину*. В самом деле, при переходе от главного максимума к соседнему минимуму (рис. 1.70) m' меняется на единицу, например от N до $N + 1$.

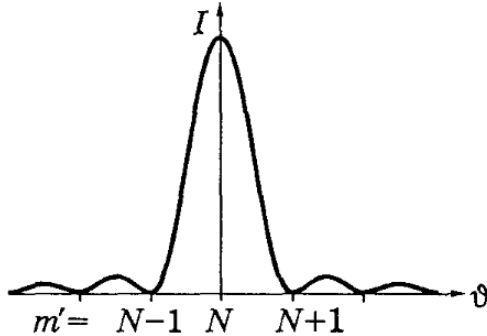


Рис. 1.70

Тогда при достаточно большом N угловую полуширину $\delta\vartheta$ главного максимума 1-го порядка можно найти, взяв дифференциал уравнения (6.199) с учетом того, что m' при этом меняется на единицу ($\delta m' = 1$). Тогда $d \cos \vartheta \delta\vartheta = \frac{\lambda}{N}$, откуда

$$\delta\vartheta = \frac{\lambda}{Nd \cos \vartheta} = \frac{\lambda}{h \cos \vartheta}. \quad (6.200)$$

Обращает на себя внимание тот факт, что $\delta\vartheta$ зависит не от d и N в отдельности, а от их произведения, которое есть не что иное как ширина решетки $h = Nd$. С ростом угла дифракции ϑ ширина главных максимумов увеличивается. Главные максимумы будут тем уже, чем больше ширина решетки h и меньше угол дифракции ϑ .

Теперь выясним, что означает утверждение, например, «угловая ширина главного максимума $\delta\vartheta$ мала». По сравнению с чем? Ответ достаточно очевидный: величину $\delta\vartheta$ надо сравнивать с угловой шиной $\Delta\vartheta$ между соседними главными максимумами. Если $\delta\vartheta \ll \Delta\vartheta$, мы говорим, что главные максимумы узкие (резкие). Оценим отношение этих двух величин. Значение $\delta\vartheta$ соответствует изменению m' в (6.199) на единицу, но таких значений m' между двумя соседними главными максимумами оказывается N . Считая, что на каждый интервал $\delta m' = 1$ приходится одно и то же значение $\delta\vartheta$ (для оценки), приходим к выводу, что $\delta\vartheta$ в N раз меньше, чем $\Delta\vartheta$. Итак, резкость

главных максимумов пропорциональна числу штрихов решетки (более точный расчет приводит к тому же результату).

Таким образом, с помощью условий (6.195) и (6.199) мы можем установить не только положения главных максимумов, но и их угловую ширину (резкость). Остается решить вопрос об их интенсивности. Рассмотрим его сначала качественно.

Проследивая с помощью рис. 1.69, как будет вести себя векторная диаграмма по мере увеличения угла дифракции ϑ , мы оставили без внимания тот факт, что при этом каждый вектор цепочки по модулю будет уменьшаться, ибо он определяется дифракцией от каждой щели. В соответствии же с рис. 1.65 результирующий вектор при закручивании цепочки будет сначала уменьшаться и в дальнейшем вести себя аналогично тому, как показано на рис. 1.66.

Следовательно, кроме интерференционных минимумов, необходимо иметь в виду и *дифракционные минимумы*, определяемые условием (6.189), т.е.

$$b \sin \vartheta_m = \pm m\lambda, \quad m = 1, 2, \dots,$$

где b — ширина каждой щели.

При этом условии *все* векторы цепочки обращаются в нуль, значит и результирующая интенсивность в *этих* направлениях всегда должна быть равна нулю. Даже в том случае, если этому направлению соответствует главный максимум m -го порядка.

Пример. Найдём отношение периода решетки к ширине щели, $\frac{d}{b}$, при котором пропадает главный максимум 3-го порядка. В этом направлении — под углом дифракции ϑ — должны выполняться два условия:

$$d \sin \vartheta_x = \pm 3\lambda, \quad b \sin \vartheta_x = \pm \lambda.$$

Из отношения этих двух равенств находим: $\frac{d}{b} = 3$. Это значит, что в пределах основного дифракционного максимума мы будем наблюдать два главных максимума. Третий попадет на дифракционный минимум и, значит, пропадет.

Интенсивность главных максимумов. Распределение интенсивности в дифракционно-интерференционной картине проще всего получить с помощью векторной диаграммы (см. рис. 1.69). Из этой

диаграммы видно, что результирующую амплитуду A при интерференции N волн можно записать так:

$$A = 2R \sin \left(N \frac{\gamma}{2} \right),$$

где R — вспомогательный радиус дуги окружности, описанной вокруг данной цепочки векторов. Кроме того, амплитуда A_1 колебаний от каждой щели, как видно из этого же рисунка,

$$A_1 = 2R \sin \left(\frac{\gamma}{2} \right).$$

Исключив $2R$ из последних двух формул, получим:

$$A = A_1 \frac{\sin \left(N \frac{\gamma}{2} \right)}{\sin \left(\frac{\gamma}{2} \right)}.$$

Учитывая, что A_1 определяется формулой (6.192) и интенсивность $I \sim A^2$, приходим к следующему (искомому) выражению:

$$I = I_0 \frac{\sin^2 \left(\frac{\delta}{2} \right)}{\left(\frac{\delta}{2} \right)^2} \cdot \frac{\sin^2 \left(N \frac{\gamma}{2} \right)}{\sin^2 \left(\frac{\gamma}{2} \right)}. \quad (6.201)$$

где, напомним,

$$\delta = 2\pi \frac{b \sin \vartheta}{\lambda}, \quad \gamma = 2\pi \frac{d \sin \vartheta}{\lambda}. \quad (6.202)$$

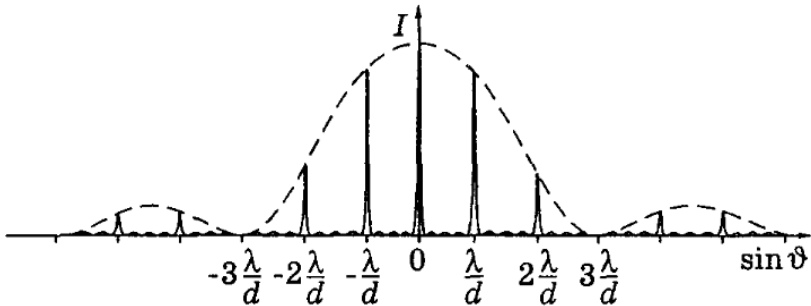


Рис. 1.71

Полученный результат (6.201) графически представлен на рис. 1.71 как зависимость интенсивности дифракционной картины от угла дифракции ϑ , точнее от $\sin \vartheta$. Как видим, интерференция многих пучков привела к резкому перераспределению интенсивности света, обусловленному дифракцией от каждой щели.

Первая дробь в выражении (6.201) представляет собой плавную функцию от $\sin \vartheta$ (она показана пунктиром на рис. 1.71 и отражает дифракционное распределение интенсивности от каждой щели). Эта плавная функция модулирует многолучевую интерференционную картину от N щелей, которую описывает вторая дробь в формуле (6.201).

Практически наиболее важными являются главные максимумы, попадающие в центральный дифракционный максимум от каждой щели — они являются наиболее интенсивными.*

6.8 Дифракционная решетка как спектральный прибор

Из формулы (6.195), определяющей направления на главные фраунгоферовы максимумы, видно, что эти направления ϑ_m зависят от длины световой волны λ (за исключением максимума нулевого порядка, $m = 0$). Поэтому решетка в каждом порядке $m \neq 0$ разложит падающий на нее свет в *спектр* различных порядков. Причем наибольшее отклонение в каждом порядке испытывает красная часть спектра (более длинноволновая).

Основными характеристиками любого спектрального прибора являются *угловая дисперсия, разрешающая способность и область дисперсии*.

1. **Угловая дисперсия** D характеризует степень пространственного (углового) разделения волн с различными длинами λ . По определению,

$$D = \frac{d\vartheta}{d\lambda}. \quad (6.203)$$

*Заметим, что распределение $I(\vartheta)$, показанное на рис.1.71, справедливо для простой щелевой решетки. Если же коэффициент прозрачности (или отражения) меняется в решетке, например, по синусоидальному закону, то возникают главные максимумы только нулевого и первого порядков: $m = 0$ и $m = \pm 1$.

Дифференцируя формулу (6.195) при данном m находим для решетки $d \cos \vartheta d\vartheta = m d\lambda$, откуда

$$\boxed{\frac{d\vartheta}{d\lambda} = \frac{m}{d \cos \vartheta}}. \quad (6.204)$$

Видно, что для заданного порядка m спектра угловая дисперсия тем больше, чем меньше период d решетки. Кроме того, $\frac{d\vartheta}{d\lambda}$ растет с увеличением угла дифракции ϑ .

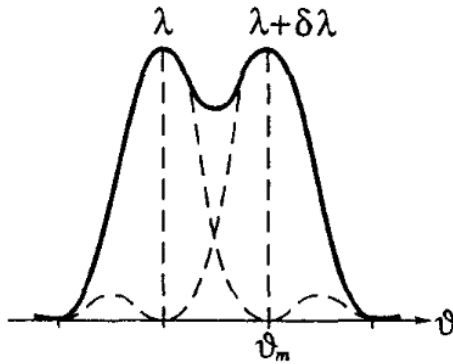


Рис. 1.72

2. **Разрешающая способность R .** По определению,

$$R = \frac{\lambda}{\delta\lambda}, \quad (6.205)$$

где $\delta\lambda$ — наименьшая разность длин волн спектральных линий, при которой эти линии воспринимаются еще отдельно, т.е. *разрешаются*. Величина $\delta\lambda$ не может быть по ряду причин определена точно, а лишь ориентировочно (условно). Такой условный критерий был предложен Рэлеем (аналогично тому, как это было рассмотрено при решении вопроса о разрешающей способности объектива, см. § 6.5 (стр. 115)). Согласно **критерию Рэля**, спектральные линии с разными длинами волн, но *одинаковой* интенсивности, считаются разрешенными, если главный максимум одной спектральной линии совпадает с первым минимумом другой (рис. 1.72). В этом случае между

двумя максимумами возникает провал, составляющий около 20% от интенсивности в максимумах, и линии еще воспринимаются раздельно.

Итак, согласно критерию Рэля и формуле (6.200), необходимо, чтобы максимум m -го порядка ($m' = mN$) линии с длиной волны $\lambda + \delta\lambda$ (см. рис. 1.72) совпадал по направлению с первым минимумом линии λ ($m' = mN + 1$), т.е.

$$d \sin \vartheta_m = m(\lambda + \delta\lambda) = \left(m + \frac{1}{N}\right) \lambda.$$

Отсюда следует, что

$$\boxed{\frac{\lambda}{\delta\lambda} = mN.} \quad (6.206)$$

Это и есть искомая формула для *разрешающей способности* дифракционной решетки. Данная формула дает верхний предел разрешающей способности. Она справедлива при выполнении следующих условий:

1. Интенсивность обоих максимумов должна быть одинаковой.
2. Расширение линий должно быть обусловлено только дифракцией.
3. Необходимо, чтобы падающий на решетку свет имел ширину когерентности, превышающую размер решетки. Только в этом случае все N штрихов решетки будут «работать» согласованно (когерентно), и мы достигнем желаемого результата.

Для повышения разрешающей способности спектральных приборов можно, как показывает формула (6.206), либо увеличивать число N когерентных пучков, либо повышать порядок интерференции m . Первое используется в дифракционных решетках (число N доходит до 200 000), второе — в интерференционных спектральных приборах (например, в интерферометре Фабри—Перо число N интерферирующих волн невелико, порядка нескольких десятков, а порядки интерференции $m \sim 10^6$ и более).

3. **Область дисперсии** $\Delta\lambda$ — это ширина спектрального интервала, при которой еще нет перекрытия спектров соседних порядков.

Если спектры соседних порядков перекрываются, то спектральный аппарат становится *непригодным* для исследования соответствующего участка спектра.

Длинноволновый конец спектра m -го порядка совпадает с коротковолновым концом спектра $(m + 1)$ -го порядка, если

$$m(\lambda + \Delta\lambda) = (m + 1)\lambda,$$

откуда следует, что область дисперсии

$$\boxed{\Delta\lambda = \frac{\lambda}{m}}. \quad (6.207)$$

Значит, область дисперсии $\Delta\lambda$ обратно пропорциональна порядку спектра m . При работе со спектрами низких порядков (обычно второго или третьего) дифракционная решетка пригодна для исследования излучения, занимающего достаточно широкий спектральный интервал. В этом главное преимущество дифракционных решеток перед интерференционными спектральными приборами, например, интерферометром Фабри—Перо, у которого из-за высоких порядков m область дисперсии очень мала.

Еще о дифракционных решетках. Дифракционная решетка является одним из важнейших спектральных приборов, которому наука обязана многими фундаментальными открытиями. Спектр — это по существу код, который будучи расшифрован с помощью того или иного математического аппарата дает возможность получить ценнейшую информацию о свойствах атомов и внутриатомных процессов.

Для адекватного решения этой задачи спектр должен быть неискаженным и четко различимым — в этом суть той сложнейшей научно-технической проблемы, которую пришлось решить, чтобы наконец добиться получения высококачественных дифракционных решеток.

Технология изготовления дифракционных решеток в настоящее время доведена до высокой степени совершенства. Первые высококачественные отражательные решетки были созданы в конце прошлого столетия Роулэндом* (США). О технической сложности решаемой проблемы говорит хотя бы уже такой факт, что необходимая для этой цели делительная машина создавалась в течение 20 лет!

*Его дело продолжили Андерсен, Вуд и другие знаменитые экспериментаторы.

Современные полностью автоматизированные делительные машины позволяют с помощью алмазного резца изготавливать решетки с почти строго эквидистантным расположением штрихов. Трудно даже представить, что алмазный резец при этом прочерчивает десятки километров, практически не изменяя свой профиль, — а это принципиально важно. Размеры уникальных решеток достигают 40×40 см! (Такие решетки используют в основном в астрофизике.)

В зависимости от области спектра решетки имеют различное число штрихов на 1 мм: от нескольких штрихов, начиная с инфракрасной области, до 3600 — для ультрафиолетовой. В видимой области спектра 600 — 1200 штрих/мм. Ясно, что обращение с гравированной поверхностью таких решеток требует предельной осторожности.

Вследствие высокой стоимости оригинальных гравированных решеток получили распространение *реплики*, т. е. отпечатки гравированных решеток на специальных пластмассах, покрытых тонким отражательным слоем. По качеству реплики почти не уступают оригиналам.

В 1970-х годах был разработан новый, голографический метод изготовления дифракционных решеток. В этом методе плоская подложка со светочувствительным слоем освещается двумя плоскими наклонными пучками когерентных лазерных излучений с определенной длиной волны. В области пересечения пучков образуется стационарная интерференционная картина с синусоидальным распределением интенсивности. После соответствующей обработки светочувствительного слоя получается качественная дифракционная решетка.

Отметим в заключение, что, кроме прозрачных и отражательных решеток, существуют еще и *фазовые*. Они влияют не на амплитуду световой волны, а вносят периодические изменения в ее фазу. По этой причине их и называют фазовыми. Примером фазовой решетки может служить пластмассовая кювета с прозрачной жидкостью, в которой возбуждена плоская стоячая ультразвуковая волна. Это приводит к периодическому изменению плотности жидкости, а значит ее показателя преломления и оптической разности хода. Такая структура меняет не амплитуду проходящего поперек волны света, а только фазу. Фазовые решетки также находят многочисленные практические применения.

Одномерная решетка вибраторов. Аналогично дифракционной решетке ведет себя в радиодиапазоне система из N параллель-

ных друг другу вибраторов-антенн. Если они действуют синфазно, то нулевой (основной) максимум излучения направлен нормально к решетке в ее экваториальной плоскости. И здесь возникает интересная в практическом отношении возможность. Если создать режим, при котором колебания каждой следующей антенны будут, например, отставать по фазе от колебаний предыдущей на одну и ту же величину φ , то нулевой максимум не будет совпадать с нормалью к решетке. Изменяя же φ во времени по определенному закону, мы получаем систему, у которой направление главного максимума будет изменяться в пространстве. Таким образом мы приходим к возможности радиолокационного обзора местности с помощью неподвижной системы антенн.

6.9 Дифракция на пространственной решетке

Пример пространственной дифракционной решетки — это кристаллическая решетка твердого тела. Частицы, образующие эту решетку, играют роль упорядоченно расположенных центров, когерентно рассеивающих падающую на них волну.

Рассмотрение дифракции на упорядоченных структурах проще всего начать с дифракции монохроматического излучения на прямолинейной цепочке, состоящей из одинаковых равноотстоящих частиц (например, атомов). Пусть расстояние между соседними частицами (*период структуры*) равно d и параллельный пучок излучения с длиной волны λ падает на такую цепочку под углом скольжения α_0 (рис. 1.73).

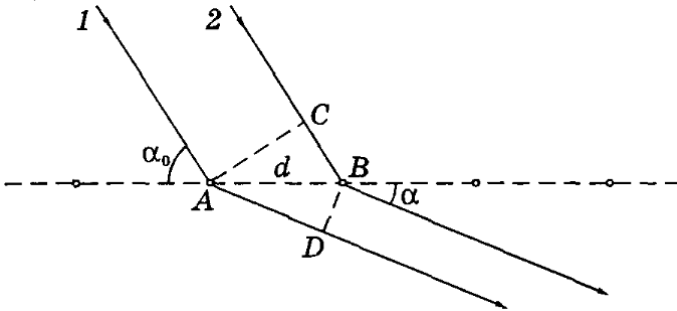


Рис. 1.73

Разность хода между лучами 1 и 2, рассеянными соседними частицами под углом α , равна, как видно из этого рисунка, $\Delta = AD - CB = d(\cos \alpha - \cos \alpha_0)$. Углы $\alpha = \alpha_m$, под которыми образуются френгоферовы максимумы m -го порядка, определяются условием, при котором эта разность хода равна целому числу длин волн:

$$d(\cos \alpha_m - \cos \alpha_0) = \pm m\lambda, \quad m = 0, 1, 2, \dots$$

Условия Лауэ. Рассмотрим для простоты прямоугольную решетку, периоды которой вдоль осей координат X , Y , Z , параллельных трем ребрам решетки, равны d_1 , d_2 , d_3 . Тогда при френгоферовой дифракции главные максимумы должны удовлетворять трем соотношениям, аналогичным только что приведенному для дифракционных максимумов при наклонном падении излучения на прямолинейную цепочку. Эти соотношения — **условия Лауэ** — имеют вид:

$$\begin{aligned} d_1(\cos \alpha - \cos \alpha_0) &= \pm m_1 \lambda, \\ d_2(\cos \beta - \cos \beta_0) &= \pm m_2 \lambda, \\ d_3(\cos \gamma - \cos \gamma_0) &= \pm m_3 \lambda, \end{aligned} \tag{6.208}$$

где $\alpha_0, \beta_0, \gamma_0$ и α, β, γ — углы между осями координат X , Y , Z и направлениями распространения падающего и дифрагированного пучков; m_1, m_2, m_3 — целые числа, определяющие порядок максимума (0, 1, 2, ...).

Углы α, β, γ не являются независимыми. В случае прямоугольной системы координат они связаны соотношением

$$\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma = 1. \tag{6.209}$$

При одновременном выполнении этих четырех уравнений (а это оказывается возможным лишь для некоторых, вполне определенных длин волн λ) каждому такому значению λ соответствует свой максимум (и направления α, β, γ на него).

И еще одно важное обстоятельство. Если длина волны λ больше максимальной разности хода колебаний от соседних узлов решетки ($\lambda > 2d$), то должны отсутствовать все дифракционные максимумы, кроме нулевого. Излучение с такими длинами волн распространяется в среде, не испытывая дифракции (рассеяния).

Постоянные кристаллических решеток значительно меньше длины волны видимого света ($d \sim 0,5$ нм, $\lambda \sim 500$ нм), поэтому для видимого света кристаллы являются оптически однородными средами (не рассеивающими). Для рентгеновского же излучения, наоборот, кристаллы представляют естественные дифракционные решетки.

Формула Брэгга—Вульфа. Условия Лауэ (6.208) выражают физическую сущность явления дифракции на пространственной структуре. Но мы не будем более подробно останавливаться на анализе результатов, которые можно получить с помощью этих условий, поскольку существует более простой метод расчета дифракции рентгеновского излучения в кристалле. Этот метод был предложен Брэггом и Вульфом: дифракцию рентгеновского излучения в кристалле можно рассматривать как результат *зеркального* отражения от системы параллельных кристаллических *плоскостей*, т.е. плоскостей, в которых лежат узлы кристаллической решетки. Вторичные волны, отразившись от разных атомных плоскостей, когерентны и будут интерферировать между собой. Показатель преломления всех веществ для рентгеновских лучей близок к единице, поэтому разность хода двух волн, отразившихся зеркально от соседних кристаллических плоскостей, равна, как видно из рис. 1.74,

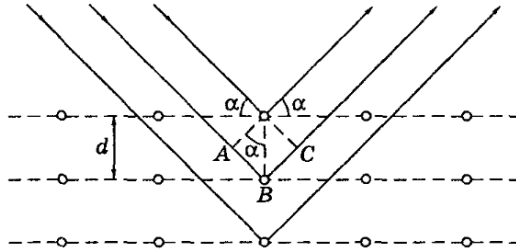


Рис. 1.74

$ABC = 2d \sin \alpha$, где d — межплоскостное расстояние, α — угол скольжения. При этом направления, в которых возникают фраунгоферовы дифракционные максимумы, определяются **формулой Брэгга—Вульфа**:

$$\boxed{2d \sin \alpha = \pm m \lambda}, \quad m = 1, 2, \dots \quad (6.210)$$

В кристалле можно провести множество систем атомных плоскостей в различных направлениях (рис. 1.75).

Каждая система плоскостей может дать дифракционный максимум, если для нее будет выполнено условие (6.210). Однако эффективными являются только такие плоскости, в которых атомы расположены наиболее плотно.

Заметим, что формула (6.210) может быть получена как следствие условий Лауэ (6.208).

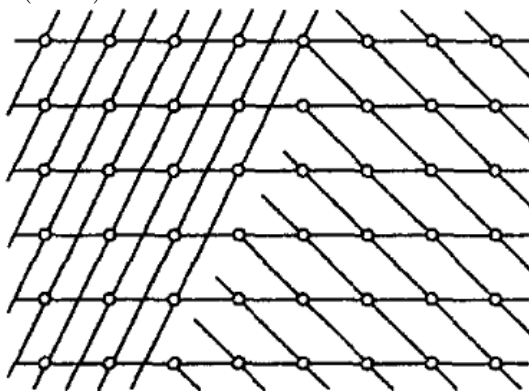


Рис. 1.75

Спектральный состав излучения, т.е. измерение его длин волн, можно определить с помощью формулы (6.210), найдя направления на максимумы при дифракции на кристалле с известной структурой.

В рентгеноструктурном анализе разработаны два метода:

1. **Метод Лауэ**, в котором узкий пучок рентгеновского излучения направляется на исследуемый монокристалл. Для каждой системы кристаллических плоскостей в излучении находится длина волны, при которой выполняется условие (6.210). В результате на помещенной за кристаллом фотопластинке получается система пятен-максимумов, так называемая *лауэграмма*. Взаимное расположение пятен отражает симметрию кристалла. А по расстояниям между максимумами и их интенсивности можно расшифровать структуру данного кристалла.

2. Метод Дебая-Шерера, в котором используется узкий пучок монохроматического рентгеновского излучения и образец в виде поликристалла. Исследуемый кристалл предварительно измельчают в порошок (очень мелкие кристаллики), и из него прессуется образец в виде стерженька. В большом количестве беспорядочно ориен-

тированных кристалликов найдется множество таких, для которых условие (6.210) окажется выполненным, и дифрагированный пучок будет образовывать конус направлений — свой для каждой системы межплоскостных расстояний d и порядка дифракции m .

Рентгенограмма образца, полученная по этому методу — *дебай-грамма* — имеет вид системы концентрических колец. Ее расшифровка также позволяет определить структуру кристалла.

6.10 О голографии

Голографией называют способ записи и последующего восстановления структуры световых волн, основанный на явлениях дифракции и интерференции когерентных световых пучков. В отличие от обычной фотографии, голография — это принципиально новый метод получения объемных изображений предметов.

В этом методе регистрируется не оптическое изображение предмета, а интерференционная картина, возникающая при наложении световой волны, рассеянной предметом, и когерентной с ней опорной волны. Эта интерференционная картина фиксирует информацию о распределении не только амплитуд, но и фаз в предметной волне. Таким способом можно получить и зарегистрировать на фотопластинке значительно более полную информацию об объекте, нежели путем обычного фотографирования.

Идеи, лежащие в основе голографии, были высказаны и продемонстрированы на опыте Деннисом Габором в 1947-48 гг. Для практической реализации голографии необходимы источники света с высокой степенью временной и пространственной когерентности. Поэтому широкое распространение она получила после создания лазеров.

Суть этого метода (голографии) можно пояснить с помощью рис. 1.76а.

Фотопластинка Φ регистрирует интерференционную картину, возникающую при наложении отраженной *предметной* волны 1, рассеянной объектом A , и когерентной с ней *опорной* волны 2. Волна 2 испускается тем же источником света, который освещает объект A , и после отражения от зеркала 3 падает непосредственно на фотопластинку Φ . Интерференционную картину, зафиксированную на фотопластинке после ее проявления, называют *голограммой*. В отличие от обычной фотографии, голограмма представляет собой мелкий и замысловатый узор из чередующихся областей различного почернения фотоэмульсии.

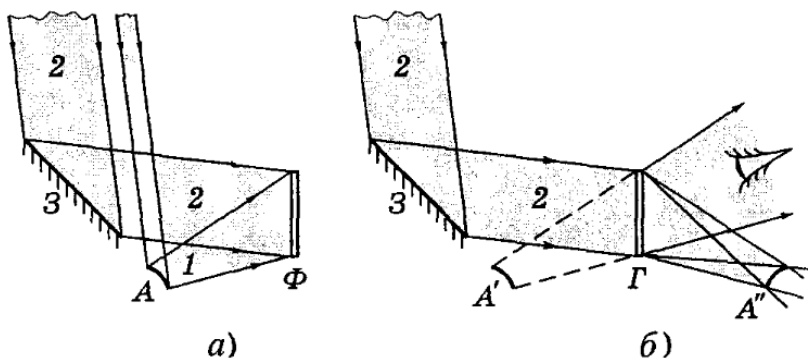


Рис. 1.76

Голограмма в закодированной форме содержит полную информацию об амплитудах и фазах рассеянной предметной волны.

Восстановление (декодирование) изображения предмета показано на рис. 1.76б. Голограмму Γ просвечивают как диапозитив той же опорной волной 2, которая использовалась для ее получения, причем при той же ориентации голограммы по отношению к опорной волне. Эта световая волна дифрагирует на голограмме, в результате чего наблюдаются два объемных изображения объекта. Мнимое изображение A' находится в том месте, где был объект A при съемке. Оно видно сквозь голограмму как через окно. Действительное изображение A'' расположено по другую сторону голограммы. Оно как бы висит в воздухе перед голограммой и является зеркальным изображением объекта.

Обычно пользуются мнимым изображением A' , которое по зрительному восприятию практически тождественно самому объекту.

Чтобы понять принцип голографии, рассмотрим один из простейших объектов — светящуюся прямую нить A , которая испускает цилиндрическую волну. На рис. 1.77 (для наглядности он сильно деформирован) показана слева стадия записи голограммы, нить A перпендикулярна плоскости рисунка.

Пусть плоская опорная волна 2 падает нормально на фотопластинку. Предметная же волна 1, когерентная с опорной, падает на пластинку так, что ее лучи наклонны (см. рис. 1.77а). Колебания опорной волны достигают пластинки все в одной фазе. Колебания же предметной волны — с разными фазами.

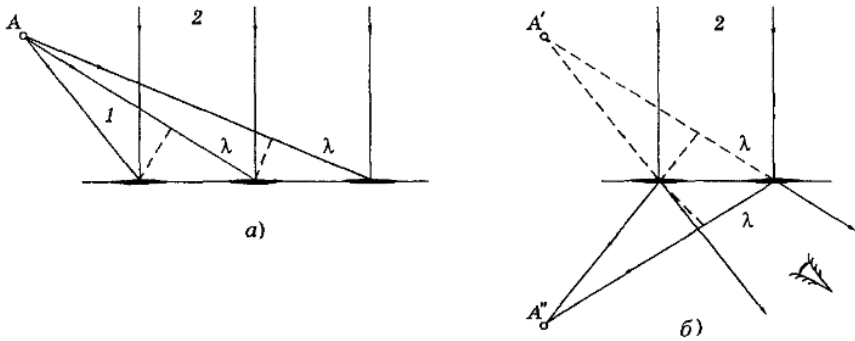


Рис. 1.77

Ясно, что вследствие интерференции в тех местах, куда колебания придут в одной и той же фазе с колебаниями опорной волны, возникнут максимумы интенсивности, а значит и максимумы почернения. После химической обработки полученная голограмма будет иметь вид чередующихся светлых и темных прямых полос, представляющих по существу зонную пластинку Френеля, только с другой формой зон.

На стадии восстановления изображения голограмму освещают только той же опорной волной 2 (см. рис. 1.77б). Голограмма для этой волны играет роль зонной пластинки: в результате дифракции максимально усиливать друг друга будут только те лучи (колебания), разность хода между которыми от соседних зон равна длине волны λ . А здесь есть две возможности выполнения этого условия: или в направлении продолжения лучей падавшей предметной волны, или симметрично относительно нормали. В первом случае мы будем наблюдать мнимое изображение A' , во втором — действительное A'' . Наибольший интерес для голографии играет волна, дающая мнимое изображение предмета.

Отличительной особенностью этой зонной пластинки является то, что ее пропускательная способность изменяется в направлении, перпендикулярном интерференционным полосам (зонам) не скачком, а практически по синусоидальному закону (между соседними максимумами). Это приводит к тому, что возникающие интерференционные максимумы соответствуют разности хода между колебаниями от соседних полос (зон) только в *одну* длину волны λ . Интенсивность

максимумов более высокого порядка практически равна нулю.

Нетрудно заметить, что изменение положения нити A приводит к изменению не только интенсивности интерференционных максимумов, но и к расстоянию между ними. Расстояние же между максимумами характеризует определенную разность хода, или разность фаз.

Поэтому и говорят, что голограмма содержит информацию об амплитуде волны и ее фазе. Этого достаточно, чтобы восстановить предметную волну в том виде, в каком она была в действительности в месте расположения голограммы. Зафиксированная волна «оживает» с помощью голограммы и создает полную иллюзию реальности наблюдаемых предметов. Изменяя положение глаза, можно видеть предмет в разных ракурсах и даже заглядывать за него.

Интерференционная картина в каждой точке голограммы определяется светом, рассеянным всеми точками объекта. Поэтому каждый участок голограммы содержит информацию обо всем объекте. Если голограмма случайно разбилась, то с помощью даже небольшого ее осколка можно восстановить изображение всего объекта. Отличие будет лишь в том, что уменьшается ее разрешающая способность — менее четко и ярко будет восстанавливаться изображение. С точки зрения надежности хранения информации голограмма значительно превосходит обычный фотонегатив.

Наконец, на одной фотопластинке можно последовательно записать несколько голограмм от разных объектов, причем изображение каждого объекта можно восстановить без помех со стороны других изображений. Это можно сделать, изменяя каждый раз, например, угол падения опорной волны.

В настоящее время голография представляет самостоятельный быстро развивающийся раздел науки и техники. Трудно даже перечислить области, где она нашла эффективное использование (включая и акустические голограммы).

7 Поляризация света

7.1 Естественный и поляризованный свет

Напомним, что поляризованным называется свет, в котором направления колебаний светового вектора упорядочены каким-либо образом. В естественном свете колебания различных направлений быстро

и беспорядочно сменяют друг друга.

Рассмотрим два взаимно перпендикулярных электрических колебания, совершающихся вдоль осей x и y и различающихся по фазе на δ :

$$E_x = A_1 \cos \omega t, \quad E_y = A_2 \cos(\omega t + \delta). \quad (7.211)$$

Результирующая напряженность \vec{E} является векторной суммой напряженностей \vec{E}_x и \vec{E}_y (рис. 1.78).

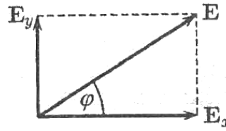


Рис. 1.78

Угол φ между направлениями векторов \vec{E} и \vec{E}_x определяется выражением

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{E_y}{E_x} = \frac{A_2 \cos(\omega t + \delta)}{A_1 \cos \omega t}. \quad (7.212)$$

Если разность фаз δ претерпевает случайные хаотические изменения, то и угол φ , т.е. направление светового вектора \vec{E} , будет испытывать скачкообразные неупорядоченные изменения. В соответствии с этим естественный свет можно представить как наложение двух некогерентных электромагнитных волн, поляризованных во взаимно перпендикулярных плоскостях и имеющих одинаковую интенсивность. Такое представление намного упрощает рассмотрение прохождения естественного света через поляризационные устройства.

Допустим, что световые волны E_x и E_y когерентны, причем δ равно нулю или π . Тогда согласно (7.212)

$$\operatorname{tg} \varphi = \pm \frac{A_2}{A_1} = \operatorname{const}.$$

Следовательно, результирующее колебание совершается в фиксированном направлении — волна оказывается плоскополяризованной.

В случае, когда $A_1 = A_2$ и $\delta = \pm \frac{\pi}{2}$,

$$\operatorname{tg} \varphi = \mp \operatorname{tg} \omega t$$

$\left(\cos\left(\omega t \pm \frac{\pi}{2}\right) = \mp \sin \omega t\right)$. Отсюда вытекает, что плоскость колебаний поворачивается вокруг направления луча с угловой скоростью, равной частоте колебания ω . Свет в этом случае будет поляризованным по кругу.

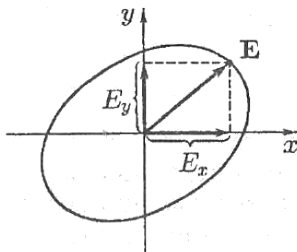


Рис. 1.79

Чтобы выяснить характер результирующего колебания в случае произвольного постоянного значения δ , примем во внимание, что величины (7.211) представляют собой координаты конца результирующего вектора \vec{E} (рис. 1.79).

Из учения о колебаниях (см. Механика. Сложение колебаний. [3] ч.1, гл.6, п.6.4) известно, что два взаимно перпендикулярных гармонических колебания одинаковой частоты при сложении дают в общем случае движение по эллипсу (в частности, может получиться движение по прямой или по окружности). Аналогично точка с координатами, определяемыми выражениями (7.211), т.е. конец вектора \vec{E} , движется по эллипсу. Следовательно, две когерентные плоскополяризованные световые волны, плоскости колебаний которых взаимно перпендикулярны, при наложении друг на друга дают эллиптически поляризованную световую волну. При разности фаз δ , равной нулю или π , эллипс вырождается в прямую и получается плоскополяризованный свет. При $\delta = \pm \frac{\pi}{2}$ и равенстве амплитуд складываемых волн эллипс превращается в окружность — получается свет, поляризованный по кругу.

В зависимости от направления вращения вектора \mathbf{E} различают правую и левую эллиптическую и круговую поляризацию. Если по отношению к направлению, противоположному направлению луча, вектор \mathbf{E} вращается по часовой стрелке, поляризация называется *правой*, в противном случае — *левой*.

Плоскость, в которой колеблется световой вектор в плоскополяризованной волне, называют *плоскостью колебаний*. По историческим причинам *плоскостью поляризации* была названа не плоскость, в которой колеблется вектор \mathbf{E} , а перпендикулярная к ней плоскость. В дальнейшем мы будем пользоваться современной терминологией и плоскость колебаний *светового вектора* называть **плоскостью поляризации**.

Плоскополяризованный свет можно получить из естественного с помощью приборов, называемых *поляризаторами*. Эти приборы свободно пропускают колебания, параллельные плоскости, которую мы будем называть **плоскостью пропускания поляризатора**, и полностью или частично задерживают колебания, перпендикулярные к его плоскости пропускания. Поляризатор, задерживающий перпендикулярные к его плоскости колебания только частично, мы будем называть *несовершенным*. Просто поляризатором мы будем для краткости называть идеальный поляризатор, полностью задерживающий колебания, перпендикулярные к его плоскости, и не ослабляющий колебаний, параллельных плоскости.

На выходе из несовершенного поляризатора получается свет, в котором колебания одного направления преобладают над колебаниями других направлений. Такой свет называется *частично поляризованным*. Его можно рассматривать как смесь естественного и плоскополяризованного света. Частично поляризованный свет, как и естественный, можно представить в виде наложения двух некогерентных плоскополяризованных волн с взаимно перпендикулярными плоскостями колебаний. Отличие заключается в том, что в случае естественного света интенсивность этих волн одинакова, а в случае частично поляризованного — разная.

Если пропустить частично поляризованный свет через поляризатор, то при вращении прибора вокруг направления луча интенсивность прошедшего света будет изменяться в пределах от I_{max} до I_{min} , причем переход от одного из этих значений к другому будет совершаться при повороте на угол, равный $\frac{\pi}{2}$ (за один полный поворот два раза будет достигаться максимальное и два раза минимальное значения интенсивности). Выражение

$$P = \frac{I_{max} - I_{min}}{I_{max} + I_{min}} \quad (7.213)$$

называется *степенью поляризации*. Для плоскополяризованного света $I_{min} = 0$ и $P = 1$; для естественного света $I_{max} = I_{min}$ и $P = 0$. К эллиптически поляризованному свету понятие степени поляризации не применимо (у такого света колебания полностью упорядочены).

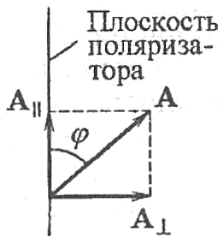


Рис. 1.80

Колебание амплитуды A , совершающееся в плоскости, образующей с плоскостью поляризатора угол φ , можно разложить на два колебания с амплитудами $A_{\parallel} = A \cos \varphi$ и $A_{\perp} = A \sin \varphi$ (рис. 1.80; луч перпендикулярен к плоскости рисунка).

Первое колебание пройдет через прибор, второе будет задержано. Интенсивность прошедшей волны пропорциональна $A_{\parallel}^2 = A^2 \cos^2 \varphi$, т.е. равна $I \cos^2 \varphi$, где I — интенсивность колебания с амплитудой A . Следовательно, колебание, параллельное плоскости поляризатора, несет с собой долю интенсивности, равную $\cos^2 \varphi$. В естественном свете все значения φ равновероятны. Поэтому доля света, прошедшего через поляризатор, будет равна среднему значению $\cos^2 \varphi$, т.е. $\frac{1}{2}$. При вращении поляризатора вокруг направления естественного луча интенсивность прошедшего света остается одной и той же, изменяется лишь ориентация плоскости колебаний света, выходящего из прибора.

Пусть на поляризатор падает плоскополяризованный свет амплитуды A_0 и интенсивности I_0 (рис. 1.81).

Сквозь прибор пройдет составляющая колебания с амплитудой $A = A_0 \cos \varphi$, где φ — угол между плоскостью колебаний падающего света и плоскостью поляризатора. Следовательно, интенсивность

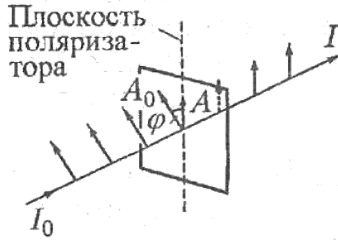


Рис. 1.81

прошедшего света I определяется выражением

$$I = I_0 \cos^2 \varphi. \quad (7.214)$$

Соотношение (7.214) носит название *закона Малюса**.

Поставим на пути естественного луча два поляризатора, плоскости которых образуют угол φ . Из первого поляризатора выйдет плоскополяризованный свет, интенсивность которого I_0 составит половину интенсивности естественного света $I_{\text{ест}}$. Согласно закону Малюса из второго поляризатора выйдет свет интенсивности $I_0 \cos^2 \varphi$. Таким образом, интенсивность света, прошедшего через два поляризатора, равна

$$I = \frac{1}{2} I_{\text{ест}} \cos^2 \varphi. \quad (7.215)$$

Максимальная интенсивность, равная $\frac{I_{\text{ест}}}{2}$ получается при $\varphi = 0$ (поляризаторы параллельны). При $\varphi = \frac{\pi}{2}$ интенсивность равна нулю — скрещенные поляризаторы света не пропускают.

Пусть эллиптически поляризованный свет падает на поляризатор. Прибор пропускает составляющую \vec{E}_{\parallel} вектора \mathbf{E} по направлению плоскости поляризатора (рис. 1.82).

*Этьенн Луи Малюс (1775–1812)– французский физик.

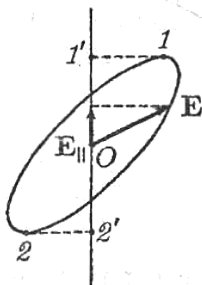


Рис. 1.82

Максимальное значение этой составляющей достигается в точках 1 и 2. Следовательно, амплитуда вышедшего из прибора плоскополяризованного света равна длине отрезка $O1'$. Вращая поляризатор вокруг направления луча, мы будем наблюдать изменения интенсивности в пределах от I_{max} (получающейся при совпадении плоскости поляризатора с большой полуосью эллипса) до I_{min} (получающейся при совпадении плоскости поляризатора с малой полуосью эллипса). Такой же характер изменения интенсивности света при вращении поляризатора получается в случае частично поляризованного света. В случае света, поляризованного по кругу, вращение поляризатора не сопровождается (как и в случае естественного света) изменением интенсивности света, прошедшего через прибор.

7.2 Поляризация при отражении и преломлении

Если угол падения света на границу раздела двух диэлектриков (например, на поверхность стеклянной пластинки) отличен от нуля, отраженный и преломленный лучи оказываются частично поляризованными*. В отраженном луче преобладают колебания, перпендикулярные к плоскости падения (на рис. 1.83 эти колебания обозначены точками), в преломленном луче — колебания, параллельные плоскости падения (на рисунке они изображены двусторонними стрелками). Степень поляризации зависит от угла падения.

*При отражении от проводящей поверхности (например, от поверхности металла) получается эллиптически поляризованный свет.

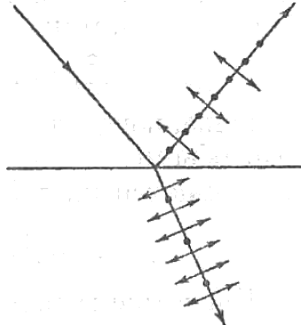


Рис. 1.83

Обозначим через $\varphi_{\text{Бр}}$ угол, удовлетворяющий условию

$$\operatorname{tg} \varphi_{\text{Бр}} = \frac{n_2}{n_1} = n_{12} \quad (7.216)$$

(n_{12} — показатель преломления второй среды относительно первой). При угле падения φ равном $\varphi_{\text{Бр}}$ отраженный луч полностью поляризован (он содержит только колебания, перпендикулярные к плоскости падения). Степень поляризации преломленного луча при угле падения, равном $\varphi_{\text{Бр}}$, достигает наибольшего значения, однако этот луч остается поляризованным только частично.

Соотношение (7.216) носит название *закона Брюстера* *, а угол $\varphi_{\text{Бр}}$ называют *углом Брюстера*. Легко убедиться в том, что при падении света под углом Брюстера отраженный и преломленный лучи взаимно перпендикулярны. Действительно, при $\varphi + \psi = \frac{\pi}{2}$ и $\psi = \frac{\pi}{2} - \varphi$ (с учетом того, что $\sin \psi = \sin(\frac{\pi}{2} - \varphi) = \cos \varphi$) из закона преломления $n_1 \sin \varphi = n_2 \sin(\frac{\pi}{2} - \varphi)$ имеем $n_1 \sin \varphi = n_2 \cos \varphi$, откуда $\operatorname{tg} \varphi = \frac{n_2}{n_1} = n_{12}$.

Степень поляризации отраженного и преломленного лучей при различных углах падения можно получить с помощью формул Френеля (1.94). Эти формулы вытекают из условий, налагаемых на электромагнитное поле на границе двух диэлектриков *. К числу таких условий принадлежит равенство тангенциальных составляющих век-

* Дейвид Брюстер (1781-1868) — шотландский физик.

* Френель получил эти формулы на основе представлений о свете как об упругих волнах, распространяющихся в эфире.

торов **E** и **H**, а также равенство нормальных составляющих векторов **D** и **B** по обе стороны границы раздела (с одной стороны нужно брать сумму соответствующих векторов для падающей и отраженной волн, с другой — вектор для преломленной волны).

При падении естественного света под углом Брюстера на границу раздела двух прозрачных диэлектриков преломленная волна становится частично-поляризованной, причем степень поляризации ее оказывается максимальной. В связи с этим вопросом (углом Брюстера и степенью поляризации) рассмотрим два примера.

Пример 1. Естественный свет падает под углом Брюстера на поверхность воды. При этом ρ -часть падающего света отражается. Найдем степень поляризации P преломленного света.

Пусть световой поток падающего света равен Φ_0 . Степень поляризации преломленного света, по определению

$$P = \frac{\Phi_{\text{пол}}}{\Phi_{\text{прел}}} = \frac{\rho\Phi_0}{\Phi_0 - \rho\Phi_0} = \frac{\rho}{1 - \rho},$$

где $\Phi_{\text{прел}}$ — световой поток преломленного света.

Пример 2. Частично-поляризованный свет падает под углом Брюстера на поверхность прозрачного диэлектрика так, что ρ -часть света отражается, и преломленный свет оказывается естественным. Найдем степень поляризации падающего света.

Обозначим падающий частично-поляризованный световой поток через Φ_0 . Его степень поляризации можно представить следующим образом:

$$P = \frac{\Phi_{\text{п}}}{\Phi_{\text{чп}}} = \frac{\rho\Phi_0}{\Phi_0} = \rho,$$

где $\Phi_{\text{п}}$ — поляризованная часть падающего светового потока, $\Phi_{\text{чп}}$ — световой поток падающего частично-поляризованного света.

О поляризации преломленного света. Степень поляризации преломленной волны при угле падения, равном углу Брюстера, достигает максимального значения, однако эта волна остается лишь частично-поляризованной.

Так как коэффициент отражения света в данном случае значительно меньше единицы (около 0,15 для границы раздела воздух —

стекло), можно использовать преломленный свет, повышая его степень поляризации путем ряда последовательных отражений и преломлений. Это осуществляют с помощью *стопы*, состоящей из нескольких одинаковых и параллельных друг другу пластинок, установленных под углом Брюстера к падающему свету. При достаточно большом числе пластинок проходящий через эту систему свет будет практически полностью линейно-поляризованным. И интенсивность прошедшего через такую стопу света (в отсутствие поглощения) будет равна половине интенсивности падающего на стопу естественного света.

Эта идея нашла высокоэффективное использование в газовых лазерах, где торцы разрядной трубки представляют собой плоскопараллельные стеклянные пластинки, расположенные под углом Брюстера к оси трубки (рис. 1.84).

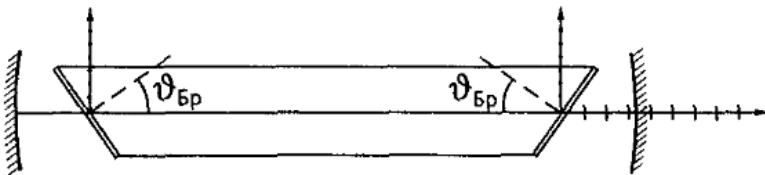


Рис. 1.84

Излучение, распространяющееся вдоль оси трубки между зеркалами и поляризованное в плоскости падения на пластинки, многократно проходит сквозь них практически беспрепятственно, не испытывая отражения. В результате из лазера выходит луч, поляризованный в этой плоскости, что и показано на рисунке. Другая составляющая излучения, плоскость поляризации которой перпендикулярна плоскости падения, почти полностью удаляется из пучка благодаря отражениям.

Пример. На поверхность прозрачного диэлектрика с показателем преломления n падает под углом Брюстера линейно-поляризованный свет, плоскость поляризации которого а) перпендикулярна плоскости падения; б) лежит в плоскости падения. Найдём коэффициенты отражения света в обоих случаях. Прежде всего представим себе, как будут выглядеть отраженный и преломленный лучи в этих случаях (рис. 1.85).

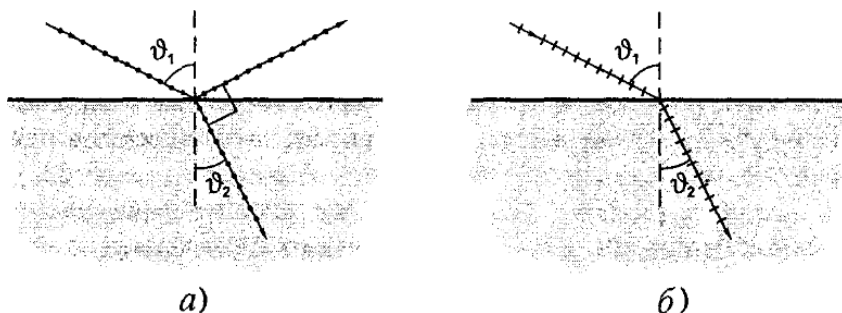


Рис. 1.85

В случае а) согласно третьей формуле Френеля (1.94) коэффициент отражения $\rho_{\perp} = \sin^2(\vartheta_1 - \vartheta_2)$, где ϑ_1 — угол Брюстера, определяемый формулой $\operatorname{tg} \vartheta_1 = n$, а угол ϑ_2 связан с углом ϑ_1 законом преломления: $\sin \vartheta_1 = n \sin \vartheta_2$. Определив ϑ_1 и ϑ_2 , мы найдем и ρ_{\perp} . В случае же б) при падении под углом Брюстера тангенс в знаменателе первой формулы Френеля (1.94) обращается в ∞ , поскольку $\vartheta_1 + \vartheta_2 = \frac{\pi}{2}$. Это значит, что в данном случае $\rho_{\parallel} = 0$, т. е. отраженный луч отсутствует (но это только при падении под углом Брюстера).

7.3 Поляризация при двойном лучепреломлении

При прохождении света через все прозрачные кристаллы, за исключением принадлежащих к кубической системе, наблюдается явление, заключающееся в том, что упавший на кристалл луч разделяется внутри кристалла на два луча, распространяющихся, вообще говоря, с разными скоростями и в различных направлениях. Это явление, получившее название *двойного лучепреломления*, впервые наблюдалось в 1669 г. Бартолином* для исландского шпата (разновидность углекислого кальция (CaCO_3 — кристаллы гексагональной системы).

Кристаллы, обладающие двойным лучепреломлением, подразделяются на *одноосные* и *двуосные*. У одноосных кристаллов один из преломленных лучей подчиняется обычному закону преломления; в частности, он лежит в одной плоскости с падающим лучом и нормалью к преломляющей поверхности. Этот луч называется *обыкновенным* и обозначается буквой *o*.

*Эразм Бартолин (1625-1698) — датский физик и математик.

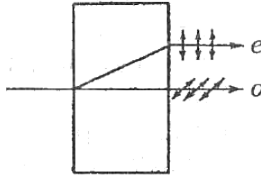


Рис. 1.86

Для другого луча, называемого *необыкновенным* (его обозначают буквой e), отношение синусов угла падения и угла преломления не остается постоянным при изменении угла падения. Даже при нормальном падении света на кристалл необыкновенный луч, вообще говоря, отклоняется от нормали (рис. 1.86). Кроме того, необыкновенный луч не лежит, как правило, в одной плоскости с падающим лучом и нормалью к преломляющей поверхности. Примерами одноосных кристаллов могут служить исландский шпат, кварц и турмалин. У двуосных кристаллов (слюда, гипс) оба луча необыкновенные — показатели преломления для них зависят от направления в кристалле. В дальнейшем мы ограничимся рассмотрением только одноосных кристаллов.

У одноосных кристаллов имеется направление, вдоль которого обыкновенный и необыкновенный лучи распространяются не разделяясь и с одинаковой скоростью*. Это направление называется *оптической осью* кристалла. Следует иметь в виду, что оптическая ось — это не прямая линия, проходящая через какую-то точку кристалла, а определенное направление в кристалле. Любая прямая, параллельная данному направлению, является оптической осью кристалла. Любая плоскость, проходящая через оптическую ось, называется *главным сечением* или *главной плоскостью* кристалла. Обычно пользуются главным сечением, проходящим через световой луч.

Исследование обыкновенного и необыкновенного лучей показывает, что оба луча полностью поляризованы во взаимно перпендикулярных направлениях (см. рис. 1.86). Плоскость колебаний обыкновенного луча перпендикулярна к главному сечению кристалла. В необыкновенном луче колебания светового вектора совершаются в плоскости, совпадающей с главным сечением. По выходе из кристалла оба

*У двуосных кристаллов имеется два таких направления.

луча отличаются друг от друга только направлением поляризации, так что название «обыкновенный» и «необыкновенный» луч имеют смысл только внутри кристалла.

В некоторых кристаллах один из лучей поглощается сильнее другого. Это явление называется дихроизмом. Очень сильным дихроизмом в видимых лучах обладает кристалл турмалина (минерала сложного состава). В нем обыкновенный луч практически полностью поглощается на длине 1 мм. В кристаллах сульфата йодистого хирина один из лучей поглощается на пути примерно 0,1 мм. Это обстоятельство использовано для изготовления поляризационного устройства, называемого поляроидом. Оно представляет собой целлулоидную пленку, в которую введено большое количество одинаково ориентированных кристалликов сульфата йодистого хирина. Двойное лучепреломление объясняется анизотропией кристаллов. В кристаллах некубической системы диэлектрическая проницаемость ϵ оказывается зависящей от направления. В одноосных кристаллах ϵ в направлении оптической оси и в направлениях, перпендикулярных к ней имеет различные значения ϵ_{\parallel} и ϵ_{\perp} . В других направлениях ϵ имеет промежуточные значения, согласно формуле $n = \sqrt{\epsilon}$. Следовательно, из анизотропии ϵ вытекает, что электромагнитным волнам с различными направлениями колебаний вектора \mathbf{E} соответствуют разные значения показателя преломления n . Поэтому скорость световых волн зависит от направления колебаний светового вектора \mathbf{E} . В обыкновенном луче колебания светового вектора происходят в направлении, перпендикулярном к главному сечению кристалла (на рис. 1.87 эти колебания изображены точками на соответствующем луче).

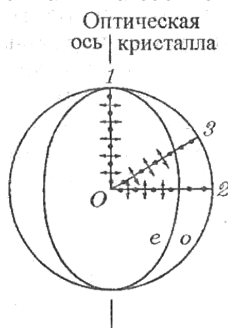


Рис. 1.87

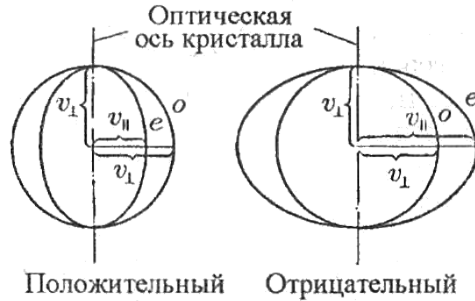


Рис. 1.88

Поэтому при любом направлении обыкновенного луча (на рисунке указаны три направления: 1, 2 и 3) вектор \mathbf{E} образует с оптической осью кристалла прямой угол, и скорость световой волны будет одна и та же, равная $v_0 = \frac{c}{\sqrt{\epsilon_{\perp}}}$. Изображая скорость обыкновенного луча в виде отрезков, отложенных по разным направлениям, мы получим сферическую поверхность. На рис. 1.87 показано пересечение этой поверхности с плоскостью чертежа. Такая картина, как на рисунке, наблюдается в любом главном сечении, т. е. в любой плоскости, проходящей через оптическую ось. Представим себе, что в точке O внутри кристалла помещается точечный источник света. Тогда построенная нами сфера будет волновой поверхностью обыкновенных лучей.

Колебания в необыкновенном луче совершаются в главном сечении. Поэтому для разных лучей направления колебаний вектора \mathbf{E} (на рис. 1.87 эти направления изображены двусторонними стрелками) образуют с оптической осью разные углы α . Для луча 1 угол α равен $\frac{\pi}{2}$, вследствие чего скорость имеет значение $v_0 = \frac{c}{\sqrt{\epsilon_{\perp}}}$, для луча 2 угол $\alpha = 0$ и скорость равна $v_e = \frac{c}{\sqrt{\epsilon_{\parallel}}}$. Для луча 3 скорость имеет промежуточное значение. Можно доказать, что волновая поверхность необыкновенных лучей представляет собой эллипсоид вращения. В местах пересечения с оптической осью кристалла этот эллипсоид и сфера, построенная для обыкновенных лучей, соприкасаются.

Одноосные кристаллы характеризуют *показателем преломления обыкновенного луча*, равным $n_0 = \frac{c}{v_0}$, и *показателем преломления*

необыкновенного луча, перпендикулярного к оптической оси, равным $n_e = \frac{c}{\sqrt{v_e}}$. Последнюю величину называют просто *показателем преломления необыкновенного луча*.

В зависимости от того, какая из скоростей, v_0 или v_e , больше, различают *положительные и отрицательные* одноосные кристаллы (рис. 1.88).

У положительных кристаллов $v_e < v_0$ (это означает, что $n_e > n_0$). У отрицательных кристаллов $v_e > v_0$ ($n_e < n_0$). Легко запомнить, какие кристаллы называются положительными, а какие отрицательными. У положительных кристаллов эллипсоид скоростей v_e вытянут вдоль оптической оси, ассоциируясь с вертикальным штрихом в знаке «+»; у отрицательных кристаллов эллипсоид скоростей v_e растянут в направлении, перпендикулярном к оптической оси, ассоциируясь со знаком «-».

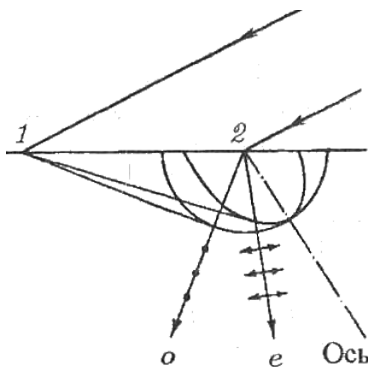


Рис. 1.89

Ход обыкновенного и необыкновенного лучей в кристалле можно определить с помощью принципа Гюйгенса.

На рис. 1.89 построены волновые поверхности обыкновенного и необыкновенного лучей с центром в точке 2, лежащей на поверхности кристалла. Построение выполнено для момента времени, когда волновой фронт падающей волны достигает точки 1. Огибающие всех вторичных волн (волны, центры которых лежат в промежутке между точками 1 и 2, на рисунке не показаны) для обыкновенного и необыкновенного лучей, очевидно, представляют собой плоскости. Преломленный луч, o или e , выходящий из точки 2, проходит через точку

касания огибающей с соответствующей волновой поверхностью.

Напомним, что лучами называются линии, вдоль которых распространяется энергия световой волны (см. § 2.3, стр. 42). Из рис. 1.89 следует, что обыкновенный луч o совпадает с нормалью к соответствующей волновой поверхности. Необыкновенный же луч e заметно отклоняется от нормали к волновой поверхности.

На рис. 1.90 изображены три случая нормального падения света на поверхность кристалла, различающиеся направлением оптической оси. В случае рис. 1.90 а лучи o и e распространяются вдоль оптической оси и поэтому идут не разделяясь. Из рис. 1.90 б видно, что

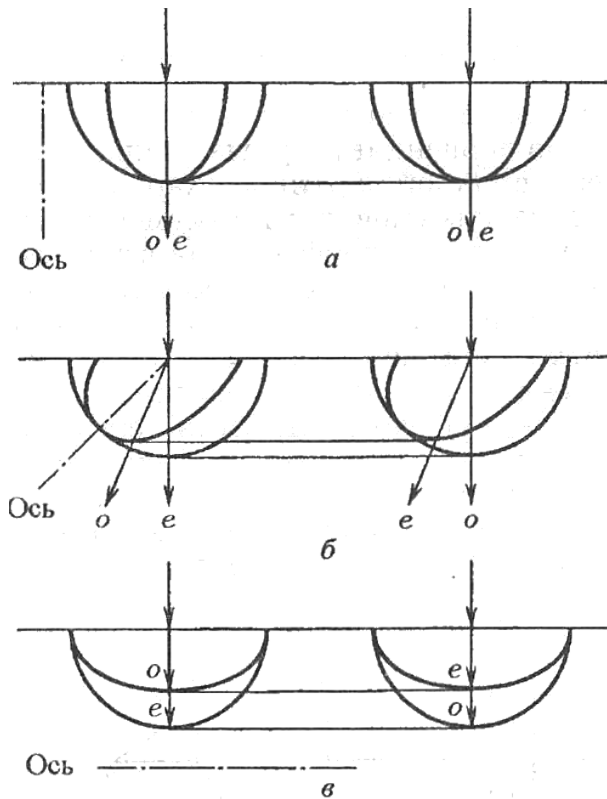


Рис. 1.90

даже при нормальном падении света на преломляющую поверхность необыкновенный луч может отклониться от нормали к этой поверхности. На рис. 1.90 в оптическая ось кристалла параллельна преломляющей поверхности. В этом случае при нормальном падении света обыкновенный и необыкновенный лучи идут по одному и тому же направлению, но распространяются с разной скоростью, вследствие чего между ними возникает все возрастающая разность фаз. Характер поляризации обыкновенного и необыкновенного лучей таков же, как для лучей, изображенных на рис. 1.89.

7.4 Интерференция поляризованных лучей

При наложении двух когерентных лучей, поляризованных во взаимно перпендикулярных направлениях, никакой интерференционной картины с характерным для нее чередованием максимумов и минимумов интенсивности получиться не может. Интерференция возникает только в том случае, если колебания во взаимодействующих лучах совершаются вдоль одного и того же направления. Колебания в двух лучах, первоначально поляризованных во взаимно перпендикулярных направлениях, можно свести в одну плоскость, пропустив эти лучи через поляризатор, установленный так, чтобы его плоскость не совпадала с плоскостью колебаний ни одного из лучей.

Рассмотрим, что получается при наложении вышедших из кристаллической пластинки обыкновенного и необыкновенного лучей.

Пусть пластинка вырезана параллельно оптической оси (рис. 1.91). При нормальном падении света на пластинку обыкновенный и необыкновенный лучи будут распространяться не разделяясь, но с различной скоростью (см. рис. 1.90 в). За время прохождения через пластинку между лучами возникнет разность хода

$$\Delta = (n_0 - n_e)d \quad (7.217)$$

или разность фаз

$$\delta = \frac{(n_0 - n_e)d}{\lambda_0} \cdot 2\pi \quad (7.218)$$

(d — толщина пластинки, λ_0 — длина волны в вакууме).

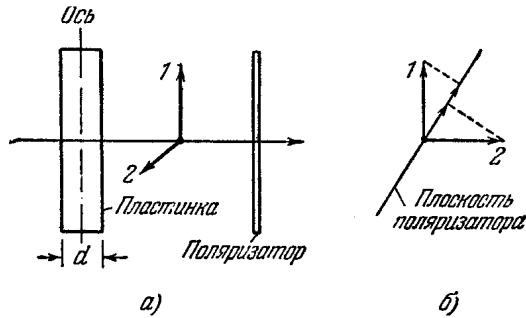


Рис. 1.91

Таким образом, если пропустить естественный свет через вырезанную параллельно оптической оси кристаллическую пластинку (рис. 1.91 а), из пластинки выйдут два поляризованных во взаимно перпендикулярных плоскостях луча 1 и 2^{*}, между которыми будет существовать разность фаз, определяемая формулой (7.218). Поставим на пути этих лучей поляризатор. Колебания обоих лучей после прохождения через поляризатор будут лежать в одной плоскости. Амплитуды их будут равны составляющим амплитуд лучей 1 и 2 в направлении плоскости поляризатора (рис. 1.91 б).

Вышедшие из поляризатора лучи возникают в результате разделения света, полученного от одного источника. Поэтому они, казалось бы, должны интерферировать. Однако если лучи 1 и 2 возникают за счет прохождения через пластинку естественного света, они не дают интерференции. Это объясняется весьма просто. Хотя обыкновенный и необыкновенный лучи порождены одним и тем же источником света, они содержат в основном колебания, принадлежащие разным цугам волн, испускаемых отдельными атомами. В обыкновенном луче колебания обусловлены преимущественно цугами, плоскости колебаний которых близки к одному направлению в пространстве, в необыкновенном луче — цугами, плоскости колебаний которых близ-

* В кристалле луч 1 был обыкновенным и мог быть обозначен буквой e , луч 2 был необыкновенный (o). По выходе из кристалла эти лучи утратили право называться обыкновенным и необыкновенным.

ки к другому, перпендикулярному к первому направлению. Поскольку отдельные пути некогерентны, возникающие из естественного света обыкновенный и необыкновенный лучи, а следовательно, и лучи 1 и 2, также оказываются некогерентными.

Иначе обстоит дело, если на кристаллическую пластинку падает плоскополяризованный свет. В этом случае колебания каждого пучка разделяются между обыкновенным и необыкновенным лучами в одинаковой пропорции (зависящей от ориентации оптической оси пластинки относительно плоскости колебаний в падающем луче). Поэтому лучи o и e , а следовательно, и лучи 1 и 2, оказываются когерентными и будут интерферировать.

7.5 Прохождение плоскополяризованного света через кристаллическую пластинку

Рассмотрим кристаллическую пластинку, вырезанную параллельно оптической оси. В предыдущем параграфе мы выяснили, что при падении на такую пластинку плоскополяризованного света обыкновенный и необыкновенный лучи оказываются когерентными. На входе в пластинку разность фаз δ этих лучей равна нулю, на выходе из пластинки

$$\delta = \frac{\Delta}{\lambda_0} \cdot 2\pi = \frac{(n_0 - n_e)d}{\lambda_0} \cdot 2\pi \quad (7.219)$$

(см. (7.217) и (7.218)); мы предполагаем, что свет падает на пластинку нормально).

Вырезанная параллельно оптической оси пластинка, для которой

$$(n_0 - n_e)d = m\lambda_0 + \frac{\lambda_0}{4}$$

(m — любое целое число либо нуль), называется *пластинкой в четверть волны*. При прохождении через такую пластинку обыкновенный и необыкновенный лучи приобретают разность фаз, равную $\frac{\pi}{2}$ (напомним, что разность фаз определяется с точностью до $2\pi m$). Пластинка, для которой

$$(n_0 - n_e)d = m\lambda_0 + \frac{\lambda_0}{2},$$

называется *пластинкой в полволны*, и т.д.

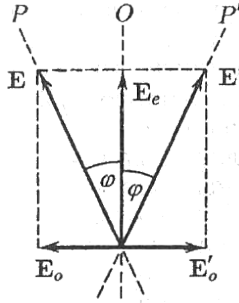


Рис. 1.92

Рассмотрим прохождение плоскополяризованного света через пластинку в полволны. Колебание \mathbf{E} в падающем луче, совершающееся в плоскости P , возбуждает при входе в кристалл колебание \mathbf{E}_0 обыкновенного луча и колебание \mathbf{E}_e необыкновенного луча (рис. 1.92).

За время прохождения через пластинку разность фаз между колебаниями \mathbf{E}_0 и \mathbf{E}_e изменяется на π . Поэтому на выходе из пластинки фазовое соотношение между обыкновенным и необыкновенным лучами будет соответствовать взаимному расположению векторов \mathbf{E}_e и \mathbf{E}'_0 (на входе в пластинку оно соответствовало взаимному расположению векторов \mathbf{E}_e и \mathbf{E}_0). Следовательно, свет, вышедший из пластинки, будет поляризован в плоскости P' . Плоскости P и P' расположены симметрично относительно оптической оси пластинки O . Таким образом, пластинка в полволны поворачивает плоскость колебаний прошедшего через нее света на угол 2φ (φ угол между плоскостью колебаний в падающем луче и осью пластинки).

Теперь пропустим плоскополяризованный свет через пластинку в четверть волны (рис. 1.93).

Если расположить пластинку так, чтобы угол φ между плоскостью колебаний P в падающем луче и осью пластинки O равнялся 45° , амплитуды обоих лучей, вышедших из пластинки, будут одинаковы (предполагается, что дихроизма нет). Сдвиг по фазе между колебаниями в этих лучах составит $\frac{\pi}{2}$. Следовательно, свет, вышедший из пластинки, будет поляризован по кругу. При ином значении угла φ амплитуды вышедших из пластинки лучей будут неодинаковыми. Поэтому при наложении эти лучи образуют свет, поляризованный по эллипсу, одна из осей которого совпадает с осью пластинки O .

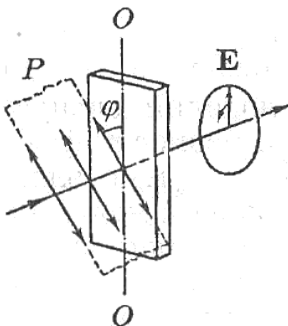


Рис. 1.93

При пропускании плоскополяризованного света через пластинку в не совпадающее с $m + \frac{1}{4}$ или $m + \frac{1}{2}$ дробное число волн из пластинки выйдут две когерентные, поляризованные во взаимно перпендикулярных плоскостях световые волны, разность фаз которых отличается от $\frac{\pi}{2}$ и от π . Следовательно, при любом отношении амплитуд этих волн, зависящем от угла φ (см. рис. 1.93), на выходе из пластинки получится эллиптически поляризованный свет, причем ни одна из осей эллипса не будет совпадать с осью пластинки O . Ориентация осей эллипса относительно оси O определяется разностью фаз δ , а также отношением амплитуд, т.е. углом φ между плоскостью колебаний в падающей волне и осью пластинки O .

Отметим, что, независимо от толщины пластинки, при φ , равном нулю или $\frac{\pi}{2}$, в пластинке будет распространяться только один луч (в первом случае необыкновенный, во втором — обыкновенный), так что на выходе из пластинки свет останется плоскополяризованным с плоскостью колебаний, совпадающей с P .

Если на пути эллиптически поляризованного света поставить пластинку в четверть волны, расположив ее оптической осью вдоль одной из осей эллипса, то пластинка внесет дополнительную разность фаз, равную $\frac{\pi}{2}$. В результате разность фаз двух плоскополяризованных волн, дающих в сумме эллиптически поляризованную волну, станет равной нулю или π , так что наложение этих волн даст плоскополяризованную волну. Следовательно, надлежащим образом повернутая пластинка в четверть волны превращает эллиптически поляризованный свет в плоскополяризованный. На этом основывает-

ся метод, с помощью которого можно отличить эллиптически поляризованный свет от частично поляризованного или свет, поляризованный по кругу, от естественного. Исследуемый свет пропускается через пластинку в четверть волны и помещенный за ней поляризатор. Если исследуемый луч является эллиптически поляризованным (или поляризованным по кругу), то, вращая пластинку и поляризатор вокруг направления луча, удастся добиться полного затемнения поля зрения. Если же свет является частично поляризованным (или естественным), то ни при каком положении пластинки и поляризатора невозможно получить погашения исследуемого луча.

7.6 Кристаллическая пластинка между двумя поляризаторами

Поместим между поляризаторами P и P' пластинку из одноосного кристалла, вырезанную параллельно оптической оси O (рис. 1.94). Из поляризатора P выйдет плоскополяризованный свет интенсивности I . Пройдя через пластинку, свет станет в общем случае эллиптически поляризованным. По выходе из поляризатора P' свет снова будет плоскополяризованным.

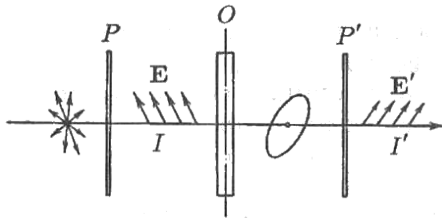


Рис. 1.94

Его интенсивность I' зависит от взаимной ориентации плоскостей поляризаторов P и P' и оптической оси пластинки, а также от разности фаз δ , приобретаемой обыкновенным и необыкновенным лучами при прохождении через пластинку.

Предположим, что угол φ между плоскостью поляризатора P и осью пластинки O равен $\frac{\pi}{4}$. Рассмотрим два частных случая: поляризаторы параллельны (рис.1.95а) и поляризаторы скрещены (рис.1.95б).

* Второй по ходу луча поляризатор P' называют также *анализатором*.

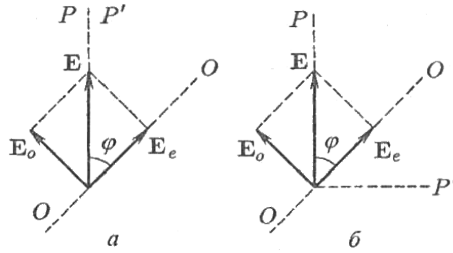


Рис. 1.95

Световое колебание, вышедшее из поляризатора P , изобразится вектором \mathbf{E} , лежащим в плоскости P . При входе в пластинку колебание \mathbf{E} возбudit два колебания — перпендикулярное к оптической оси колебание \mathbf{E}_0 (обыкновенный луч) и параллельное оси колебание \mathbf{E}_e (необыкновенный луч). Эти колебания будут когерентными; проходя через пластинку, они приобретут разность фаз δ , которая определяется толщиной пластинки и разностью показателей преломления обыкновенного и необыкновенного лучей. Амплитуды этих колебаний одинаковы и равны

$$E_0 = E_e = E \cos\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{E}{\sqrt{2}}, \quad (7.220)$$

где E — амплитуда волны, вышедшей из первого поляризатора.

Через второй поляризатор пройдут составляющие колебаний \mathbf{E}_0 и \mathbf{E}_e по направлению плоскости P' . Амплитуды этих составляющих в обоих случаях равны амплитудам (7.220), умноженным на $\cos\left(\frac{\pi}{4}\right)$, т.е.

$$E'_0 = E'_e = \frac{E}{2}. \quad (7.221)$$

В случае параллельных поляризаторов (рис. 1.95 а) разность фаз волн, вышедших из поляризатора P' , равна δ , т.е. разности фаз, приобретенной при прохождении через пластинку. В случае скрещенных поляризаторов (рис. 1.95 б) проекции векторов \mathbf{E}_0 и \mathbf{E}_e на направление P' имеют разные знаки. Это означает, что в дополнение к разности фаз δ возникает дополнительная разность фаз, равная π .

Волны, вышедшие из второго поляризатора, будут интерферировать. Амплитуда E_{\parallel} результирующей волны в случае параллельных

поляризаторов определяется соотношением

$$E_{\parallel}^2 = E_0'^2 + E_e'^2 + 2E_0'E_e' \cos \delta,$$

а в случае скрещенных поляризаторов — соотношением

$$E_{\perp}^2 = E_0'^2 + E_e'^2 + 2E_0'E_e' \cos(\delta + \pi).$$

Приняв во внимание (7.221), можно написать, что

$$E_{\parallel}^2 = \frac{1}{4}E^2 + \frac{1}{4}E^2 + \frac{1}{2}E^2 \cos \delta = \frac{1}{2}E^2(1 + \cos \delta) = E^2 \cos^2 \frac{\delta}{2},$$

$$E_{\perp}^2 = \frac{1}{4}E^2 + \frac{1}{4}E^2 + \frac{1}{2}E^2 \cos(\delta + \pi) = \frac{1}{2}E^2(1 - \cos \delta) = E^2 \sin^2 \frac{\delta}{2}.$$

Интенсивность пропорциональна квадрату амплитуды. Следовательно,

$$I'_{\parallel} = I \cos^2 \frac{\delta}{2}, \quad I'_{\perp} = I \sin^2 \frac{\delta}{2}. \quad (7.222)$$

Здесь I'_{\parallel} — интенсивность света, вышедшего из второго поляризатора в случае, когда поляризаторы параллельны, I'_{\perp} — та же интенсивность в случае, когда поляризаторы скрещены, I — интенсивность света, прошедшего через первый поляризатор.

Из формул (7.222) следует, что интенсивности I'_{\parallel} и I'_{\perp} оказываются «дополнительными» — в сумме они дают интенсивность I . В частности, при

$$\delta = 2m\pi \quad (m = 1, 2, \dots) \quad (7.223)$$

интенсивность I'_{\parallel} будет равна I , а интенсивность I'_{\perp} обращается в нуль. При значениях же

$$\delta = (2m + 1)\pi \quad (m = 0, 1, \dots) \quad (7.224)$$

интенсивность I'_{\parallel} становится равной нулю, а интенсивность I'_{\perp} достигает значения I .

Разность показателей преломления $n_0 - n_e$ зависит от длины волны света λ_0 . Кроме того, λ_0 входит непосредственно в выражение (7.219) для δ . Пусть свет, падающий на поляризатор P , состоит из излучения двух длин волн λ_1 и λ_2 , таких, что δ для λ_1 удовлетворяет

условию (7.223), а для λ_2 — условию (7.224). В этом случае при параллельных поляризаторах через систему, изображенную на рис. 1.94, пройдет беспрепятственно свет с длиной волны λ_1 и полностью будет задержан свет с длиной волны λ_2 . При скрещенных поляризаторах пройдет беспрепятственно свет с длиной волны λ_2 и полностью будет задержан свет с длиной волны λ_1 . Следовательно, при одном расположении поляризаторов окраска прошедшего через систему света будет соответствовать длине волны λ_1 , при другом расположении — длине волны λ_2 . Такие две окраски называются *дополнительными*. При вращении одного из поляризаторов окраска непрерывно меняется, переходя за каждую четверть оборота от одного дополнительного цвета к другому. Смена окраски наблюдается и при φ , отличном от $\frac{\pi}{4}$ (но не равном нулю или $\frac{\pi}{2}$), только цвета оказываются менее насыщенными.

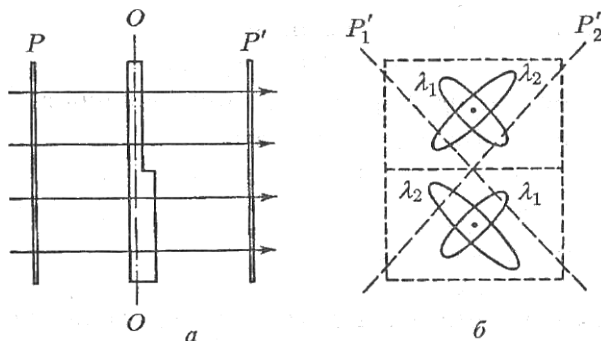


Рис. 1.96

Разность фаз δ зависит от толщины пластинки. Поэтому, если двоякопреломляющая прозрачная пластинка, помещенная между поляризаторами, имеет в разных местах неодинаковую толщину, эти места при наблюдении со стороны поляризатора P' будут представляться окрашенными в различные цвета. При вращении поляризатора P' эти цвета изменяются, причем каждый из них переходит в дополнительный цвет. Поясним это следующим примером. На рис. 1.96 а изображена помещенная между поляризаторами пластинка, у которой нижняя половина толще верхней. Пусть свет, проходящий через пластину, содержит излучение только двух длин волн: λ_1 и λ_2 . На рис. 1.96 б дан «вид» со стороны поляризатора P' . По выходе из кристаллической пластинки каждая из составляющих излучения бу-

дет, вообще говоря, поляризована по эллипсу. Ориентация и эксцентриситет эллипсов для длин волн λ_1 и λ_2 , а также для разных половин пластинки будут различны.

При установке плоскости поляризатора P' в положение P'_1 в излучении, прошедшем через P' , будет преобладать в верхней половине пластинки длина волны λ_1 , в нижней половине — λ_2 . Поэтому обе половины будут иметь разную окраску. При установке поляризатора P' в положение P'_2 окраска верхней половины будет определяться излучением с длиной волны λ_2 , нижней половины — излучением с длиной волны λ_1 . Таким образом, при повороте поляризатора P' на 90° обе половины пластинки как бы обмениваются окраской. Разумеется, так будет обстоять дело лишь при определенном соотношении толщин обеих частей пластинки.

7.7 Искусственное двойное лучепреломление

В прозрачных аморфных телах, а также в кристаллах кубической системы может возникать двойное лучепреломление под влиянием внешних воздействий. В частности, это происходит при механических деформациях тел. Мерой возникающей оптической анизотропии служит разность показателей преломления обыкновенного и необыкновенного лучей. Опыт показывает, что эта разность пропорциональна напряжению σ в данной точке тела (т.е. силе, приходящейся на единицу площади; см. И.В. Савельев. §2.9 кн. 1 [8]):

$$n_0 - n_e = k\sigma \quad (7.225)$$

(k — коэффициент пропорциональности, зависящий от свойств вещества).

Поместим стеклянную пластинку Q между скрещенными поляризаторами P и P' (рис. 1.97).

Пока стекло не деформировано, такая система света не пропускает. Если же пластинку подвергнуть сжатию, свет через систему начинает проходить, причем наблюдаемая в прошедших лучах картина оказывается испещренной цветными полосами. Каждая такая полоса соответствует одинаково деформированным местам пластинки. Следовательно, по расположению полос можно судить о распределении напряжений внутри пластинки. На этом основывается оптический метод исследования напряжений. Изготовленная из прозрачного изо-

тропного материала (например, из плексигласа) модель какой-либо детали или конструкции помещается между скрещенными поляризаторами. Модель подвергается действию нагрузок, подобных тем, какие будет испытывать само изделие. Наблюдаемая при этом в проходящем белом свете картина позволяет определить распределение напряжений, а также судить об их величине.

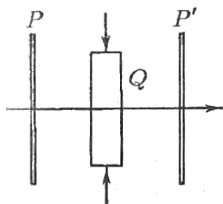


Рис. 1.97

Возникновение двойного лучепреломления в жидкости и в аморфных твердых телах под воздействием электрического поля было обнаружено Керром * в 1875 г. Это явление получило название *эффекта Керра*. В 1930 г. этот эффект был наблюден также и в газах.

Схема установки для исследования эффекта Керра в жидкостях показана на рис. 1.98.

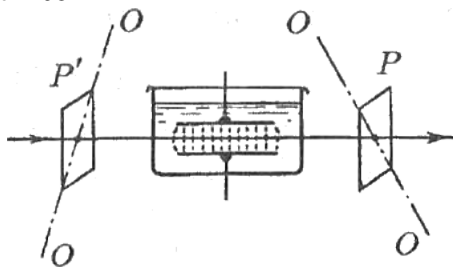


Рис. 1.98

Установка состоит из *ячейки Керра*, помещенной между скрещенными поляризаторами P и P' . Ячейка Керра представляет собой герметический сосуд с жидкостью, в которую введены пластины конденсатора. При подаче на пластины напряжения между ними возникает практически однородное электрическое поле. Под его действием жид-

* Джон Керр (1824-1907) — шотландский физик.

кость приобретает свойства одноосного кристалла с оптической осью, ориентированной вдоль поля.

Возникающая разность показателей преломления n_0 и n_e пропорциональна квадрату напряженности поля E :

$$n_0 - n_e = kE^2. \quad (7.226)$$

На пути ℓ между обыкновенным и необыкновенным лучами возникает разность хода

$$\Delta = (n_0 - n_e)\ell = k\ell E^2$$

или разность фаз

$$\delta = \frac{\Delta}{\lambda_0} \cdot 2\pi = 2\pi \frac{k}{\lambda_0} \ell E^2.$$

Это выражение принято записывать в виде

$$\delta = 2\pi B \ell E^2, \quad (7.227)$$

где B — характерная для вещества величина, называемая *постоянной Керра*.

Из известных жидкостей наибольшей постоянной Керра обладает нитробензол ($C_6H_5NO_2$). Постоянная Керра зависит от температуры вещества и от длины волны света.

Эффект Керра объясняется различной поляризуемостью молекул по разным направлениям. В отсутствие поля молекулы ориентированы хаотическим образом, поэтому жидкость в целом не обнаруживает анизотропии. Под действием поля молекулы поворачиваются так, чтобы в направлении поля были ориентированы либо их дипольные электрические моменты (у полярных молекул), либо направления наибольшей поляризуемости (у неполярных молекул). В результате жидкость становится оптически анизотропной. Ориентирующему действию поля противится тепловое движение молекул. Этим обуславливается уменьшение постоянной Керра с повышением температуры.

Время, в течение которого устанавливается (при включении поля) или исчезает (при выключении поля) преимущественная ориентация молекул, составляет около 10^{-10} с. Поэтому ячейка Керра, помещенная между скрещенными поляризаторами, может служить практически безынерционным световым затвором. В отсутствие напряжения

на пластинах конденсатора затвор будет закрыт. При включении напряжения затвор пропускает значительную часть света, падающего на первый поляризатор.

7.8 Вращение плоскости поляризации

Естественное вращение. Некоторые вещества, называемые *оптически активными*, обладают способностью вызывать вращение плоскости поляризации проходящего через них плоскополяризованного света. К числу таких веществ принадлежат кристаллические тела (например, кварц, киноварь), чистые жидкости (скипидар, никотин) и растворы оптически активных веществ в неактивных растворителях (водные растворы сахара, винной кислоты и др.).

Кристаллические вещества сильнее всего вращают плоскость поляризации в случае, когда свет распространяется вдоль оптической оси кристалла. Угол поворота φ пропорционален пути ℓ , пройденному лучом в кристалле:

$$\varphi = \alpha \ell. \quad (7.228)$$

Коэффициент α называют *постоянной вращения*. Эта постоянная зависит от длины волны (дисперсия вращательной способности).

В растворах угол поворота плоскости поляризации пропорционален пути света в растворе ℓ и концентрации активного вещества c :

$$\varphi = [\alpha] c \ell. \quad (7.229)$$

Здесь $[\alpha]$ —величина, называемая *удельной постоянной вращения*.

В зависимости от направления вращения плоскости поляризации оптически активные вещества подразделяются на *право-* и *лево-вращающие*. Направление вращения (относительно луча) не зависит от направления луча. Поэтому, если луч, прошедший через оптически активный кристалл вдоль оптической оси, отразить зеркалом и заставить пройти через кристалл еще раз в обратном направлении, то восстанавливается первоначальное положение плоскости поляризации.

Все оптически активные вещества существуют в двух разновидностях — правовращающей и левовращающей. Существуют право- и левовращающий кварц, право- и левовращающий сахар и т.д. Молекулы или кристаллы одной разновидности являются зеркальным отражением молекул или кристаллов другой разновидности (рис. 1.99).

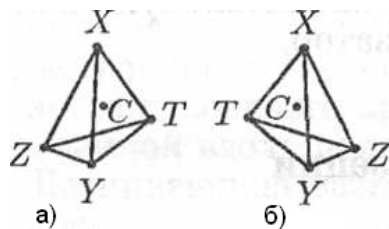


Рис. 1.99

Буквами C , X , Y , Z и T обозначены отличающиеся друг от друга атомы или группировки атомов (радикалы). Молекула b является зеркальным отражением молекулы a . Если смотреть на тетраэдр, изображенный на рис. 1.99, вдоль направления CX , то при обходе по часовой стрелке будет иметь место чередование $ZYTZ$ для молекулы a и $ZTYZ$ для молекулы b . То же самое наблюдается для любого из направлений CY , CZ и CT . Чередование радикалов X, Y, Z, T в молекуле b противоположно их чередованию в молекуле a . Поэтому если, например, вещество, образованное молекулами a , правовращающее, то вещество, образованное молекулами b , будет левовращающим.

Если между двумя скрещенными поляризаторами поместить оптически активное вещество (кристалл кварца, прозрачную кювету с раствором сахара и т.п.), то поле зрения просветляется. Чтобы снова получить темноту, нужно повернуть один из поляризаторов на угол φ , определяемый выражением (7.228) или (7.229). В случае раствора, зная удельную постоянную вращения $[\alpha]$ данного вещества и длину l , можно, измерив угол поворота φ , определить по формуле (7.229) концентрацию раствора c . Такой способ определения концентрации применяется в производстве различных веществ, в частности в сахароварении (соответствующий прибор называется сахариметром).

Магнитное вращение плоскости поляризации. Оптически неактивные вещества приобретают способность вращать плоскость поляризации под действием магнитного поля. Это явление было обнаружено Фарадеем и поэтому называется иногда *эффектом Фарадея*. Оно наблюдается только при распространении света вдоль направления намагниченности. Поэтому для наблюдения эффекта Фарадея в полюсных наконечниках электромагнита просверливают отверстия, через которые пропускается световой луч. Исследуемое вещество помещается между полюсами электромагнита.

Угол поворота плоскости поляризации φ пропорционален пути ℓ , проходимому светом в веществе, и намагниченности вещества. Намагниченность в свою очередь пропорциональна напряженности магнитного поля H (в соответствии с формулой $\mathbf{J} = \chi\mathbf{H}$, см. И.В. Савельев “Курс общей физики” кн. 2 [7]). Поэтому можно написать, что

$$\varphi = V\ell H. \quad (7.230)$$

Коэффициент V называется *постоянной Верде* или *удельным магнитным вращением*. Постоянная V , как и постоянная вращения α , зависит от длины волны.

Направление вращения определяется направлением магнитного поля. От направления луча знак вращения не зависит. Поэтому если, отразив луч зеркалом, заставить его пройти через намагниченное вещество еще раз и обратном направлении, поворот плоскости поляризации удвоится.

Магнитное вращение плоскости поляризации обусловлено возникающей под действием магнитного поля прецессией электронных орбит (см. И.В. Савельев “Курс общей физики”, §7.7 кн. 2 [7]).

Оптически активные вещества под действием магнитного поля приобретают дополнительную способность вращать плоскость поляризации, которая складывается с их естественной способностью.

8 Взаимодействие света с веществом

8.1 Дисперсия света

Дисперсия света — это явления, обусловленные зависимостью показателя преломления вещества от длины волны (или частоты):

$$n = f(\lambda), \quad (8.231)$$

где λ — длина волны света в вакууме.

Производную $\frac{dn}{d\lambda}$, называют *дисперсией вещества*. Для прозрачных бесцветных веществ график зависимости $n(\lambda)$ в видимой части спектра имеет вид, показанный на рис. 2.28.

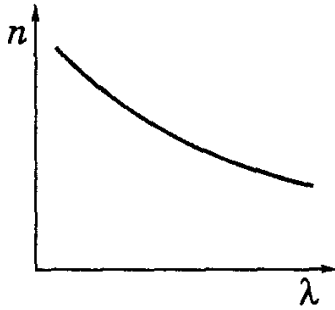


Рис. 1.100

Интервал длин волн, в котором $\frac{dn}{d\lambda} < 0$ (как на рисунке), соответствует **нормальной дисперсии**. Те же интервалы длин волн, где дисперсия вещества $\frac{dn}{d\lambda} > 0$, соответствуют **аномальной дисперсии**. На рис. 2.29 показан график зависимости $n(\lambda)$ с участками нормальной и аномальной дисперсии. Заметим, что область аномальной дисперсии совпадает с полосой поглощения $\kappa(\lambda)$.

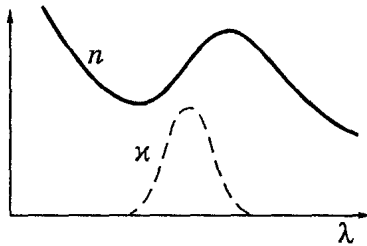


Рис. 1.101

Все вещества в той или иной степени являются диспергирующими. Вакуум, как показали тщательные исследования, дисперсией не обладает.

Аналитический вид зависимости $n(\lambda)$ в области нормальной дисперсии для не слишком больших интервалов длин волн может быть представлен приближенной формулой

$$n = a + \frac{b}{\lambda^2}, \quad (8.232)$$

где a и b положительные постоянные, значения которых для каждого вещества определяются из опыта.

Пример. На рис. 2.28 и 2.29 изображены графики зависимости показателя преломления вещества от длины волны $n(\lambda)$. Изобразим соответствующие графики зависимостей $n(\omega)$, где ω — циклическая частота света.

Поскольку $\omega \sim \frac{1}{\lambda}$, легко проверить, что графики $n(\omega)$, соответствующие указанным рисункам, таковы, как показано на рис. 2.30 и 2.31. Причем, в случае графика, приведенного на рис. 2.30, закон дисперсии в соответствии с формулой (8.232) принимает вид

$$n = a + b'\omega^2, \quad \text{где постоянная} \quad b' = \frac{b}{(2\pi c)^2}.$$

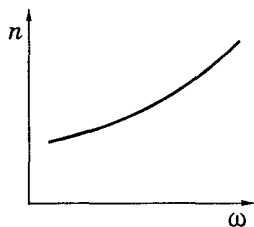


Рис. 1.102

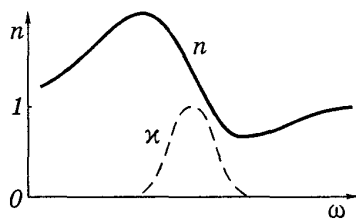


Рис. 1.103

8.2 Классическая теория дисперсии

Дисперсию света можно объяснить на основе электромагнитной теории и электронной теории вещества. Строго говоря, движение (точнее — поведение) электронов в атоме подчиняется законам квантовой физики. Однако для качественного понимания дисперсии света достаточно ограничиться классическими представлениями, которые, как это ни удивительно, приводят к тем же результатам, что и квантовая теория.

Итак, поставим перед собой задачу объяснить ход зависимости $n(\omega)$. Мы знаем, что в изотропной немагнитной среде $n = \sqrt{\varepsilon}$. В свою очередь ε можно найти из соотношения $\varepsilon = 1 + \kappa$, где κ — диэлектрическая восприимчивость, которая является коэффициентом

в соотношении $\mathbf{P} = \kappa \varepsilon_0 \mathbf{E}$, \mathbf{P} — поляризованность, т.е. дипольный момент единицы объема. Таким образом,

$$\varepsilon = 1 + \frac{P_x(t)}{\varepsilon_0 E_x(t)}. \quad (8.233)$$

где P_x — проекция вектора \mathbf{P} на ось X , вдоль которой совершаются колебания вектора \mathbf{E} .

Известно, что $P_x = n_0 p_x$, где n_0 — концентрация диполей, p_x — проекция дипольного момента отдельного диполя. В дальнейшем мы будем рассматривать простейшую модель вещества, состоящего из не взаимодействующих друг с другом атомов. Каждый атом представляет собой ядро, окруженное быстро движущимися электронами, которые в совокупности как бы «размазаны» по сферической симметричной области вокруг ядра. Поэтому принято говорить, что ядро с зарядом q окружено «электронным облаком» с зарядом $-q$.

В отсутствие внешнего поля \mathbf{E} центр электронного облака совпадает с ядром, и дипольный момент атома равен нулю. При наличии же внешнего поля \mathbf{E} электронное облако смещается относительно практически неподвижного ядра, и возникает дипольный момент $\mathbf{p} = q\boldsymbol{\ell}$, где $q > 0$, а $\boldsymbol{\ell}$ — вектор, проведенный из центра «облака» к ядру. Проекция вектора \mathbf{p} на ось X равна

$$p_x = q\ell_x = q(-x) = -qx, \quad (8.234)$$

здесь x — смещение центра «облака» из положения равновесия, т.е. относительно ядра. Заметим, что центр «облака» ведет себя как точечный заряд $-q$.

С учетом (8.234) выражение (8.233) можно представить так:

$$\varepsilon = 1 + \frac{n_0(-qx)}{\varepsilon_0 E_x}. \quad (8.235)$$

Как видно, задача сводится к определению $x(t)$ под действием $E_x(t)$.

Для этого запишем уравнение движения электронного облака как

$$m\ddot{x} = -kx - r\dot{x} + qE_m \cos \omega t, \quad (8.236)$$

где m — масса электронного облака, а справа записаны проекции на ось X квазиупругой силы, силы «сопротивления», обусловленной

чем-то вроде «трения» облака о ядро, и вынуждающей силы со стороны гармонической электромагнитной волны частоты ω . Магнитной составляющей этой силы мы пренебрегаем, поскольку в нерелятивистском случае она ничтожно мала. Разделив уравнение (8.237) на m , приведем его к виду

$$\ddot{x} + 2\beta\dot{x} + \omega^2 x = f_m \cos \omega t, \quad (8.237)$$

где $\omega_0^2 = \frac{k}{m}$, $2\beta = \frac{r}{m}$, $f_m = \frac{qE_m}{m}$.

Для теории дисперсии имеет значение не общее, а только частное (установившееся) решение уравнения (8.237):

$$x = a \cos(\omega t - \varphi), \quad (8.238)$$

где a — амплитуда колебаний, φ — разность фаз между смещением x и «силой» $f_m \cos \omega t$. Подстановка этого решения в уравнение (8.237) позволяет с помощью векторной диаграммы найти значения амплитуды a и разности фаз φ , а именно

$$a = \frac{f_m}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\beta^2\omega^2}}, \quad \operatorname{tg} \varphi = \frac{2\beta\omega}{\omega_0^2 - \omega^2} \quad (8.239)$$

(решение уравнения (8.237) подробно рассматривается в теории колебаний).

Ограничимся простейшим случаем, когда $2\beta\omega \ll (\omega_0^2 - \omega^2)$, т.е. когда вынуждающая частота (поля) не очень близка к собственной частоте ω_0 колебаний электронного облака и коэффициент β , характеризующий затухание, достаточно мал. В этом случае, если $\omega < \omega_0$, то

$$x(t) = \frac{f_m}{\omega_0^2 - \omega^2} \cos \omega t. \quad (8.240)$$

Такой же результат будет и при $\omega > \omega_0$, когда $\varphi = \pi$.

Остается подставить (8.240) в (8.235) и учесть, что вынуждающая сила в (8.237) $qE_m \cos \omega t = -qE_x$. В результате получим:

$$\varepsilon = 1 + \frac{b}{\omega_0^2 - \omega^2}, \quad (8.241)$$

где $b = \frac{n_0 q^2}{\varepsilon_0 m} = \frac{N_0 e^2}{\varepsilon_0 m_e}$, N_0 — концентрация электронов (здесь учтено, что $q = Ze$, $m = Zm_e$ и $N_0 = Zn_0$, Z — число электронов в атоме).

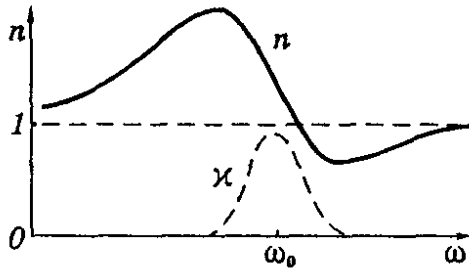


Рис. 1.104

Разрыв функции $\varepsilon(\omega)$ при $\omega = \omega_0$ и обращение ее в $\pm\infty$ не имеют физического смысла, это получилось вследствие игнорирования затухания ($\beta \rightarrow 0$). Если же его учесть, то ход кривой будет иным (рис. 1.104) и достаточно хорошо подтверждается экспериментально (сравните с рис. 2.31). Зависимость $\kappa(\omega)$ характеризует полосу поглощения. Как раз с ней совпадает область аномальной дисперсии ($\frac{dn}{d\omega} < 0$).

Заметим, что собственных частот ω_{0i} может быть несколько в атоме, соответственно будет и несколько областей аномальной дисперсии. Кроме того, как видно из рис. 1.104, при $\omega > \omega_0$ показатель преломления ($n = \sqrt{\varepsilon}$) будет меньше единицы, а это значит, что фазовая скорость электромагнитной волны $v = \frac{c}{n}$ оказывается больше c ! Подобное имеет место в плазме, где $\omega_0 = 0$ (электроны свободные), и для рентгеновского излучения ($\omega \gg \omega_0$). Никакого противоречия с теорией относительности здесь нет. Последняя утверждает, что скорость сигнала (импульса) не может превышать c . Понятие же показателя преломления применимо к монохроматическим электромагнитным волнам, бесконечным в пространстве и во времени. Такие волны не могут служить для передачи сигнала, а кроме того, их в принципе невозможно осуществить.

Из выражения (8.241) вытекает и еще одно неожиданное следствие для случая, когда $\omega_0 = 0$ (например, в той же плазме). При этом условии, когда частота электромагнитной волны $\omega \leq \sqrt{b}$, оказывается, что диэлектрическая проницаемость $\varepsilon(\omega) \leq 0$, а следовательно, показатель преломления для таких частот ($n = \sqrt{\varepsilon}$) становится *минимумом*, и его можно представить как $n = ik$. Выясним, что

это означает.

Запишем уравнение электромагнитной волны в комплексной форме:

$$\hat{E} = E_0 e^{i(kx - \omega t)},$$

где $k = \frac{2\pi}{\lambda}$, λ — длина волны в среде. Если длина волны в вакууме λ_0 , то $\lambda = \frac{\lambda_0}{n}$, и

$$k = \frac{2\pi}{\lambda_0} n = ik_0 n,$$

где $k_0 = \frac{2\pi}{\lambda_0}$. Подставив это выражение для k в исходное уравнение волны $\hat{E}(x, t)$, получим:

$$\hat{E} = E_0 e^{-\kappa k_0 x} e^{-i\omega t},$$

или для действительной части

$$E = E_0 e^{-\kappa k_0 x} \cos \omega t.$$

Видно, что в рассматриваемом случае мы имеем стоячую волну, амплитуда которой экспоненциально затухает*. Фактически это означает, что излучение при $\varepsilon < 0$ не может пройти через плазму и происходит полное отражение его в пограничном слое. На этом, кстати, основан метод определения концентрации электронов в плазме.

Пример. При зондировании разреженной плазмы радиоволнами различных частот обнаружили, что радиоволны с частотами, меньшими, чем $\nu_0 = 400$ МГц не проходят через плазму. Найдем концентрацию свободных электронов в этой плазме. Радиоволны не проходят через плазму, а отражаются от нее, как мы выяснили, при мнимом показателе преломления, т.е. при значении диэлектрической проницаемости $\varepsilon \ll 0$. Имея в виду (8.241) и учитывая, что для свободных электронов $\omega_0 = 0$, получим:

$$\varepsilon(\omega) = 1 - \frac{N_0 e^2}{\varepsilon_0 m_e \omega^2} \leq 0.$$

* В общем случае вводят комплексный показатель преломления $\hat{n} = n + ik$, где n определяет фазовую скорость волны $v = \frac{c}{n}$, а мнимую часть κ называют показателем затухания. Он характеризует затухание волны по мере ее распространения. Затухание не обязательно связано с поглощением электромагнитной волны, примером тому служит разобранный пример.

Отсюда находим искомую концентрацию свободных электронов:

$$N_0 = \frac{\varepsilon_0 m_e \omega^2}{e^2} = \frac{4\pi^2 \varepsilon_0 m_e \nu^2}{e^2} = 2,0 \cdot 10^9 \text{ см}^{-3}.$$

8.3 Групповая скорость

Волновой пакет. Строго монохроматическая волна — это идеализация. Таких волн в природе нет. Любая реальная волна, согласно теореме Фурье, может быть представлена как суперпозиция монохроматических волн с различными амплитудами и частотами ω в некотором интервале $\Delta\omega$. Суперпозицию волн, мало отличающихся друг от друга по частотам ($\Delta\omega \ll \omega$), называют *волновым пакетом* или *группой волн*. Вид волнового пакета в некоторый момент времени показан на рис. 1.105.

В его пределах монохроматические составляющие усиливают друг друга, вне пакета практически гасят друг друга.

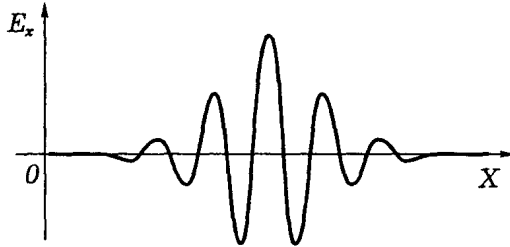


Рис. 1.105

В вакууме все монохроматические волны, образующие пакет, распространяются, как уже было сказано выше, с одинаковой фазовой скоростью

$$v = \frac{\omega}{k}, \quad (8.242)$$

где k — волновое число $\left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)$. С такой же скоростью распространяется в вакууме и сам волновой пакет, не изменяя своей формы.

Групповая скорость. В диспергирующей же среде волновой пакет расплывается, поскольку скорости его монохроматических со-

ставляющих отличаются друг от друга, и понятие скорости такой волны требует уточнения.

Если дисперсия достаточно мала, расплывание волнового пакета происходит не слишком быстро. В этом случае волновому пакету можно приписать скорость u , с которой перемещается его «центр тяжести». Это так называемая групповая скорость. Соответствующий расчет дает, что групповая скорость определяется как

$$u = \frac{d\omega}{dk}. \quad (8.243)$$

Поясним эту формулу на примере суперпозиции двух волн с одинаковой амплитудой и несколько отличными друг от друга длинами волн (и частотами).

На рис. 1.106 *a* показано их относительное расположение в некоторый момент времени, а на рис. 1.106 *б* — результат их суперпозиции. Нас будет интересовать скорость, с которой перемещается место с максимальной амплитудой — это и будет скорость волнового пакета — групповая скорость. Определим ее величину.

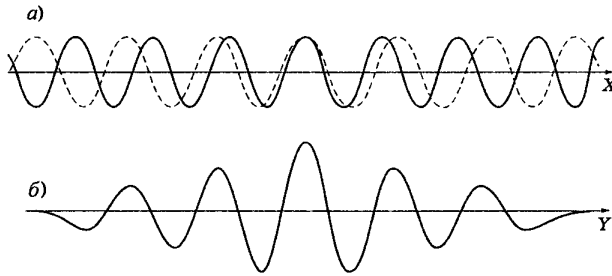


Рис. 1.106

Пусть уравнения этих двух монохроматических волн имеют вид:

$$E_1 = A \cos(\omega t - kx), \quad E_2 = A \cos[(\omega + d\omega)t - (k + dk)x].$$

В результате их наложения образуется суммарная волна

$$E = E_1 + E_2 = 2A \cos \frac{td\omega - xdk}{2} \cos(\omega t - kx). \quad (8.244)$$

Это выражение можно рассматривать как уравнение монохроматической волны, амплитуда которой меняется по закону

$$A_0 = \left| 2A \cos \frac{td\omega - xdk}{2} \right|.$$

Отсюда следует, что точки, соответствующие, например, максимуму амплитуды, движутся по закону

$$td\omega - xdk = 0,$$

откуда $x = \left(\frac{d\omega}{dk} \right) t$. Величина в скобках и есть групповая скорость (8.243).

Выражение для групповой скорости можно представить в ином виде. Заменяв ω через vk согласно (8.242), получим:

$$u = \frac{d}{dk}(vk) = v + k \frac{dv}{dk}. \quad (8.245)$$

Так как $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ и $dk = -\left(\frac{2\pi}{\lambda^2} \right) d\lambda$, то выражение (8.245) можно переписать так:

$$u = v - \lambda \frac{dv}{d\lambda} \quad (8.246)$$

Это так называемая формула Рэлея. В области нормальной дисперсии $\left(\frac{dv}{d\lambda} > 0 \right)$ групповая скорость u оказывается меньше фазовой скорости v . В отсутствие дисперсии $\frac{dv}{d\lambda} = 0$, и групповая скорость совпадает с фазовой (об этом уже говорилось).

Существует простой графический способ нахождения групповой скорости по кривой $v(\lambda)$. Он показан на рис. 1.107.

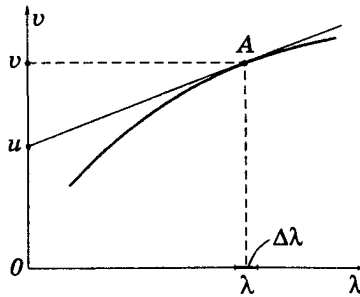


Рис. 1.107

В случае группы волн роль играет только малый участок кривой $v(\lambda)$ в узком диапазоне $\Delta\lambda$ ($\Delta\lambda \ll \lambda$). Отрезок, который отсекает на оси ординат касательная к кривой $v(\lambda)$, проведенная через точку A , равен $v - \lambda \left(\frac{dv}{d\lambda} \right)$, т.е. групповой скорости при данной длине волны λ .

Пример. Найдем выражение для групповой скорости в среде с известной зависимостью показателя преломления от частоты электромагнитной волны, $n(\omega)$.

Будем исходить из определения групповой скорости — формулы (8.243). Принимая во внимание, что фазовая скорость $v = \frac{\omega}{k} = \frac{c}{n}$, получим

$$k = \frac{\omega n}{c}.$$

Теперь возьмем производную $\frac{dk}{d\omega}$:

$$\frac{dk}{d\omega} = \frac{d}{d\omega} \left(\frac{\omega n}{c} \right) = \frac{1}{c} \left(n + \omega \frac{dn}{d\omega} \right).$$

Подстановка обратного значения этой величины, т.е. $\frac{d\omega}{dk}$, в (8.243) приводит к искомому результату:

$$u = \frac{d\omega}{dk} = \frac{c}{n + \omega \left(\frac{dn}{d\omega} \right)}.$$

В некоторых случаях групповая скорость, вычисленная по приведенным выше формулам, оказывается больше c — скорости света в вакууме. Так будет, например, в области аномальной дисперсии. Это не противоречит теории относительности, ибо групповая скорость выражает скорость сигнала лишь тогда, когда волновой импульс в процессе распространения практически не изменяет своей формы. В области же аномальной дисперсии импульс сильно деформируется, и групповая скорость в таких условиях утрачивает определенное физическое содержание.

Групповая скорость и перенос энергии. Рассмотрим вопрос о скорости распространения энергии, переносимой электромагнитной волной. Прежде всего заметим, что фазовая скорость монохроматической волны не имеет ничего общего со скоростью переноса энергии.

Фазовая скорость устанавливает только связь между фазами колебаний в различных точках пространства.

Строго монохроматическая волна не может служить для передачи сигнала, поскольку она не имеет ни начала, ни конца во времени и пространстве. Поэтому распространение сигнала связано с перемещением *изменений* амплитуды. И в тех случаях, когда групповая скорость имеет смысл (т. е. электромагнитный импульс распространяется не расплываясь), она совпадает со скоростью переноса энергии.

Итак, в области, далекой от области сильного поглощения, скорость переноса энергии в группе волн совпадает с групповой скоростью.

Прямые измерения скорости света сводятся к измерению расстояния, проходимого световым сигналом (импульсом) за определенный промежуток времени. Этот метод практически дает групповую скорость. То же самое, как показывает подробный анализ, относится ко всем известным косвенным методам измерения скорости света. Фазовую же скорость (точнее, отношение фазовых скоростей в двух различных средах) можно определить по отношению показателей преломления, или воспользовавшись законом преломления.

8.4 Поглощение света

Закон Бугера. Прохождение световой волны через вещество сопровождается потерей энергии этой волны, затрачиваемой на возбуждение колебаний электронов (точнее, на изменение их состояния в атоме). Частично эта энергия возвращается излучению в виде вторичных волн, порождаемых колеблющимися электронами; частично же она переходит в другие формы энергии (во внутреннюю энергию вещества).

Поэтому интенсивность света при прохождении через обычное вещество уменьшается — свет поглощается в веществе. Поглощение света можно описать с энергетической точки зрения, не вникая в механизм взаимодействия света с атомами вещества, чем мы и воспользуемся.

Пусть через однородное вещество распространяется параллельный световой пучок. Выделим мысленно в этом веществе бесконечно тонкий плоский слой толщины dx (рис. 1.108).

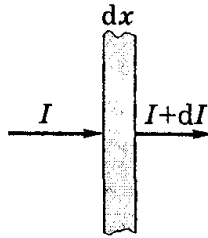


Рис. 1.108

При прохождении этого слоя интенсивность света уменьшится так, что ее убыль можно представить как $-dI$. Ясно, что эта величина будет пропорциональна интенсивности в данном поглощающем слое и его толщине dx , т.е.

$$-dI = \kappa I dx, \quad (8.247)$$

где κ — коэффициент поглощения, он характеризует поглощающие свойства вещества. Разделив переменные, получим: $-\frac{dI}{I} = \kappa dx$.

После интегрирования в пределах от I_0 до I и от 0 до x найдем: $\ln\left(\frac{I}{I_0}\right) = -\kappa x$, откуда

$$\boxed{I = I_0 e^{-\kappa x}}. \quad (8.248)$$

Это и есть **закон Бугера**. Таким образом, интенсивность света при прохождении однородного вещества уменьшается по экспоненциальному закону.

Заметим, что в случае точечного источника света, находящегося в однородной поглощающей среде, предыдущие рассуждения следует повторить, но только не для интенсивности I , а для светового потока Φ . И в качестве исходного бесконечно тонкого слоя теперь следует выбрать сферический слой с радиусами от r до $r + dr$. В результате приходим к аналогичному (8.248) закону:

$$\Phi = \Phi_0 e^{-\kappa r},$$

где Φ_0 — световая мощность источника (или его световой поток при $r \rightarrow 0$).

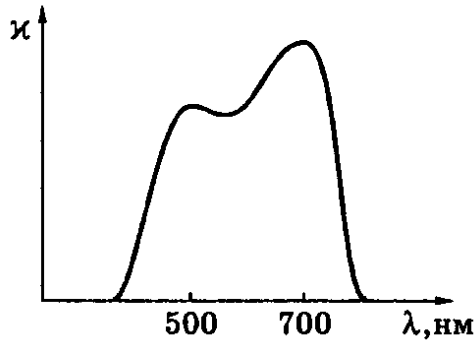


Рис. 1.109

О коэффициентах поглощения. Для всех веществ поглощение имеет *селективный* характер, т.е. коэффициент поглощения κ зависит от длины волны света (в вакууме). Для жидких и твердых веществ зависимость $\kappa(\lambda)$ имеет вид, подобный изображенному на рис. 1.109.

Т.е. сильное поглощение обнаруживается в достаточно широком интервале длин волн.

Совсем иначе ведет себя коэффициент $\kappa(\lambda)$ в случае газов или паров металлов при невысоком давлении. Здесь для всех длин волн коэффициент $\kappa \approx 0$, и лишь для очень узких спектральных интервалов $\delta\lambda$ (порядка нескольких тысячных нм) обнаруживает резкие максимумы (рис. 1.110). Эти максимумы соответствуют резонансным частотам колебаний электронов внутри атомов, которые практически не взаимодействуют друг с другом.

При повышении же давления максимумы поглощения все больше расширяются, и при высоких давлениях спектр $\kappa(\lambda)$ приближается к спектрам поглощения жидкостей. Это связано с ростом взаимодействия между атомами.

В заключение отметим, что можно создать такое состояние атомов вещества, при котором коэффициент κ становится отрицательным, и прохождение света через вещество в таком (инверсионном, как говорят) состоянии сопровождается усилением его интенсивности. Именно это и осуществляется в лазерах.

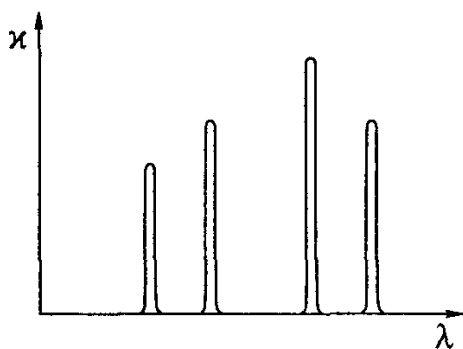


Рис. 1.110

8.5 Рассеяние света

Механизм рассеяния света. С классической точки зрения рассеяние света состоит в том, что световая волна, проходящая через вещество, вызывает колебания электронов в атомах (молекулах). Эти электроны возбуждают вторичные волны, распространяющиеся по всем направлениям. При этом вторичные волны оказываются когерентными между собой и поэтому интерферируют.

Теоретический расчет приводит к следующему выводу: в случае однородной среды вторичные волны полностью гасят друг друга во всех направлениях, кроме направления распространения первичной волны (это было показано в конце стр. 135). В силу этого перераспределения света по направлениям, т.е. *рассеяния света в однородной среде, не происходит.*

Иначе обстоит дело при распространении света в *неоднородной* среде. В этом случае световые волны, дифрагируя на мелких неоднородностях среды, дают дифракционную картину в виде довольно равномерного распределения интенсивности по всем направлениям. Это явление и называют *рассеянием света.*

Примерами таких сред с явно выраженной оптической неоднородностью могут служить так называемые *мутные среды.* К их числу относятся аэрозоли (дым, туман), коллоидные растворы, матовые стекла и др., содержащие мелкие частицы, показатель преломления которых отличается от показателя преломления окружающей среды.

Закон Рэлея. Рассеяние света в мутных средах на неоднородностях, размеры которых малы по сравнению с длиной волны λ , можно наблюдать, например, при прохождении яркого светового пучка через слой воздуха с мелкими частичками дыма или через сосуд с водой, в которую добавлено немного молока. Если мутную воду освещать пучком белого света, то при наблюдении сбоку — в рассеянном свете — среда кажется голубой, т.е. обнаруживается преобладание коротковолновой части спектра. В свете же, прошедшем сквозь достаточно толстый слой мутной среды, обнаруживается преобладание длинноволновой части спектра, и среда кажется красноватой.

Причина такого явления состоит в том, что электроны, совершающие вынужденные колебания в атомах электрически изотропной частицы малого размера (не более $\sim 0,1\lambda$), эквивалентны одному колеблющемуся диполю. Этот диполь колеблется с частотой падающей на него световой волны, и согласно (1.44) интенсивность излучаемого им света

$$I \sim \omega^4 \sim \frac{1}{\lambda^4}. \quad (8.249)$$

Эту зависимость называют **законом Рэлея**. Из него следует, что коротковолновая часть спектра рассеивается значительно более интенсивно, нежели длинноволновая. Голубой свет, частота которого примерно в 1,5 раза больше частоты красного света, рассеивается почти в 5 раз интенсивнее, чем красный. Это и объясняет голубой цвет рассеянного света и красноватый — прошедшего.

Поляризация рассеянного света. При рассеянии естественного света в мутной среде зависимость интенсивности рассеянного света от угла рассеяния ϑ имеет вид

$$I = I_0(1 + \cos^2 \vartheta), \quad (8.250)$$

где I_0 — интенсивность света, рассеянного под прямым углом ($\vartheta = \frac{\pi}{2}$) к направлению первичного светового пучка. Если молекулы рассеивающих частичек электрически изотропны (неполярные молекулы), то рассеиваемый свет оказывается частично-поляризованным и под углом $\vartheta = \frac{\pi}{2}$ — полностью поляризованным. В этом случае его плоскость поляризации (плоскость колебаний вектора \mathbf{E}) перпендикулярна направлению первичного светового пучка.

Если размеры неоднородностей сравнимы с длиной волны света, то электроны в различных местах неоднородности колеблются уже не синфазно. Это усложняет явление рассеяния и приводит к другим закономерностям: закон Рэля нарушается (интенсивность рассеянного света становится пропорциональной всего лишь квадрату частоты, $I \sim \omega^2 \sim \frac{1}{\lambda^2}$), и свет, рассеянный под углом $\vartheta = \frac{\pi}{2}$, оказывается поляризованным лишь частично.

Если же размеры неоднородностей значительно больше световой длины волны, то спектральный состав рассеянного света практически совпадает со спектральным составом первичного пучка. Этим объясняется, например, белый цвет облаков.

Молекулярное рассеяние. Даже тщательно очищенные от сторонних примесей и загрязнений жидкости и газы в некоторой степени рассеивают свет. М. Смолуховский (1908) выяснил, что причиной оптических неоднородностей в этом случае являются *флуктуации плотности*. Имеются в виду отклонения в пределах малых объемов плотности от ее среднего значения, возникающие в процессе хаотического теплового движения молекул среды. Рассеяние света, обусловленное этими флуктуациями плотности, называют *молекулярным рассеянием*.

Молекулярным рассеянием объясняется голубой цвет неба. Непрерывно возникающие в атмосфере флуктуации плотности в малых объемах приводят согласно закону Рэля к тому, что синие и голубые составляющие солнечного света рассеиваются сильнее, чем желтые и красные. При восходе и заходе Солнца прямой солнечный свет проходит через большую толщу атмосферы, и при этом большая доля коротковолновой части спектра теряется на рассеяние. Из прямого света до поверхности Земли доходит преимущественно красная составляющая спектра. Вот почему при восходе и заходе Солнце кажется красным. Аналогично объясняется и красный цвет зари.

Эффект, связанный с молекулярным рассеянием света, зависит от температуры: с ее ростом он увеличивается, и это подтверждает эксперимент.

Ослабление узкого светового пучка. В результате рассеяния интенсивность узкого светового пучка убывает в направлении распространения быстрее, чем в случае одного лишь поглощения. Поэтому для мутной среды в выражении (8.248) вместо коэффициента

поглощения κ должен стоять коэффициент ослабления

$$\mu = \kappa + \kappa', \quad (8.251)$$

где κ' — коэффициент экстинкции, связанный с рассеивающими свойствами среды. Тогда интенсивность пучка будет изменяться с проходящим расстоянием x как

$$I = I_0 e^{-\mu x}. \quad (8.252)$$

Еще раз отметим, что эта зависимость относится к узкому световому пучку.

8.6 Эффект Вавилова-Черенкова

В 1934 г. Черенков *, работавший под руководством Вавилова * обнаружил особый вид свечения жидкостей под действием γ -лучей радия. Вавилов высказал правильное предположение, что источником излучения служат быстрые электроны, создаваемые γ -лучами. Это явление получило название эффекта Вавилова-Черенкова. Его полное теоретическое объяснение было дано в 1937 г. Таммом * и Франком *. (В 1958 г. работа Черенкова, Тамма и Франка была отмечена Нобелевской премией.)

Согласно электромагнитной теории заряд, движущийся равномерно, не излучает электромагнитных волн (см. И.В. Савельев “Курс общей физики” кн. 2 § 2.6 [7]). Однако, как показали Тамм и Франк, это справедливо лишь в том случае, если скорость v заряженной частицы не превышает фазовую скорость $\frac{c}{\bar{n}}$ электромагнитных волн в той среде, в которой движется частица. При условии, что $v > \frac{c}{\bar{n}}$, даже двигаясь равномерно, частица излучает электромагнитные волны. В действительности частица теряет энергию на излучение, вследствие чего движется с отрицательным ускорением. Но это ускорение является не причиной (как в случае $v < \frac{c}{\bar{n}}$), а следствием излучения. Если бы потеря энергии за счет излучения восполнялась каким-либо способом, то частица, движущаяся равномерно со скоростью $v > \frac{c}{\bar{n}}$, все равно была бы источником излучения.

* Павел Алексеевич Черенков (1904-1990) — советский физик.

* Сергей Иванович Вавилов (1891-1951) — советский физик.

* Игорь Евгеньевич Тамм (1895-1971) — советский физик.

* Илья Михайлович Франк (1908-1990) — советский физик.

Эффект Вавилова-Черенкова наблюдался экспериментально для электронов, протонов и мезонов при движении их в жидких и твердых средах.

В излучении Вавилова-Черенкова преобладают короткие волны, поэтому оно имеет голубую окраску. Наиболее характерным свойством этого излучения является то, что оно испускается не по всем направлениям, а лишь вдоль образующих конуса, ось которого совпадает с направлением скорости частицы (рис. 1.111).

Угол ϑ между направлениями распространения излучения и вектором скорости частицы определяется соотношением

$$\cos \vartheta = \frac{c}{nv} = \frac{c}{nv}. \quad (8.253)$$

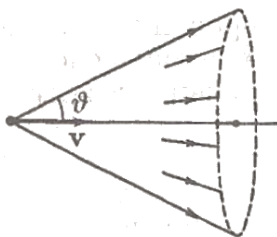


Рис. 1.111

Эффект Вавилова-Черенкова находит широкое применение в экспериментальной технике. В так называемых *счетчиках Черенкова* световая вспышка, порождаемая быстродвижущейся заряженной частицей, превращается помощью фотоумножителя* в импульс тока. Для того чтобы заставить сработать такой счетчик, энергия частицы должна превысить пороговое значение, определяемое условием $v = \frac{c}{n}$. Поэтому черенковские счетчики позволяют не только регистрировать частицы, но и судить об их энергии. Удастся даже определить угол ϑ между направлением вспышки и скоростью частицы, что дает возможность вычислить по формуле (8.253) скорость (а следовательно, и энергию) частицы.

* Фотоумножителем называют электронный умножитель, первый электрод которого (фотокатод) способен испускать электроны под действием света.

9 Оптика движущихся сред

9.1 Скорость света

Скорость света в вакууме является одной из фундаментальных физических величин. Установление конечности скорости света имело огромное принципиальное значение. Конечность скорости передачи сигналов, передачи взаимодействия, лежит в основе теории относительности.

В связи с тем, что числовое значение скорости света очень велико, экспериментальное определение этой скорости представляет собой весьма сложную задачу. Первые определения скорости света были осуществлены на основании астрономических наблюдений. В 1676 г. Рёмер* определил скорость света из наблюдений за затмениями спутников Юпитера. Он получил значение, равное 215 000 км/с.

Движение Земли по орбите приводит к тому, что видимое положение звезд на небесной сфере изменяется. Это явление, называемое aberrацией света, использовал в 1727 г. английский астроном Бредли для определения скорости света. Предположим, что направление на наблюдаемую в телескоп звезду перпендикулярно к плоскости земной орбиты. Тогда угол между направлением на звезду и вектором скорости Земли v будет в течение всего года равен $\frac{\pi}{2}$ (рис. 1.112).

Направим ось телескопа точно на звезду. За время τ , которое требуется свету, чтобы пройти расстояние от объектива до окуляра, телескоп сместится вместе с Землей в направлении, перпендикулярном к лучу света, на расстояние $v\tau$. В результате изображение звезды окажется не в центре окуляра. Для того чтобы изображение оказалось точно в центре окуляра, нужно повернуть ось телескопа в направлении вектора v на угол α , тангенс которого определяется соотношением

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{v}{c}. \quad (9.254)$$

(см. рис. 1.112). Точно так же падающие вертикально капли дождя пролетят сквозь длинную трубу, установленную на движущейся тележке, лишь в том случае, если наклонить ось трубы в направлении движения тележки.

* Оле Рёмер (1644-1710) — датский астроном.

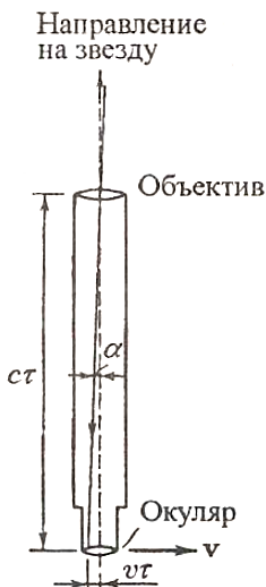


Рис. 1.112

Итак, видимое положение звезды оказывается смещенным относительно истинного на угол α . Вектор скорости Земли все время поворачивается в плоскости орбиты. Поэтому ось телескопа тоже поворачивается, описывая конус вокруг истинного направления на звезду. Соответственно видимое положение звезды на небесной сфере описывает окружность, угловой диаметр которой равен 2α . Если направление на звезду образует с плоскостью земной орбиты угол, отличный от прямого, видимое положение звезды описывает эллипс, большая ось которого имеет угловой размер 2α . Для звезды, лежащей в плоскости орбиты, эллипс вырождается в прямую.

Из астрономических наблюдений Бредли нашел, что $2\alpha = 40,9''$. Соответствующее значение s , полученное по формуле (9.254), оказалось равным 303 000 км/с.

В земных условиях скорость света была впервые измерена Физо* в 1849 г. Схема опыта дана на рис. 1.113.

* Арман Ипполит Луи Физо (1819-1896) — французский физик.

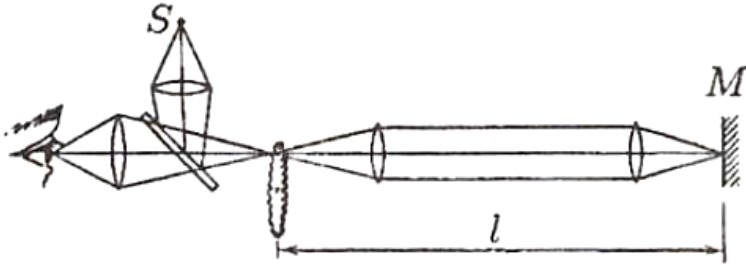


Рис. 1.113

Свет от источника S падал на полупрозрачное зеркало. Отразившийся от зеркала свет попадал на край быстро вращающегося зубчатого диска. Всякий раз, когда против светового пучка оказывалась прорезь между зубцами, возникал световой импульс, который доходил до зеркала M и отражался обратно. Если в момент, когда свет возвращался к диску, против пучка оказывалась прорезь, отраженный импульс проходил частично через полупрозрачное зеркало и попадал в глаз наблюдателя. Если на пути отраженного импульса оказывался зубец диска, наблюдатель света не видел.

За время $\tau = \frac{2l}{c}$, которое свет затрачивал на прохождение пути до зеркала M и обратно, диск успевал повернуться на угол $\Delta\varphi = \omega\tau = \frac{2l\omega}{c}$, где ω — угловая скорость вращения диска. Пусть число зубцов диска равно N . Тогда угол между серединами соседних зубцов равен $\alpha = \frac{2\pi}{N}$. Свет не возвращался в глаз наблюдателя при таких скоростях вращения диска, при которых за время τ диск успевал повернуться на углы $\frac{\alpha}{2}, \frac{3\alpha}{2}, \dots, (m - \frac{1}{2})\alpha$ и т.д. Следовательно, условие m -го затемнения имеет вид $\Delta\varphi = (m - \frac{1}{2})\alpha$ или $\frac{2l\omega_m}{c} = (m - \frac{1}{2}) \cdot \frac{2\pi}{N}$. По этой формуле, зная l , N и угловую скорость ω_m , при которой получается m -е затемнение, можно определить c . В опыте Физо l было равно примерно 8,6 км. Для c получилось значение 313 000 км/с.

В 1928 г. для измерения скорости света были использованы ячейки Керра (см. И.В. Савельев “Курс общей физики” кн. 2 § 6.7 [7]). С их помощью можно осуществить прерывание светового пучка с гораздо

большей частотой ($\sim 10^7 \text{ с}^{-1}$), чем с помощью зубчатого диска. Это позволило произвести измерения c при ℓ порядка нескольких метров.

Майкельсон произвел несколько измерений скорости света методом вращающейся призмы. В опыте Майкельсона, осуществленном в 1932 г., свет распространялся в трубе длиной 1,6 км, из которой был откачен воздух.

В настоящее время скорость света в вакууме принимается равной

$$c = 299792458 \text{ м/с.} \quad (9.255)$$

Отметим, что во всех опытах, в которых осуществлялось прерывание света, определялась не фазовая, а групповая скорость световых волн. В воздухе эти две скорости практически совпадают.

9.2 Опыт Физо

До сих пор мы предполагали, что источники, приемники и другие тела, относительно которых рассматривалось распространение света, неподвижны. Естественно заинтересоваться вопросом, как скажется на распространении света движение источника световых волн. При этом возникает необходимость указать, относительно чего происходит движение. В §1.11 (И.В. Савельев “Курс общей физики” кн. 1 [[8]]) мы выяснили, что движение источника или приемника звуковых волн относительно среды, в которой эти волны распространяются, оказывает влияние на протекающие акустические явления (эффект Доплера) и, следовательно, может быть обнаружено.

Первоначально волновая теория рассматривала свет как упругие волны, распространяющиеся в некоей гипотетической среде, получившей название мирового эфира. После создания теории Максвелла на смену упругому эфиру пришел эфир — носитель электромагнитных волн и полей. Под этим эфиром подразумевалась особая среда, наполняющая, как и ее предшественник, упругий эфир, все мировое пространство и пронизывающая все тела. Раз эфир представлял собой некую среду, можно было рассчитывать обнаружить движение тел, например источников или приемников света, по отношению к этой среде. В частности, следовало ожидать существования «эфирного ветра», обдувающего Землю при ее движении вокруг Солнца.

В механике был установлен принцип относительности Галилея, согласно которому все инерциальные системы отсчета являются в ме-

ханическом отношении равноправными. Обнаружение эфира сделало бы возможным выделение (с помощью оптических явлений) особенной (связанный с эфиром), преимущественной, абсолютной системы отсчета. Тогда движение остальных систем можно было бы рассматривать по отношению к этой абсолютной системе.

Таким образом, выяснение вопроса о взаимодействии мирового эфира с движущимися телами играло принципиальную роль. Можно было допустить три возможности: 1) эфир совершенно не возмущается движущимися телами; 2) эфир увлекается движущимися телами частично, приобретая скорость, равную αv , где v — скорость тела относительно абсолютной системы отсчета, α — коэффициент увлечения, меньший единицы; 3) эфир полностью увлекается движущимися телами, например Землей, подобно тому, как тело при своем движении увлекает прилежащие к его поверхности слои газа. Однако последняя возможность опровергается существованием явления абберации света. В предыдущем параграфе мы выяснили, что изменение видимого положения звезд может быть объяснено движением телескопа относительно системы отсчета (среды), в которой распространяется световая волна.

Для выяснения вопроса о том, увлекается ли эфир движущимися телами, Физо осуществил в 1851 г. следующий опыт. Параллельный пучок света от источника S разделялся посеребренной полупрозрачной пластинкой P на два пучка, обозначенных цифрами 1 и 2 (рис. 1.114).

За счет отражения от зеркал M_1 , M_2 и M_3 пучки, пройдя в общей сложности одинаковый путь L , снова попадали на пластинку P . Пучок 1 частично проходил через P , пучок 2 частично отражался, в результате чего возникали два когерентных пучка $1'$ и $2'$, которые давали в фокальной плоскости зрительной трубы интерференционную картину в виде полос. На пути пучков 1 и 2 были установлены две трубы, по которым могла пропускаться вода со скоростью u и в направлениях, указанных стрелками. Луч 2 распространялся в обеих трубах навстречу току воды, луч 1 — по течению.

При неподвижной воде пучки 1 и 2 проходят путь L за одинаковое время. Если вода при своем движении хотя бы частично увлекает эфир, то при включении тока воды луч 2, который распространяется против течения, затратит на прохождение пути L большее время, чем луч 1, распространяющийся по течению. В результате между лучами возникнет некоторая разность хода, и интерференционная картина сместится.

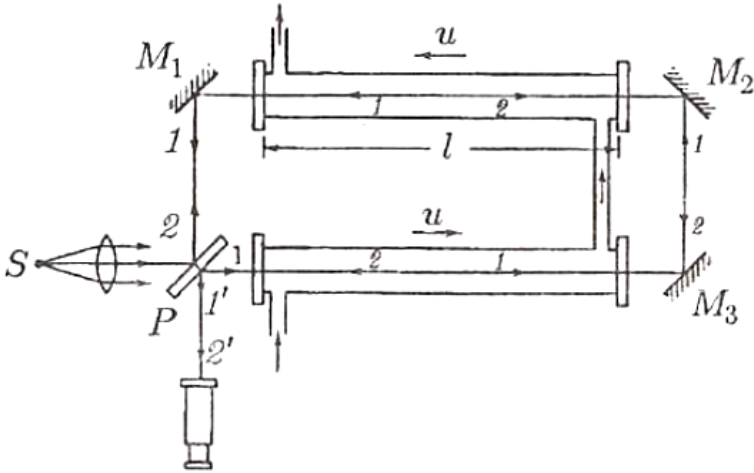


Рис. 1.114

Интересующая нас разность хода возникает лишь на пути лучей, пролегающем в воде. Этот путь имеет длину $2l$. Обозначим скорость света относительно эфира в воде буквой v . Когда эфир не увлекается водой, скорость света относительно установки будет совпадать с v . Предположим, что вода при своем движении частично увлекает эфир, сообщая ему относительно установки скорость αu (u — скорость воды, α — коэффициент увлечения). Тогда скорость света относительно установки будет равна $v + \alpha u$ для луча 1 и $v - \alpha u$ для луча 2. Луч 1 пройдет путь $2l$ за время $t_1 = \frac{2l}{v + \alpha u}$, луч 2 — за время $t_2 = \frac{2l}{v - \alpha u}$. Из формулы ($t = \frac{L}{c}$) вытекает, что оптическая длина пути L , на прохождение которой затрачивается время t , равна ct . Следовательно, разность хода лучей 1 и 2 равна $\Delta = c(t_2 - t_1)$. Разделив Δ на λ_0 , получим число полос, на которое сместится интерференционная картина при включении тока воды:

$$\Delta N = \frac{c(t_1 - t_2)}{\lambda_0} = \frac{c}{\lambda_0} \left(\frac{2l}{v - \alpha u} - \frac{2l}{v + \alpha u} \right) = \frac{4cl\alpha u}{\lambda_0(v^2 - \alpha^2 u^2)}.$$

Физо обнаружил, что интерференционные полосы действительно смещаются. Соответствующее смещению значение коэффициента

увлечения оказалось равным

$$\alpha = 1 - \frac{1}{n^2}, \quad (9.256)$$

где n — показатель преломления воды. Таким образом, опыт Физо показал, что эфир (если он существует) увлекается движущейся водой только частично.

Легко убедиться в том, что результат опыта Физо объясняется релятивистским законом сложения скоростей. Согласно формуле (6.33) И.В. Савельев “Курс общей физики” кн. 1 ([8]) скорости v_x и v'_x некоторого тела в системах K и K' связаны соотношением

$$v_x = \frac{v'_x + v_0}{1 + \frac{v_0 v'_x}{c^2}} \quad (9.257)$$

(v_0 — скорость системы K' относительно системы K).

Свяжем с прибором Физо систему отсчета K , а с движущейся водой — систему K' . Тогда роль v_0 будет играть скорость течения воды u , роль v'_x — скорость света относительно воды, равная $\frac{c}{n}$, и, наконец, роль v_x — скорость света относительно прибора $v_{\text{приб}}$. Подстановка этих значений в формулу (9.257) дает

$$v_{\text{приб}} = \frac{\frac{c}{n} + u}{1 + \frac{u \cdot \left(\frac{c}{n}\right)}{c^2}} = \frac{\frac{c}{n} + u}{1 + \frac{u}{cn}}.$$

Скорость течения воды u много меньше c . Поэтому полученное выражение можно упростить следующим образом:

$$v_{\text{приб}} = \frac{\frac{c}{n} + u}{1 + \frac{u}{cn}} \approx \left(\frac{c}{n} + u\right) \left(1 - \frac{u}{cn}\right) \approx \frac{c}{n} + u \left(1 - \frac{1}{n^2}\right) \quad (9.258)$$

(мы пренебрегли членом $\frac{u^2}{cn}$).

Согласно классическим представлениям скорость света относительно прибора $v_{\text{приб}}$ равна сумме скорости света относительно эфира, т.е. $\frac{c}{n}$, и скорости эфира относительно прибора, т.е. αu :

$$v_{\text{приб}} = \frac{c}{n} + \alpha u.$$

Сравнение с формулой (9.258) дает для коэффициента увлечения α значение, полученное Физо (см. 9.256).

Следует иметь в виду, что одинакова во всех системах отсчета лишь скорость света в вакууме. Скорость света в веществе различна в разных системах отсчета. Значение $\frac{c}{n}$ она имеет в системе отсчета, связанной со средой, в которой происходит распространение света.

9.3 Опыт Майкельсона

В 1881 г. Майкельсон осуществил знаменитый опыт, с помощью которого он рассчитывал обнаружить движение Земли относительно эфира (эфирный ветер). В 1887 г. Майкельсон повторил свой опыт совместно с Морли* на более совершенном приборе. Установка Майкельсона — Морли изображена на рис. 1.115.

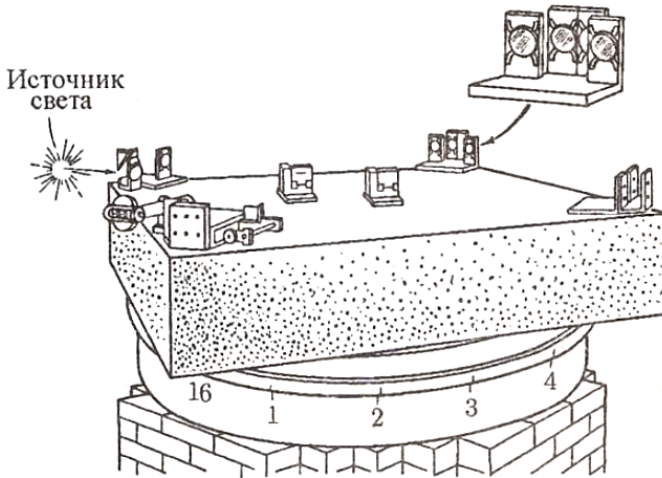


Рис. 1.115

Кирпичное основание поддерживало кольцевой чугунный желоб с ртутью. На ртути плавал деревянный поплавок, имеющий форму нижней половины разрезанного вдоль бублика. На этот поплавок устанавливалась массивная квадратная каменная плита.

Такое устройство позволяло плавно поворачивать плиту вокруг вертикальной оси прибора. На плите монтировался интерферометр Майкельсона (см. рис. 1.116), видоизмененный так, что оба луча,

*Эдвард Морли (1838-1923) — американский химик.

прежде чем вернуться к полупрозрачной пластинке, несколько раз проходили туда и обратно путь, совпадающий с диагональю плиты. Схема хода лучей показана на рис. 1.117.

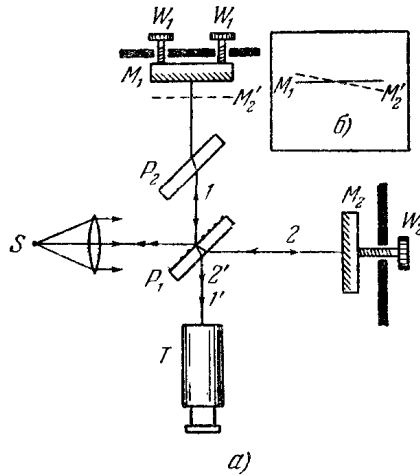


Рис. 1.116

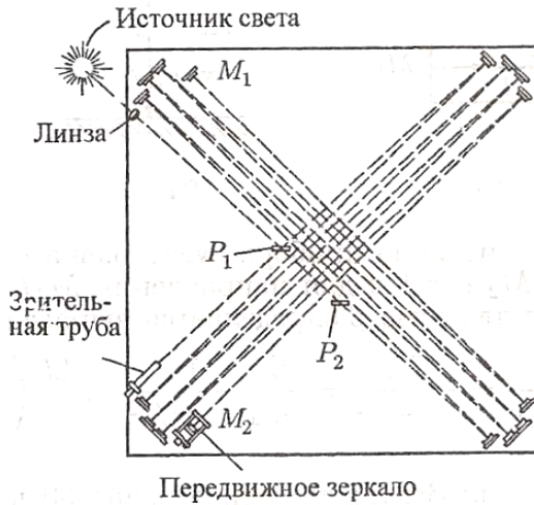


Рис. 1.117

Обозначения на этом рисунке соответствуют обозначениям на рис. 1.116.

В основе опыта лежали следующие соображения. Предположим, что плечо PM_2 интерферометра (рис. 1.118) совпадает с направлением движения Земли относительно эфира.

Тогда время, необходимое лучу 1, чтобы пройти путь до зеркала M_1 и обратно, будет отлично от времени, необходимого для прохождения пути PM_2P лучом 2. В результате даже при равенстве длин обоих плеч лучи 1 и 2 приобретут некоторую разность хода. Если повернуть прибор на 90° , плечи поменяются местами и разность хода изменит знак. Это должно привести к смещению интерференционной картины, величину которого, как показали произведенные Майкельсоном расчеты, вполне можно было бы обнаружить.

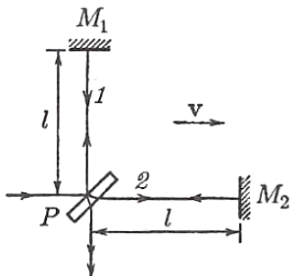


Рис. 1.118

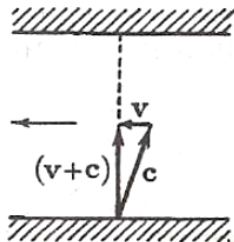


Рис. 1.119

Чтобы вычислить ожидаемое смещение интерференционной картины, найдем времена прохождения соответствующих путей лучами 1 и 2. Пусть скорость Земли относительно эфира равна v . Если эфир не увлекается Землей и скорость света относительно эфира равна c (показатель преломления воздуха практически равен единице), то скорость света относительно прибора будет равна $c - v$ для направления PM_2 и $c + v$ для направления M_2P . Следовательно, время для луча 2 определяется выражением

$$t_2 = \frac{\ell}{c - v} + \frac{\ell}{c + v} = \frac{2\ell c}{c^2 - v^2} = \frac{2\ell}{c} \cdot \frac{1}{1 - \frac{v^2}{c^2}} \approx \frac{2\ell}{c} \left(1 + \frac{v^2}{c^2} \right) \quad (9.259)$$

(скорость движения Земли по орбите равна 30 км/с, поэтому

$$\frac{v^2}{c^2} = 10^{-8} \ll 1).$$

Прежде чем приступить к вычислению времени t_1 , рассмотрим следующий пример из механики. Пусть катеру, который развивает скорость c относительно воды, требуется пересечь реку, текущую со скоростью v , в направлении, точно перпендикулярном к ее берегам (рис. 1.119).

Для того чтобы катер перемещался в заданном направлении, его скорость c относительно воды должна быть направлена так, как показано на рисунке. Поэтому скорость катера относительно берегов будет равна $|\mathbf{c} + \mathbf{v}| = \sqrt{c^2 - v^2}$. Такова же будет (как предполагал Майкельсон) скорость луча 1 относительно прибора. Следовательно, время для луча 1 равно *

$$t_1 = \frac{2l}{\sqrt{c^2 - v^2}} = \frac{2l}{c} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \approx \left(1 + \frac{1}{2} \cdot \frac{v^2}{c^2}\right). \quad (9.260)$$

Подставив в выражение $\Delta = c(t_2 - t_1)$ значения (9.259) и (9.260) для t_2 и t_1 , получим разность хода лучей 1 и 2:

$$\Delta = 2l \left[\left(1 + \frac{v^2}{c^2}\right) - \left(2 + \frac{1}{2} \cdot \frac{v^2}{c^2}\right) \right] = l \cdot \frac{v^2}{c^2}. \quad (9.261)$$

При повороте прибора на 90° разность хода изменит знак. Следовательно, число полос, на которое сместится интерференционная картина, составит

$$\Delta N = \frac{2\Delta}{\lambda_0} = 2 \frac{l}{\lambda_0} \cdot \frac{v^2}{c^2}. \quad (9.262)$$

Длина плеча l (учитывая многократные отражения) составляла 11 м. Длина волны света в опыте Майкельсона и Морли равнялась 0,59 мкм. Подстановка этих значений и формулу (9.262) дает

$$\Delta N = \frac{2 \cdot 11}{0,59 \cdot 10^{-6}} \cdot 10^{-8} = 0,37 \approx 0,4 \text{ полосы}. \quad (9.263)$$

Прибор позволял обнаружить смещение порядка 0,01 полосы. Однако никакого смещения интерференционной картины обнаружено

* Мы воспользовались формулами $\sqrt{1-x} \approx 1 - \frac{x}{2}$ и $\frac{1}{(1-x)} \approx 1 + x$, справедливыми для малых x .

не было. Чтобы исключить возможность того, что в момент измерений плоскость горизонта окажется перпендикулярной к вектору орбитальной скорости Земли, опыт повторялся в различное время суток. В последствии опыт производился многократно в различное время года (за год вектор орбитальной скорости Земли поворачивается в пространстве на 360°) и неизменно давал отрицательные результаты. Обнаружить эфирный ветер не удавалось. Мировой эфир оставался неуловимым.

Было предпринято несколько попыток объяснить отрицательный результат опыта Майкельсона, не отказываясь от гипотезы о мировом эфире. Однако все попытки оказались несостоятельными. Исчерпывающее непротиворечивое объяснение всех опытных фактов, в том числе и результатов опыта Майкельсона, было дано Эйнштейном в 1905 г. Эйнштейн пришел к выводу, что мирового эфира, т.е. особой среды, которая могла бы служить абсолютной системой отсчета, не существует. В соответствии с этим Эйнштейн распространил механический принцип относительности на все без исключения физические явления. Далее Эйнштейн постулировал в соответствии с опытными данными, что скорость света в вакууме одинакова во всех инерциальных системах отсчета и не зависит от движения источников и приемников света.

Принцип относительности и принцип постоянства скорости света образуют основу созданной Эйнштейном специальной теории относительности (см. И.В. Савельев “Курс общей физики” кн. 1 гл. 6 [8]).

9.4 Эффект Доплера

В акустике изменение частоты, обусловленное эффектом Доплера, определяется скоростями движения источника и приемника по отношению к среде, являющейся носителем звуковых волн (см. формулу (1.78) И.В. Савельев “Курс общей физики” кн. 1 [8]). Для световых волн также существует эффект Доплера. Однако особой среды, которая служила бы носителем электромагнитных волн, не существует. Поэтому доплеровское смещение частоты световых волн определяется только относительной скоростью источника и приемника.

Свяжем с источником света начало координат системы K , а с приемником — начало координат системы K' (рис. 1.120). Оси x и x' направим, как обычно, вдоль вектора скорости \mathbf{v} , с которой

система K' (т.е. приемник) движется относительно системы K (т.е. источника). Уравнение плоской световой волны, испускаемой источником по направлению к приемнику, будет в системе K иметь вид

$$E(x, t) = A \cos \left[\omega \left(t - \frac{x}{c} \right) + \alpha \right]. \quad (9.264)$$

Здесь ω — частота волны, фиксируемая в системе отсчета, связанной с источником, т.е. частота, с которой колеблется источник. Мы предполагаем, что световая волна распространяется в вакууме; поэтому фазовая скорость равна c .

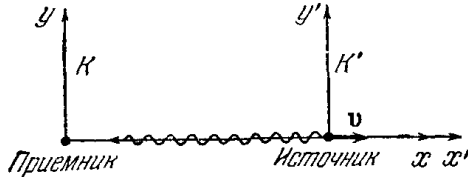


Рис. 1.120

Согласно принципу относительности законы природы имеют одинаковый вид во всех инерциальных системах отсчета. Следовательно, в системе K' волна (9.264) описывается уравнением

$$E'(x', t') = A' \cos \left[\omega' \left(t' - \frac{x'}{c} \right) + \alpha' \right], \quad (9.265)$$

где ω' — частота, фиксируемая в системе отсчета K' , т.е. частота, воспринимаемая приемником. Мы снабдили штрихами все величины, кроме c , которая одинакова во всех системах отсчета.

Уравнение волны в системе K' можно получить из уравнения в системе K , перейдя от x и t к x' и t' с помощью преобразований Лоренца:

$$\left. \begin{aligned} x &= \frac{x' + vt'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \\ y &= y', \\ z &= z', \\ t &= \frac{t + \frac{v}{c^2}x'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}. \end{aligned} \right\} \quad (9.266)$$

Заменив в (9.264) x и t согласно формулам (9.266), получим

$$E(x', t') = A \cos \left\{ \omega \left[\frac{t' + \left(\frac{v}{c^2}\right) x'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - \frac{x' + vt'}{c \cdot \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \right] + \alpha \right\}$$

(роль v_0 играет v). Последнее выражение легко привести к виду

$$E(x', t') = A \cos \left[\omega \frac{1 - \frac{v}{c}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \left(t' - \frac{x'}{c} \right) + \alpha \right] \quad (9.267)$$

Уравнение (9.267) описывает в системе K' ту же волну, что и уравнение (9.265). Поэтому должно выполняться соотношение

$$\omega' = \omega \frac{1 - \frac{v}{c}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \omega \sqrt{\frac{1 - \frac{v}{c}}{1 + \frac{v}{c}}}$$

Изменим обозначения: частоту источника ω обозначим через ω_0 , а частоту приемника ω' — через ω . В результате формула примет вид

$$\omega = \omega_0 \sqrt{\frac{1 - \frac{v}{c}}{1 + \frac{v}{c}}}. \quad (9.268)$$

Перейдя от круговой частоты к обычной, получим

$$\nu = \nu_0 \sqrt{\frac{1 - \frac{v}{c}}{1 + \frac{v}{c}}}. \quad (9.269)$$

Фигурирующая в формулах (9.268) и (9.269) скорость v приемника по отношению к источнику есть величина алгебраическая. При удалении приемника $v > 0$ и согласно (9.268) $\omega < \omega_0$; при приближении приемника к источнику $v < 0$, так что $\omega > \omega_0$.

В случае, если $v \ll c$, формулу (9.268) можно приближенно записать следующим образом:

$$\omega \approx \omega_0 \frac{1 - \left(\frac{1}{2}\right) \cdot \frac{v}{c}}{1 + \left(\frac{1}{2}\right) \cdot \frac{v}{c}} \approx \omega_0 \left(1 - \frac{v}{2c}\right) \left(1 - \frac{v}{2c}\right).$$

Отсюда, ограничившись членами порядка $\frac{v}{c}$, получим

$$\omega = \omega_0 \left(1 - \frac{v}{c}\right). \quad (9.270)$$

Из этой формулы можно найти относительное изменение частоты:

$$\frac{\Delta\omega}{\omega} = -\frac{v}{c} \quad (9.271)$$

(под $\Delta\omega$ подразумевается $\omega - \omega_0$).

Можно показать, что, кроме рассмотренного нами *продольного эффекта*, для световых волн существует также *поперечный эффект Доплера*. Он заключается в уменьшении воспринимаемой приемником частоты, наблюдающемся в том случае, когда вектор относительной скорости направлен перпендикулярно к прямой, проходящей через приемник и источник* (когда, например, источник движется по окружности, в центре которой помещается приемник). В этом случае частота ω_0 в системе источника связана с частотой ω в системе приемника соотношением

$$\omega = \omega_0 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \approx \omega_0 \left(1 - \frac{v^2}{2c^2}\right) \quad (9.272)$$

Относительное изменение частоты при поперечном эффекте Доплера

$$\frac{\Delta\omega}{\omega} = \frac{v^2}{2c^2} \quad (9.273)$$

пропорционально квадрату отношения $\frac{v}{c}$ и, следовательно, значительно меньше, чем при продольном эффекте, для которого относительное изменение частоты пропорционально первой степени $\frac{v}{c}$.

*Напомним, что для звуковых волн поперечного эффекта Доплера не существует.

Существование поперечного эффекта Доплера было доказано экспериментально Айвсом в 1938 г. В опытах Айвса определялось изменение частоты излучения атомов водорода в канальных лучах (см. И.В. Савельев “Курс общей физики” кн. 2, последний абзац § 12.6 [8]). Скорость атомов составляла примерно $2 \cdot 10^6$ м/с. Эти опыты представляют собой непосредственное экспериментальное подтверждение справедливости преобразований Лоренца.

В общем случае вектор относительной скорости можно разложить на две составляющие, одна из которых направлена вдоль луча, а другая — перпендикулярно к лучу. Первая составляющая обусловит продольный, вторая — поперечный эффект Доплера.

Продольный эффект Доплера используется для определения радиальной скорости звезд. Измерив относительное смещение линий в спектрах звезд, можно по формуле (9.268) определить v .

Тепловое движение молекул светящегося газа приводит вследствие эффекта Доплера к уширению спектральных линий. Из-за хаотичности теплового движения все направления скоростей молекул относительно спектрографа равновероятны. Поэтому в регистрируемом прибором излучении присутствуют все частоты, заключенные в интервале от $\omega_0 \left(1 - \frac{v}{c}\right)$ до $\omega_0 \left(1 + \frac{v}{c}\right)$, где ω_0 — частота, излучаемая молекулами, v — скорость теплового движения (см. формулу 9.270). Таким образом, регистрируемая ширина спектральной линии составит $\frac{2\omega_0 v}{c}$. Величину

$$\delta\omega_D = 2\omega_0 \frac{v}{c} \quad (9.274)$$

называют *доплеровской шириной спектральной линии* (под v подразумевается наиболее вероятная скорость молекул). По величине доплеровского уширения спектральных линий можно судить о скорости теплового движения молекул, а следовательно, и о температуре светящегося газа.

Глава 2

Решение задач

Примеры решения задач

1 Волны

1.1 Упругие волны

Задача 1. Волна смещений частиц среды имеет вид $\xi = a \sin(\alpha t - \beta x)$, где a , α , β — положительные постоянные. Найти отношение амплитуды скорости частиц среды к скорости волны.

Решение

Скорость частиц $\partial \xi / \partial t = a\alpha \cos(\alpha t - \beta x)$, где $a\alpha$ — амплитуда скорости (u_m). Скорость волны находим из условия $\alpha t - \beta x = \text{const}$. Продифференцировав это выражение по t , получим: $\dot{x} = \frac{\alpha}{\beta}$. Искомое отношение $\frac{u_m}{x} = \alpha\beta$.

Задача 2. Точечный изотропный источник испускает гармонические звуковые колебания. Найти коэффициент затухания γ волны, если амплитуда колебаний частиц среды на расстоянии r от источника в η раз меньше, нежели на расстоянии r_0 .

Решение

Волна, испускаемая точечным источником, сферическая. Ее амплитуда $a = \left(\frac{\alpha}{r}\right) \exp(-\gamma r)$. По условию,

$$\eta = \frac{a(r_0)}{a(r)} = \left(\frac{r}{r_0}\right) \exp[\gamma(r - r_0)].$$

Отсюда

$$\gamma = \frac{\ln\left(\frac{\eta r_0}{r}\right)}{(r - r_0)}.$$

Задача 3. Поток энергии. Точечный изотропный источник звука мощности P находится в центре круглого полого цилиндра радиуса R и высоты h . Найти средний по времени поток энергии, падающей на боковую поверхность цилиндра, полагая, что его стенки полностью поглощают звук, т.е. нет отражений.

Решение

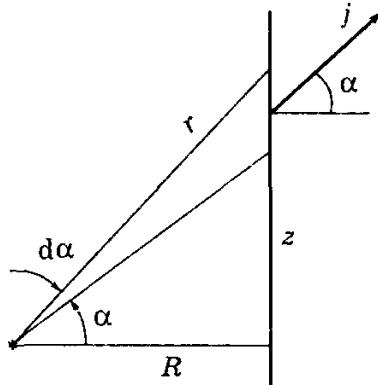


Рис. 2.1.

Сначала найдем поток энергии $d\Phi$, падающий на бесконечно узкую кольцевую полоску, отстоящую на расстояние z от средней плоскости (рис. 2.1):

$$d\Phi = j_n dS = j \cos \alpha dS = \left(\frac{P}{4\pi r^2}\right) \cos \alpha \cdot 2\pi R dz. \quad (1.1)$$

Поскольку $z = R \operatorname{tg} \alpha$, $dz = \frac{R}{\cos^2 \alpha} d\alpha$. Кроме того, $r = \frac{R}{\cos \alpha}$. После подстановки выражений для dz и r в (1.1) получим:

$$d\Phi = \left(\frac{P}{2}\right) \cos \alpha d\alpha.$$

Остается проинтегрировать это уравнение по α от 0 до α_0 , соответствующего краю цилиндра, и умножить на 2, ибо такой же вклад дает и нижняя половина цилиндра. В итоге:

$$\Phi = P \sin \alpha_0 = \frac{P}{\sqrt{1 + \left(\frac{2R}{h}\right)^2}}.$$

1.2 Электромагнитные волны

Задача 4. Плоская гармоническая электромагнитная волна распространяется в вакууме так, что ее волновой вектор \mathbf{k} перпендикулярен оси Z и составляет угол $\alpha = 60^\circ$ с ортом оси X . Найдем скорость распространения колебаний вдоль оси X .

Решение

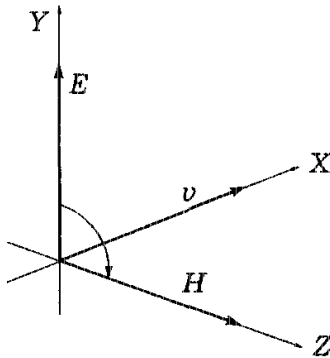


Рис. 2.2.

Изобразив рисунок, аналогичный рис. 2.2, найдем, что искомая скорость $v = \frac{c}{\cos \alpha} = 2c$! Полученный результат не противоречит теории относительности: фазовая скорость может быть

любой, в отличие от скорости сигнала, которая не может быть больше c – скорости света в вакууме.

Задача 5. В вакууме распространяется гармоническая плоская электромагнитная волна, электрическая составляющая которой имеет вид

$$\mathbf{E} = \mathbf{e}_z E_m \cos(\omega t - \mathbf{k}\mathbf{r}).$$

Найдем вектор – амплитуду магнитной составляющей этой волны \mathbf{H}_m .

Решение

Видно, что данная волна распространяется в направлении вектора \mathbf{k} . Значит, три вектора, \mathbf{E} , \mathbf{H} , \mathbf{k} должны составлять правовинтовую систему (см. рис. 2.2). Отсюда следует, что вектор \mathbf{H} должен быть сонаправлен с вектором $[\mathbf{k}\mathbf{E}]$, направление которого совпадает с ортом $[\mathbf{n}_k \mathbf{e}_z]$, где орт $\mathbf{n}_k = \frac{\mathbf{k}}{k}$. Остается найти модуль вектора \mathbf{H} , т.е. воспользоваться формулой (1.14)*:

$$H_m = \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}} \cdot E_m.$$

В результате получим:

$$\mathbf{H} = [\mathbf{n}_k \mathbf{e}_z] \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}} \cdot E_m.$$

Задача 6. Плоская электромагнитная волна

$\mathbf{E} = \mathbf{E}_m \cos(\omega t - \mathbf{k}\mathbf{r})$ распространяется в вакууме. Найти вектор \mathbf{H} как функцию времени в точке с радиусом-вектором $\mathbf{r} = 0$.

Решение

Искомый вектор $\mathbf{H} = \mathbf{H}_m \cos \omega t$, где \mathbf{H}_m можно найти из условия, что векторы \mathbf{E}_m , \mathbf{K}_m и \mathbf{k} составляют правую тройку,

*

$$\boxed{\sqrt{\varepsilon\varepsilon_0} \cdot E_y = \sqrt{\mu\mu_0} \cdot H_z.}$$

откуда $\mathbf{H}_m \uparrow\uparrow [\mathbf{kE}_m]$. Кроме того, $\sqrt{\varepsilon_0}E_m = \sqrt{\mu_0}H_m$. Поэтому $\mathbf{H}_m = H_m e_n$, где e_n — орт вектора \mathbf{H}_m , равный $\frac{[\mathbf{kE}_m]}{kE_m}$, и, следовательно,

$$H_m = \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}} E_m \cdot \frac{[\mathbf{kE}_m]}{kE_m}.$$

В результате получим:

$$\mathbf{H} = \frac{1}{k} \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}} [\mathbf{kE}_m] \cos \omega t.$$

Задача 7. В вакууме распространяется плоская гармоническая линейно поляризованная электромагнитная волна частоты ω . Интенсивность волны равна I . Найдём амплитудное значение плотности тока смещения в этой волне.

Решение

По определению, плотность тока смещения

$$j_{\text{см}} = \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t},$$

где $\mathbf{D} = \varepsilon_0 \mathbf{E}$. Пусть

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_m \cos(\omega t - kx),$$

тогда амплитудное значение плотности тока смещения $j_{\text{см макс}} = \varepsilon_0 \omega E$. Остается найти E_m . Это делается с помощью формулы (1.25)*:

$$E_m = \sqrt{2I \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}}},$$

и мы получим из предыдущих двух формул, что

$$j_{\text{см макс}} = \omega \sqrt{\frac{2\varepsilon_0 I}{c}},$$

где $c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}}$.

*

$$I = \sqrt{\frac{\varepsilon \varepsilon_0}{\mu \mu_0}} \cdot \frac{E_m^2}{2}.$$

Задача 8. В вакууме вдоль оси X распространяются две плоские электромагнитные волны, электрические составляющие которых изменяются по закону $E_1 = E_0 \cos(\omega t - kx)$ и $E_2 = E_0 \cos(\omega t - kx + \varphi)$. Найти среднее значение плотности потока энергии.

Решение

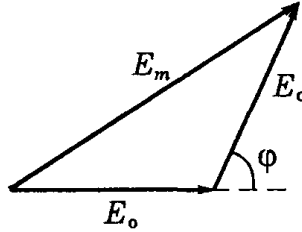


Рис. 2.3.

Исходим из соотношений $S = EH$ и $\sqrt{\varepsilon_0}E = \sqrt{\mu_0}H$. Отсюда

$$\langle S \rangle = \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}} \langle E^2 \rangle,$$

где в любой точке $E^2 = E_m^2 \cos^2 \omega t$ (начальная фаза не существенна). Найдем E_m^2 . Согласно векторной (или фазовой) диаграмме эта амплитуда вектора \mathbf{E} является суммой векторов \mathbf{E}_0 , разность фаз между которыми равна φ (рис. 2.3). Из теоремы косинусов имеем $E_m^2 = 2(1 + \cos \varphi)E_0^2$. В результате искомая величина

$$\langle S \rangle = \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}} (1 + \cos \varphi) E_0^2,$$

где учтено, что $\langle \cos^2 \omega t \rangle = \frac{1}{2}$.

Задача 9. Стоячая волна. Пусть электрическая составляющая стоячей электромагнитной волны имеет вид $E_y = E_m \cos kx \cdot \cos \omega t$. Найти с помощью уравнений (1.12)* выражение для магнитной составляющей этой волны $H_z(x, t)$.

*

$$\frac{\partial E_y}{\partial x} = -\mu_0 \dot{H}_z \quad \frac{\partial H_z}{\partial x} = -\varepsilon_0 \dot{E}_y$$

Решение

Согласно второму уравнению (1.12),

$$\frac{\partial H_z}{\partial x} = -\varepsilon\varepsilon_0 \frac{\partial E_y}{\partial t} = \varepsilon\varepsilon_0\omega E_m \cos kx \cdot \sin \omega t.$$

Проинтегрировав это выражение по x , получим:

$$H_z = \varepsilon\varepsilon_0 v E_m \sin kx \cdot \sin \omega t + const,$$

где $v = \frac{\omega}{k} = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon\varepsilon_0\mu\mu_0}}$. Нас интересует только переменное поле, поэтому $const = 0$. Учитывая связь $E_m\sqrt{\varepsilon\varepsilon_0} = H_m\sqrt{\mu\mu_0}$ между амплитудами E_m и H_m , найдем:

$$H_z = H_m \sin kx \cdot \sin \omega t,$$

т.е. H_z имеет вид тоже стоячей волны, но сдвинутой в пространстве (по x) на четверть волны и по времени — на четверть периода.

Задача 10. Эффект запаздывания. Источник S , испускающий электромагнитные сигналы с частотой ν_0 , движется с релятивистской скоростью v по прямой, отстоящей на некоторое расстояние от неподвижного наблюдателя P (рис. 2.4). Найти частоту сигналов, воспринимаемых наблюдателем в момент, когда:

- источник окажется в точке O ;
- наблюдатель увидит его в точке O .

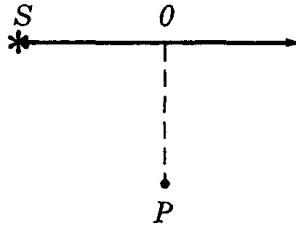


Рис. 2.4.

Решение

- а) В этот момент в точку P должны прийти сигналы, испущенные источником S левее точки 0 , когда его скорость составляла некоторый угол α с прямой SP . Этот угол должен удовлетворять условию

$$\cos \alpha = \frac{v\tau}{c\tau} = \frac{v}{c},$$

где τ — время, за которое источник из точки S достигнет точки 0 . За это же время сигналы достигнут P . Тогда, согласно (1.34)*,

$$\nu = \nu_0 \frac{\sqrt{1 - \beta^2}}{1 - \left(\frac{v}{c}\right) \cos \alpha} = \nu_0 \frac{\sqrt{1 - \beta^2}}{1 - \beta \cdot \beta} = \frac{\nu_0}{\sqrt{1 - \beta^2}}, \quad \beta = \frac{v}{c}.$$

- б) В этом случае будет наблюдаться чисто поперечный эффект Доплера:

$$\nu = \nu_0 \sqrt{1 - \beta^2}.$$

Задача 11. Излучение диполя. Электромагнитная волна, излучаемая диполем, распространяется в вакууме так, что в волновой зоне на луче, перпендикулярном оси диполя, на расстоянии r от него интенсивность равна I_0 . Найти среднюю мощность P излучения диполя.

Решение

Прежде всего найдем мощность dP излучения, проходящего через кольцевую полоску dS на сфере радиуса r (рис. 2.5). Площадь этой полоски равна произведению ее длины $2\pi r \sin \vartheta$ на ширину $rd\vartheta$. Учитывая, что, согласно (1.41)*, интенсивность

*

$$\nu = \nu_0 \cdot \frac{\sqrt{1 - \beta^2}}{1 - v_x/c}$$

*

$$I = \langle S \rangle \sim \frac{1}{r^2} \sin^2 \vartheta$$

под углом ϑ относится к интенсивности под углом $\vartheta = 90^\circ$ как $\frac{I}{I_0} = \sin^2 \vartheta$, запишем

$$dP = IdS = I_0 \sin^2 \vartheta \cdot 2\pi r \sin \vartheta r d\vartheta.$$

Проинтегрировав это выражение по ϑ от 0 до π , получим:

$$P = \left(\frac{8\pi}{3}\right) r^2 I_0.$$

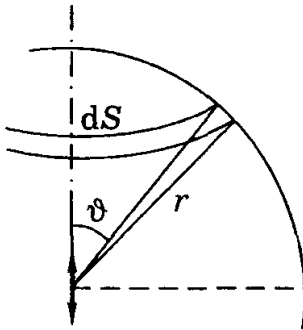


Рис. 2.5.

Задача 12. Эффект Доплера. Одна из спектральных линий, испускаемых, возбужденными ионами He^+ в состоянии покоя, имеет длину волны λ . Если эту линию наблюдать под углом α к пучку данных ионов, то обнаруживается ее доплеровское смещение $\Delta\lambda < 0$, причем $|\Delta\lambda| \ll \lambda$. Определим скорость ионов в пучке.

Решение

Так как $|\Delta\lambda| \ll \lambda$, то это значит, что ионы движутся с нерелятивистской скоростью и справедливо соотношение (1.38)*. Условие же $\Delta\lambda < 0$ означает согласно (1.38), что $\cos \alpha > 0$,

*

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = -\frac{v_x}{c} = -\frac{v}{c} \cos \alpha$$

т.е. угол: $\alpha < \frac{\pi}{2}$. Искомая скорость

$$v = \frac{c|\Delta\lambda|}{\lambda \cos \alpha}.$$

Задача 13. Эффект Доплера. При наблюдении спектральной линии $\alpha = 0,51$ мкм в направлениях на противоположные края солнечного диска на его экваторе обнаружили различие в длинах волн на $\delta\lambda = 8,0$ пм. Найдём период T вращения Солнца вокруг собственной оси.

Решение

Так как данные края диска движутся при вращении Солнца в противоположных направлениях с одинаковой скоростью v , то доплеровское смещение этой линии будет одинаково по модулю, но противоположно по знаку. Поэтому суммарная разность, смещённых длин волн равна удвоенному доплеровскому смещению:

$$\frac{\delta\lambda}{\lambda} = 2\frac{v}{c} = 2\frac{\omega R}{c} = \frac{2}{c} \cdot \frac{2\pi R}{T},$$

где ω – угловая скорость Солнца, R – его радиус ($\pm 7 \cdot 10^8$ м). Отсюда следует, что период вращения Солнца

$$T = \frac{4\pi R\lambda}{c\delta\lambda} = 25 \text{ суток}.$$

2 Геометрическая оптика

Задача 14. Показать, что при преломлении в призме с малым преломляющим углом θ луч отклоняется от своего первоначального направления на угол $\alpha = (n - 1)\theta$ независимо от угла падения, если он также мал.

Решение

Вследствие малости углов падения (и преломления) синусы в законе Снелла* можно опустить. Тогда условия преломления

*

$$n_1 \sin \vartheta_1 = n_2 \sin \vartheta_2$$

на передней и задней поверхностях призмы (рис.2.6) примут вид:

$$\vartheta_1 = n\vartheta'_1, \quad n\vartheta_2 = \vartheta'_2, \quad \vartheta'_1 + \vartheta_2 = \theta. \quad (2.2)$$

Искомый угол α , как видно из рисунка, равен

$$\alpha = (\vartheta_1 - \vartheta'_1) + (\vartheta'_2 - \vartheta_2). \quad (2.3)$$

После подстановки углов из (2.2) в (2.3) получим

$$\alpha = (n - 1)\theta.$$

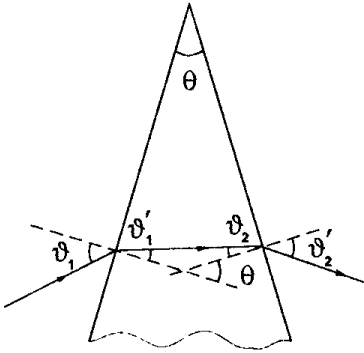


Рис. 2.6

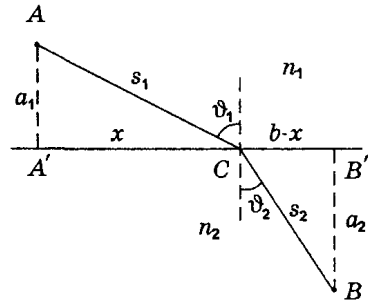


Рис. 2.7

Задача 15. Принцип Ферма. Вывести с помощью этого принципа закон преломления света на границе раздела двух прозрачных диэлектриков с показателями преломления n_1 и n_2 .

Решение

Найдем точку C (рис.2.7), в которой должен преломиться луч, распространяясь от A к B , чтобы оптическая длина пути L была экстремальной. Пусть отрезок $A'B' = b$, тогда, как видно из рисунка,

$$L = n_1 s_1 + n_2 s_2 = n_1 \sqrt{a_1^2 + x^2} + n_2 \sqrt{a_2^2 + (b - x)^2}.$$

Продифференцируем это выражение по x и приравняем производную нулю:

$$\frac{dL}{dx} = \frac{n_1 x}{\sqrt{a_1^2 + x^2}} - \frac{n_2(b-x)}{\sqrt{a_2^2 + (b-x)^2}} = n_1 \frac{x}{s_1} - n_2 \frac{b-x}{s_2} = 0.$$

Множители при n_1 и n_2 равны соответственно $\sin \vartheta_1$ и $\sin \vartheta_2$. Таким образом, получаем

$$n_1 \sin \vartheta_1 = n_2 \sin \vartheta_2,$$

что и требовалось.

Задача 16. Вывести с помощью принципа Ферма формулу преломления параксиальных лучей на сферической поверхности радиуса R , разделяющей среды с показателями преломления n и n' :

$$\frac{n'}{s'} - \frac{n}{s} = \frac{n' - n}{R}.$$

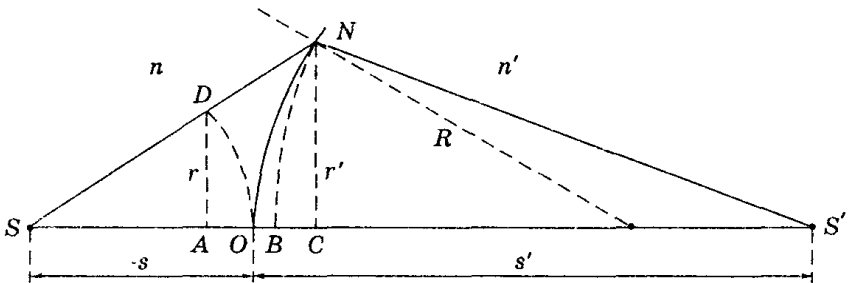


Рис. 2.8

Решение

Пусть S — точечный источник света и S' — его изображение (рис. 2.8). По принципу Ферма оптические длины всех лучей, вышедших из S и собравшихся в S' , должны быть одинаковы. Проведем дуги окружностей из центров S и S' радиусами SO и $S'O$. Тогда оптические пути DN и OB должны быть равны:

$$n \cdot DN = n' \cdot OB. \quad (2.4)$$

Для параксиальных лучей $DN \approx AO + OC$. Найдем последние два отрезка. Сначала AO : из рисунка видно, что

$$r^2 = (SD)^2 - (SA)^2 = (SD + SA)(SD - SA) \approx 2(-s)AO,$$

откуда

$$AO = \frac{r^2}{(-2s)}.$$

Аналогично

$$OC = \frac{r'^2}{2R}.$$

Отсюда находим сумму $AO + OC$, т. е. DN . В свою очередь

$$OB = OC - BC = \frac{r'^2}{2R} - \frac{r'^2}{2s'}.$$

Подставив это выражение в (2.4) и имея в виду, что $r' \approx r$, получим искомое соотношение.

Задача 17. Тонкая линза. Найти с помощью формулы преломления на сферической границе раздела (см. предыдущую задачу) формулу тонкой линзы в воздухе.

Решение

Применим указанную формулу последовательно для передней и задней поверхностей линзы. Для передней поверхности (рис.2.9), полагая, что за ней всюду среда с показателем преломления n , запишем:

$$\frac{n}{d + s_0} - \frac{1}{s} = \frac{n - 1}{R_1}.$$

Для задней поверхности линзы источник S_0 находится справа (он мнимый), и мы имеем:

$$\frac{1}{s'} - \frac{n}{s_0} = \frac{1 - n}{R_2},$$

где $s_0 > 0$, а $R_2 < 0$ (в соответствии с правилом знаков).

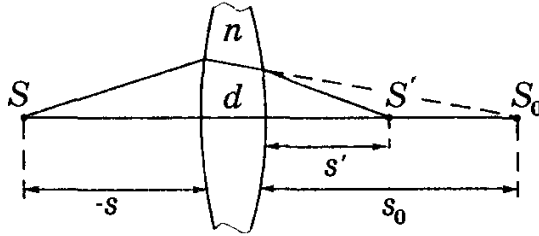


Рис. 2.9

Сложив отдельно левые и правые части этих равенств с учетом того, что толщина линзы d пренебрежимо мала, получим:

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = (n - 1) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right).$$

Задача 18. Свет интенсивности I_0 падает нормально на идеально прозрачную пластинку. Считая, что коэффициент отражения каждой поверхности ее $\rho = 0,05$, найти интенсивность I прошедшего через пластинку света с учетом:

- а) только однократных отражений;
- б) многократных отражений.

Решение

- а) После первой поверхности интенсивность будет равна $I_0(1 - \rho)$, после второй поверхности

$$I = I_0(1 - \rho)^2 \approx I_0(1 - 2\rho) = 0,9I_0.$$

- б) После прохождения двух поверхностей интенсивность равна $I_0(1 - \rho)^2$. При этом часть $I_0(1 - \rho)\rho$ отражается от второй поверхности и затем, отразившись от первой поверхности, станет равной $I_0(1 - \rho)\rho^2$. И световая волна при прохождении второй поверхности будет иметь интенсивность $I_0(1 - \rho)^2\rho^2$ — это после двукратного отражения. Следующая волна испытывает четырехкратное отражение и выйдет из пластинки с интенсивностью $I_0(1 - \rho)^2\rho^4$. Затем надо

учесть вклады от шести-, восьми- и т.д. кратных отражений.

В сумме интенсивность проходящего света можно представить как

$$I = I_0(1 - \rho)^2(1 + \rho^2 + \rho^4 + \dots) = I_0 \frac{(1 - \rho)}{(1 + \rho)} \approx 0,9I_0,$$

где учтено, что сумма геометрической прогрессии

$$1 + \rho^2 + \rho^4 + \dots = \frac{1}{(1 - \rho^2)}.$$

Полученный результат практически совпадает с найденным в предыдущем пункте (отличие составляет всего $\frac{\Delta I}{I} \approx \rho^2 = 0,25\%$). Поэтому, как правило, многократными отражениями пренебрегают.

3 Волновая оптика

3.1 Интерференция света

Задача 19. Убедимся, что для получения интерференционной картины с шириной полос, например, $\Delta x = 0,5$ мм при размерах установки $a = 50$ см, $b = 100$ см преломляющий угол бипризмы Θ должен быть весьма малым.

Решение

Будем считать, что показатель преломления стекла $n = 1,5$, и длина волны света $\lambda = 0,5$ мкм. Из (5.145)* следует, если учесть, что угол $\alpha = (n - 1)\Theta$:

$$\Theta = \frac{\lambda \left(1 + \frac{b}{a}\right)}{2(n - 1)\Delta x} = 3 \cdot 10^{-3} \text{ рад} \approx 10 \text{ угл. мин.}$$

*

$$\Delta x = \frac{\lambda}{2\alpha} \left(1 + \frac{b}{a}\right)$$

Найдем, кстати, и ширину зоны интерференции на экране:

$$x = b \cdot 2\alpha = 2(n - 1)\theta b = 3 \text{ мм.}$$

Видно, что $x \ll b$. Это характерно для многих интерференционных схем, что мы ранее и учитывали, упрощая некоторые расчеты.

Задача 20. Зеркало Ллойда. В этой интерференционной схеме интерферируют световая волна 1, исходящая непосредственно из источника S (узкой ярко освещенной щели), и волна 2, отраженная от зеркала 3 (рис. 2.15). На экране \mathcal{E} образуется система интерференционных полос. Найти длину волны света, если известно, что расстояние от источника до экрана равно ℓ , ширина интерференционной полосы Δx , а после того, как источник S отодвинули от плоскости зеркала на Δd , ширина полос уменьшилась в η раз.

Решение

Согласно (5.129)*, расстояние d между источником S и его мнимым изображением S' равно $d = \frac{\lambda \ell}{\Delta x}$. После отодвигания источника S это расстояние стало

$$d + 2\Delta d = \frac{\lambda \ell}{\left(\frac{\Delta x}{\eta}\right)} = \frac{\eta \lambda \ell}{\Delta x}.$$

Вычтя первое равенство из второго, получим:

$$\lambda = \frac{2\Delta x \Delta d}{\ell(\eta - 1)}$$

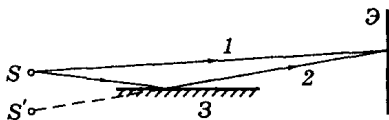


Рис. 2.10

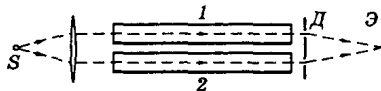


Рис. 2.11

*

$$\Delta x = \frac{\lambda \ell}{d}$$

Задача 21. Интерферометр Рэлея. Его схема показана на рис. 2.11. Здесь S — узкая щель, освещаемая монохроматическим светом с длиной волны λ , 1 и 2 — две одинаковые трубки с воздухом, длина каждой из которых равна ℓ , торцы — прозрачные, D — диафрагма с двумя щелями. Когда воздух в трубке 1 постепенно заменили газом X , то интерференционная картина на экране \mathcal{E} сместилась вверх на N полос. Зная показатель преломления n_0 воздуха, определить показатель преломления n газа X .

Решение

Смещение на N полос означает, что оптическая разность хода Δ лучей, падающих на щели, стала равной $N\lambda$, т.е. $\ell n - \ell n_0 = N\lambda$. Отсюда

$$n = n_0 + \frac{N\lambda}{\ell}.$$

Смещение полос вверх свидетельствует о том, что и максимум нулевого порядка сместился вверх. При этом увеличение геометрической длины луча 2 компенсируется увеличением оптической длины луча 1.

Интерферометр Рэлея используется для измерения малых разностей показателей преломления прозрачных веществ (газов и жидкостей).

Задача 22. Бипризма Френеля. Найти выражения, определяющие условия для ширины s щели и степени монохроматичности $\frac{\lambda}{\Delta\lambda}$, которые обеспечивали бы получение интерференционной картины на всей ширине зоны интерференции (в месте расположения экрана), причем с достаточно хорошей видностью. Расстояния от бипризмы до щели и экрана равны соответственно a и b , преломляющий угол бипризмы θ , показатель преломления стекла n .

Решение

Для выполнения указанных требований следует, согласно формулам

$$\ell_{\text{ког}} \geq 2\Delta \quad \text{и} \quad h_{\text{ког}} \geq 2d,$$

обеспечить должные значения длины и ширины когерентности, $l_{\text{ког}}$ и $h_{\text{ког}}$. Для получения интерференционных полос надо, чтобы $h_{\text{ког}}$ в месте расположения бипризмы (где волна расщепляется на две части) превышала вдвое расстояние d' между лучами, которые затем сходятся вблизи центра интерференционной картины на экране. В этом случае складываемые колебания будут достаточно когерентны для создания интерференционных полос с хорошей видностью. Итак, надо чтобы $h_{\text{ког}} \geq 2d'$. Здесь

$$h_{\text{ког}} \approx \frac{\lambda}{\varphi} = \frac{\lambda}{\left(\frac{s}{a}\right)},$$

s — искомая ширина щели. Расстояние же d' найдем с помощью рис. 2.12, откуда следует, что

$$\frac{d'}{d} = \frac{b}{(a+b)},$$

где $d = a \cdot 2\alpha$, α — угол отклонения луча, после прохождения через бипризму — он одинаков для всех лучей: $\alpha = (n-1)\theta$ (см. задачу 14).

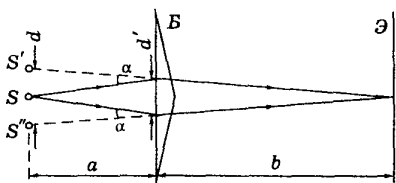


Рис. 2.12

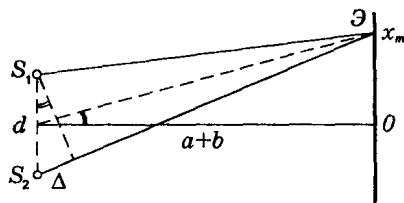


Рис. 2.13

После подстановки выражений для $h_{\text{ког}}$ и d' в исходную формулу получим

$$\frac{\lambda\alpha}{s} \geq 2 \frac{b}{a+b} a \cdot 2\alpha,$$

откуда

$$s \leq \frac{\lambda}{4\alpha} \left(1 + \frac{a}{b}\right).$$

Теперь второе условие — относительно $\frac{\lambda}{\Delta\lambda}$. Необходимо, чтобы $l_{\text{ког}} \geq 2\Delta$. Здесь

$$l_{\text{ког}} \approx \frac{\lambda}{\Delta\lambda},$$

а Δ — оптическая разность хода, которая должна соответствовать получению максимума наибольшего порядка — на краю зоны интерференции в месте расположения экрана. Пусть полуширина зоны интерференции в этом месте равна x_m , тогда с помощью рис. 2.13 из подобия треугольников получим:

$$\frac{\Delta}{d} = \frac{x_m}{(a+b)},$$

где $d = a \cdot 2\alpha$, $x_m = b \cdot \alpha$ (см. рис. 2.14). После подстановки выражений для $\ell_{\text{ког}}$ и Δ в исходную формулу получим:

$$\frac{\lambda^2}{\Delta\lambda} \geq 2 \frac{x_m d}{a+b} = 4 \frac{ab}{a+b} \alpha^2,$$

откуда

$$\frac{\lambda}{\Delta\lambda} \geq \frac{4\alpha^2}{\lambda} \frac{ab}{a+b}.$$

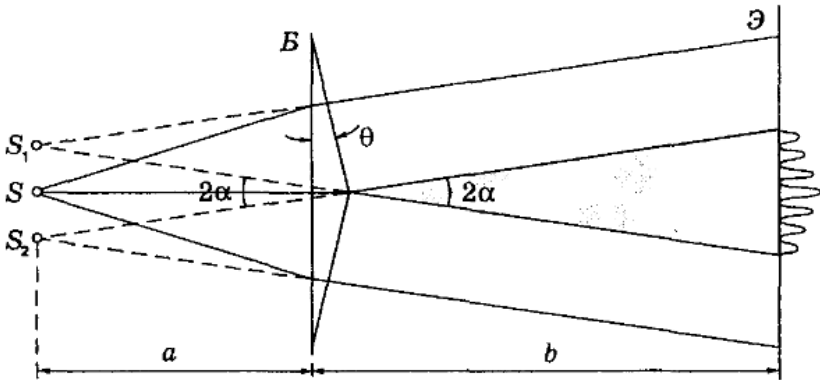


Рис. 2.14

Задача 23. Интерференция от клина. Свет с длиной волны λ от удаленного точечного источника падает нормально на поверхность стеклянного клина с малым углом раствора. В отраженном свете наблюдают систему интерференционных полос. Расстояние между соседними максимумами на поверхности клина равно Δx . Найти:

- а) угол между гранями клина;
 б) длину когерентности, если исчезновение интерференционных полос наблюдается на расстоянии ℓ от вершины клина ($\ell \gg \Delta x$).

Решение

- а) При переходе к соседнему максимуму оптическая разность хода Δ должна равняться λ , т.е.

$$2\Delta x \theta n = \lambda.$$

Здесь учтено, что угол клина весьма мал. Отсюда

$$\theta = \frac{\lambda}{2n\Delta x}.$$

- б) Запишем условие исчезновения интерференционной картины ($\ell_{\text{ког}} \leq \Delta$), пренебрегая “потерей” полуволны, поскольку в нашем случае $\ell \gg \Delta x$. Тогда

$$\ell_{\text{ког}} \approx 2\ell\theta n.$$

Подставив в эту формулу выражение для θ из предыдущего пункта, получим:

$$\ell_{\text{ког}} \approx \frac{\lambda\ell}{\Delta x}.$$

Задача 24. Найдём радиус 5-го светлого кольца, если радиус кривизны выпуклой поверхности линзы $R = 16$ см и контакт ее с плоской поверхностью стекла идеальный (в точке).

Решение

Длина волны света $\lambda = 0,50$ мкм. Условие максимумов в данном случае имеет вид

$$2b + \frac{\lambda}{2} = m\lambda, \quad m = 1, 2, 3, \dots,$$

где b — толщина зазора в месте m -го максимума (заметим, что если бы мы взяли $-\frac{\lambda}{2}$, то значения m надо было начинать с нуля). Согласно (5.156)*,

$$2b = \frac{r_m^2}{R}.$$

Из этих двух соотношений следует, что искомый радиус

$$r_m = \sqrt{\left(m - \frac{1}{2}\right) \lambda R} = 0,6 \text{ мкм}.$$

Задача 25. Плосковыпуклая линза, радиус кривизны сферической поверхности которой $R = 60$ мм, соприкасается со стеклянной пластинкой. Оценим радиус наблюдаемой в отраженном свете интерференционной картины, если длина волны света $\lambda = 0,60$ мм и $\Delta\lambda = 0,06$ мм.

Решение

Свет падает практически нормально. При нормальном падении света ограничивать интерференционную картину будет только длина когерентности $l_{\text{ког}}$. Кольца исчезают при условии $2b \approx l_{\text{ког}}$, где b — ширина зазора в месте исчезновения колец. Согласно (5.156), $r^2 = 2bR$, а $l_{\text{ког}} \approx \frac{\lambda^2}{\Delta\lambda}$. Из этих формул получим

$$\frac{r^2}{R} \approx \frac{\lambda^2}{\Delta\lambda},$$

откуда

$$r \approx \lambda \sqrt{\frac{R}{\Delta\lambda}} = 0,6 \text{ мм}.$$

Число видимых колец равно $m = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} \approx 10$. Этот результат можно получить и с помощью (5.157)*.

*

$$r^2 = 2bR$$

*

$$r_m = \sqrt{m\lambda R}, \quad m = 0, 1, 2, \dots$$

3.2 Дифракция света

Задача 26. Плоская световая волна с $\lambda = 0,64 \text{ мкм}$ и интенсивностью I_0 падает нормально на круглое отверстие радиуса $r = 1,2 \text{ мм}$. Найти интенсивность в центре дифракционной картины на экране, отстоящем от отверстия на расстояние $b = 1,5 \text{ м}$.

Решение

Прежде всего вычислим число m зон Френеля, укладывающихся в данном отверстии. Согласно формуле (6.180)*

$$m = \frac{r^2}{\lambda b} = 1,5.$$

Это значение соответствует вектору A на рис. 2.15, где приведена “действующая” часть первого витка спирали Френеля. Из этого рисунка сразу видно, что $A\sqrt{2}A_0$, а значит интенсивность $I = 2I_0$.

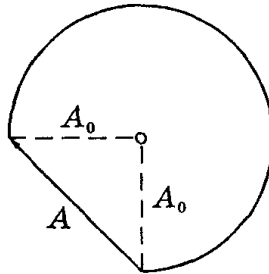


Рис. 2.15

Задача 27. На круглое отверстие радиуса $r = 1,0 \text{ мм}$ нормально падает плоская световая волна с $\lambda = 0,50 \text{ мкм}$. Определим число зон Френеля, которые укладываются в этом отверстии для точки наблюдения P , расположенной на оси отверстия и отстоящей от него на расстоянии $b = 80 \text{ см}$.

*

$$r_m = \sqrt{m\lambda b}.$$

Решение

Поскольку падающая волна плоская, следует воспользоваться формулой (6.180), откуда находим

$$m = \frac{r^2}{\lambda b} = \frac{(10^{-3})^2}{0,5 \cdot 10^{-6} \cdot 0,8} = 2,5.$$

т.е. в данном случае в отверстии укладывается две с половиной зоны Френеля.

Площади зон (при достаточно малых m) $\Delta S = \pi r_m^2 - \pi r_{m-1}^2$, или

$$\Delta S = \pi \lambda \frac{ab}{a+b}, \quad (3.5)$$

т.е. практически одинаковы. Но амплитуды колебаний, приходящих в точку P от этих зон, монотонно и слабо убывают из-за увеличения расстояния r до точки P от каждой следующей зоны и роста угла ϑ между нормалью к элементам зоны и направлением на точку P .

Фазы колебаний, возбуждаемых в точке P соседними зонами, отличаются на π , поэтому векторы-амплитуды нечетных зон противоположны по направлению векторам-амплитудам от четных зон. И результирующая амплитуда, а значит и интенсивность, зависит от того, четное или нечетное число m зон Френеля умещается в отверстии — для точки наблюдения P . Если число зон нечетное, в точке P наблюдается максимум, если же число зон четное, то — минимум.

Число зон m в отверстии мы можем изменять. Например, для увеличения числа зон надо или расширить отверстие, или приблизить экран к нему, или то и другое вместе. Это непосредственно вытекает из формулы (6.179)*, если под r_m понимать радиус отверстия.

Задача 28. Спираль Френеля. Плоская световая волна интенсивности I_0 падает нормально на экран, в котором для

*

$$r_m = \sqrt{m\lambda \frac{ab}{a+b}}$$

точки наблюдения P открыты только внутренняя половина 1-й зоны Френеля и вторая (внешняя) половина 2-й зоны Френеля. Найдем интенсивность света в точке P .

Решение

Принимая первый виток спирали Френеля за окружность, построим соответствующие векторы \vec{A}_1 и \vec{A}_2 (рис. 2.16),

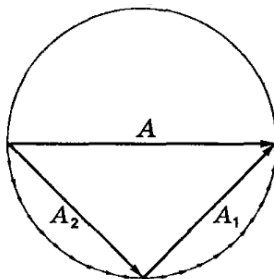


Рис. 2.16

и ответ очевиден: $A = 2A_\infty$, откуда $I = 4I_0$.

Задача 29. Плоская световая волна интенсивности I_0 падает нормально на экраны, показанные на рис. 2.17. Найдем интенсивность света в точке P , расположенной за экранами, если в случае а) открыто $\frac{3}{4}$ волновой поверхности, а в случае б) закругленная часть экрана является границей 1-й зоны Френеля для точки P .

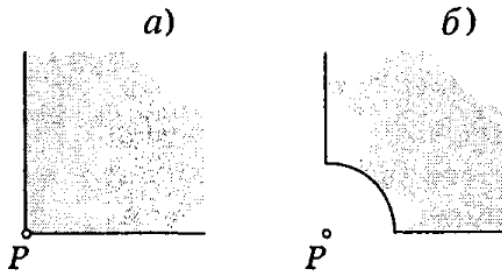


Рис. 2.17

Решение

Прежде всего ясно, что в этих случаях дифракционная картина (чередующиеся светлые и темные полосы) не будет обладать круговой симметрией, она значительно сложнее. Но расчет для указанной точки P оказывается достаточно простым. Действительно, в случае а) от каждой зоны Френеля будет действовать только $\frac{3}{4}$ ее части, следовательно, амплитуда в точке P будет $A = \left(\frac{3}{4}\right) A_\infty$ и интенсивность $I = \left(\frac{3}{4}\right)^2 I_0$.

В случае же б) результирующая амплитуда A в точке P будет равна разности амплитуды от первой зоны Френеля A_1 и амплитуды от всех остальных зон $\left(\frac{3}{4}\right) A_{\text{ост}}$, где $A_{\text{ост}} \approx A_\infty$. Подчеркнем: именно разности, поскольку обеим амплитудам на спирали Френеля (см. рис. 2.18) соответствуют векторы, противоположно направленные, т. е. имеющие разность фаз π . Итак, результирующая амплитуда в точке P равна

$$A = A_1 - \left(\frac{3}{4}\right) A_{\text{ост}} = 2A_\infty - \left(\frac{3}{4}\right) A_\infty = \left(\frac{5}{4}\right) A_\infty.$$

Отсюда интенсивность $I = \left(\frac{5}{4}\right)^2 I_0$.

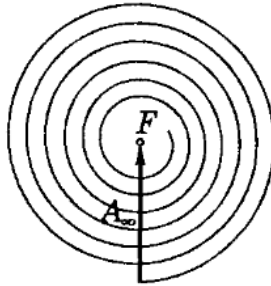


Рис. 2.18

Задача 30. Дифракцию плоской волны от края непрозрачной полуплоскости наблюдают на экране \mathcal{E} , отстоящем от полуплоскости N на расстояние $\ell = 100$ см. Длина волны света $\lambda = 500$ нм. Найдём расстояние Δx между первыми двумя

максимумами на экране Э и интенсивность первого максимума, если интенсивность падающего света равна I_0 .

Решение

Согласно формуле (6.183)*

$$\begin{aligned} \Delta x = x_2 - x_1 &= (s_2 - s_1) \sqrt{\frac{\ell \lambda}{2}} = (2,3 - 1,2) \sqrt{\frac{1 \cdot 500 \cdot 10^{-9}}{2}} = \\ &= 5,5 \cdot 10^{-4} \text{ м} = 0,55 \text{ мм}. \end{aligned}$$

С помощью рис. 2.19 и линейки находим, что отношение амплитуды 1-го максимума, т. е. расстояния между точками G и F_2 , к амплитуде падающего света $F_1 F_2$ равно $\eta \approx 1,175$. Следовательно, интенсивность 1-го максимума

$$I_1 = \eta^2 I_0 = 1,37 I_0.$$

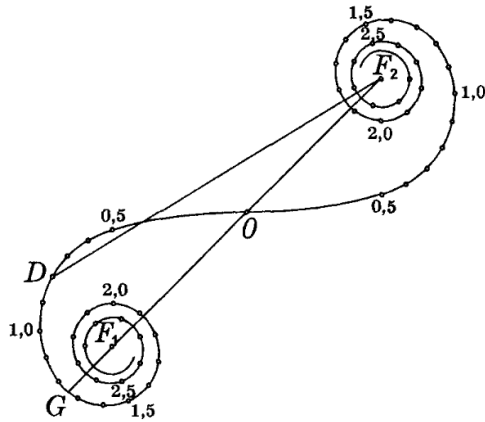


Рис. 2.19

*

$$s = x \sqrt{\frac{2}{\ell \lambda}}$$

Задача 31. На прямолинейную щель в непрозрачной преграде падает нормально плоская световая волна (рис. 2.20). Длина волны $\lambda = 0,60$ мкм. Расстояние от щели до экрана \mathcal{E} равно $\ell = 50$ см. Найдём минимальную ширину b щели, при которой в точке P интенсивность будет максимальной.

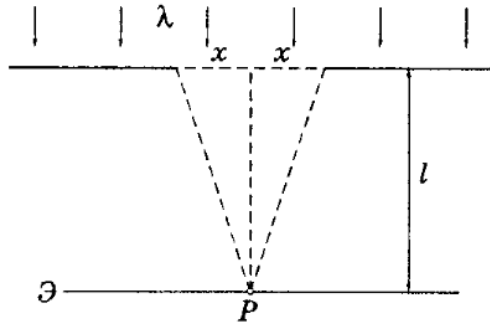


Рис. 2.20

Решение

Это означает, что амплитуда колебаний в точке P должна быть максимальной, т.е. соответствующей рис. 2.21а. При этом параметр s должен быть равным (см. рис. 2.19) $s \approx 1,3$. Согласно формуле (6.183) этому значению параметра s отвечает расстояние $x = s\sqrt{\frac{\ell\lambda}{2}} = 0,5$ мм. Значит, искомая ширина щели $b = 2x = 1$ мм.

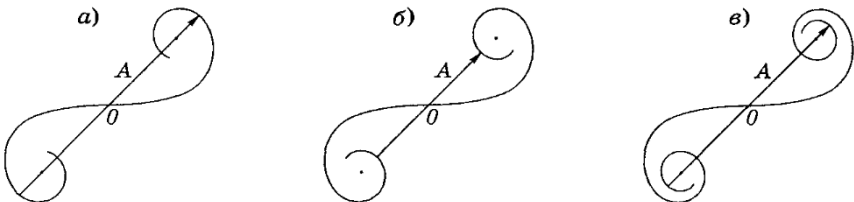


Рис. 2.21

Задача 32. Дифракция Фраунгофера от щели. Плоская световая волна с $\lambda = 0,60$ мкм падает нормально на

грань стеклянного клина с углом раствора $\theta = 15^\circ$ и показателем преломления $n = 1,5$. На противоположной непрозрачной грани клина имеется прозрачная щель шириной $b = 10$ мкм, параллельная ребру клина. Пренебрегая отражениями, найти:

- а) угол ϑ_0 между направлением на центральный френгофев максимум и направлением падающего света;
- б) угловую ширину центрального максимума.

Решение

- а) Для центрального максимума (максимума порядка $m = 0$) оптические пути всех лучей от одной пунктирной прямой до другой (рис. 2.11) должны быть одинаковы. Это значит, что оптическая длина ломаного отрезка AB не должна зависеть от x , т.е.

$$n \cdot x \sin \theta + (b - x) \sin \varphi = \text{const.}$$

Сгруппируем слагаемые, содержащие x , тогда

$$(n \cdot \sin \theta - \sin \varphi)x + b \sin \varphi = \text{const.}$$

Чтобы левая часть этого равенства не зависела от x , выражение в скобках перед x должно быть равно нулю. Отсюда

$$n \sin \theta = \sin \varphi.$$

Так как $\varphi = \theta + \vartheta_0$, то искомый угол

$$\vartheta_0 = \arcsin(n \sin \theta) - \theta \approx 8^\circ.$$

- б) Условие минимумов, ближайших к максимуму нулевого порядка, должно соответствовать разности хода колебаний от краев щели в одну длину волны, или согласно рис. 2.22

$$b(\sin \varphi - n \sin \theta) = \pm \lambda.$$

Отсюда при знаке “+” находим φ_+ , а при знаке “-” φ_- , и значит

$$\Delta\varphi = \varphi_+ - \varphi_- = \vartheta_+ - \vartheta_- = \Delta\vartheta = 7,3^\circ.$$

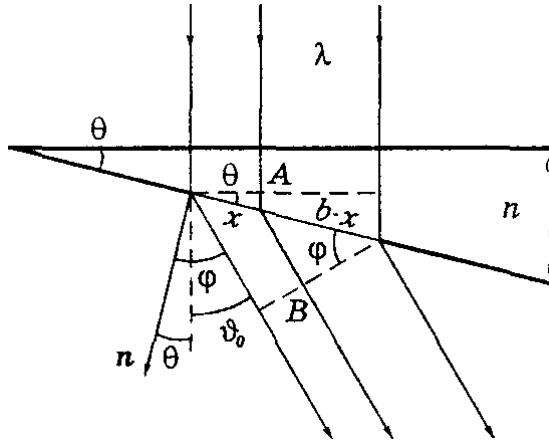


Рис. 2.22

Задача 33. Выясним, с каким видом дифракции (френелевой или фраунгоферовой) мы имеем дело, если параллельный пучок света с длиной волны $\lambda = 0,6$ мкм падает нормально на круглое отверстие диаметром $D = 1,0$ мм, образуя дифракционную картину на экране, отстоящем от отверстия на расстоянии $\ell = 50$ см.

Решение

В этом случае параметр

$$p = \frac{D^2}{\ell\lambda} = \frac{(10^{-3})^2}{0,5 \cdot 0,6 \cdot 10^{-6}} \approx 3$$

Согласно критерию (6.185)* это соответствует дифракции Френеля. И расчет дифракционной картины будет правильным, если его проводить по формулам дифракции Френеля.

*

- $p \ll 1$ — дифракция Фраунгофера,
- $p \sim 1$ — дифракция Френеля,
- $p \gg 1$ — приближение геометрической оптики.

Задача 34. Найдём диаметр d в мм центрального светлого пятна на экране, если диаметр отверстия $D = 1,0$ мм, фокусное расстояние $f = 50$ см и длина волны света $\lambda = 0,5$ мкм. Экран находится в фокальной плоскости линзы.

Решение

Освещённость светлого центрального пятна по мере увеличения угла дифракции ϑ монотонно падает (см. рис. 2.23) и при визуальном наблюдении по контрасту это пятно кажется меньше. Его «диаметр» d приблизительно можно считать равным радиусу первого тёмного кольца, т. е. $d \approx f\vartheta$. Воспользовавшись формулой (6.186)*, получим

$$d \approx 1,22 \frac{\lambda f}{D} = 1,22 \frac{0,5 \cdot 10^{-6} \cdot 0,5}{10^{-3}} \approx 0,3 \cdot 10^{-3} \text{ м} = 0,3 \text{ мм}.$$

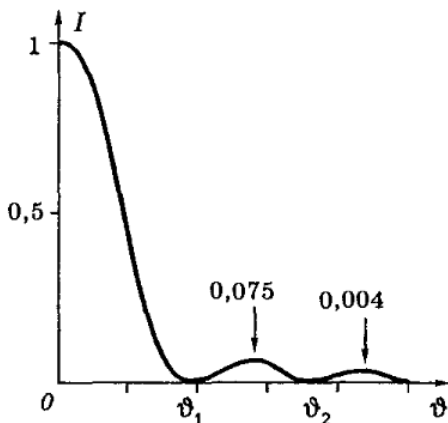


Рис. 2.23

Задача 35. Оценим дифракционное уширение «параллельного» лазерного пучка с исходным диаметром $D_0 = 2$ мм

*

$$\vartheta_1 = 1,22 \frac{\lambda}{D}$$

на расстоянии $\ell = 100$ м от лазера, если длина волны света $\lambda = 0,60$ мкм.

Решение

Из-за дифракционной расходимости интересующий нас диаметр пучка оказывается равным

$$D \approx \ell \delta \Theta \approx \frac{\ell \lambda}{D_0} = \frac{100 \cdot 0,6 \cdot 10^{-6}}{2 \cdot 10^{-3}} = 30 \cdot 10^{-3} \text{ м} = 30 \text{ мм}.$$

Как видно, дифракционное уширение весьма значительно.

Задача 36. Свет с длиной волны $\lambda = 0,53$ мкм падает на прозрачную дифракционную решетку с периодом $d = 1,50$ мкм. Найти угол с нормалью к решетке, под которым образуется максимум *наибольшего* порядка, если свет падает на решетку под углом $\vartheta_0 = 60^\circ$ к нормали.

Решение

Максимуму наибольшего порядка должна отвечать максимальная разность хода Δ между соответствующими лучами 1 и 2 от соседних щелей, как показано на рис. 2.24. Для этого надо, чтобы

$$\Delta = AB + BC = d(\sin \vartheta_0 + \sin \vartheta_m) = m\lambda. \quad (3.6)$$

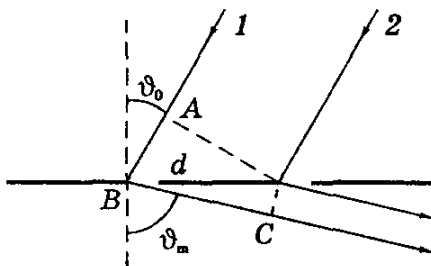


Рис. 2.24

Сначала найдем максимальное значение m . Учитывая, что ϑ_m не может превосходить $\frac{\pi}{2}$, положим $\sin \vartheta_m = 1$. Тогда

$$m_{\text{макс}} = \left[\frac{d}{\lambda} (\sin \vartheta_0 + 1) \right] = [5, 3] = 5, \quad (3.7)$$

где квадратные скобки означают, что от полученного числового значения надо взять только целую часть. Остается подставить $m_{\text{макс}}$ в (3.6), и мы получим:

$$\sin \vartheta_m = \frac{m\lambda}{d} - \sin \vartheta_0 = 0,9.$$

Откуда $\vartheta_m = 64^\circ$.

Задача 37. Найдем отношение периода решетки к ширине щели, $\frac{d}{b}$, при котором пропадает главный максимум 3-го порядка.

Решение

В этом направлении — под углом дифракции ϑ — должны выполняться два условия:

$$d \sin \vartheta_x = \pm 3\lambda, \quad b \sin \vartheta_x = \pm \lambda.$$

Из отношения этих двух равенств находим: $\frac{d}{b} = 3$. Это значит, что в пределах основного дифракционного максимума мы будем наблюдать два главных максимума. Третий попадет на дифракционный минимум и, значит, пропадет.

Задача 38. Разрешающая способность и угловая дисперсия решетки. Свет падает нормально на дифракционную решетку, ширина которой $h = 20$ мм. При достаточно малых углах дифракции, когда $\cos \vartheta \approx 1$, угловая дисперсия решетки $D = 5,0$ угл. мин/нам. Найти (согласно критерию Рэля) максимально возможную разрешающую способность решетки в этих условиях.

Решение

В соответствии с критерием Рэля разрешающая способность

$$\frac{\lambda}{\delta\lambda} = mN.$$

Угловая же дисперсия

$$D = \frac{d\vartheta}{d\lambda} = \frac{m}{d \cos \vartheta}.$$

Поскольку в нашем случае $\cos \vartheta \approx 1$, то дисперсия

$$D = \frac{m}{d}.$$

Из этих двух формул находим

$$\frac{\lambda}{\delta\lambda} = \frac{m}{d} Nd = Dh = \frac{5 \cdot 10^9}{60 \cdot 57,3} 20 \cdot 10^{-3} = 3 \cdot 10^4.$$

Задача 39. Дебайграмма. При прохождении узкого пучка рентгеновских лучей с длиной волны $\lambda = 17,8$ пм через поликристаллический образец, на экране, расположенном на расстоянии $\ell = 15$ см от образца, возникает система концентрических дифракционных колец-максимумов. Определить радиус светлого кольца, соответствующего второму порядку отражения от системы плоскостей с межплоскостным расстоянием $d = 155$ пм.

Решение

Согласно формуле Брэгга-Вульфа

$$2d \sin \alpha = \lambda. \quad (3.8)$$

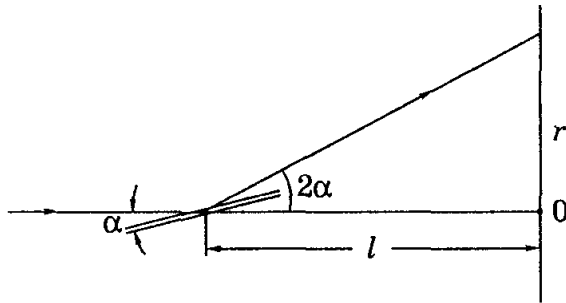


Рис. 2.25

Угол скольжения α найдем с помощью рис. 2.25, откуда видно, что

$$r = \ell \operatorname{tg} 2\alpha. \quad (3.9)$$

Преобразуем $\operatorname{tg} 2\alpha$ через $\sin \alpha$:

$$\operatorname{tg} 2\alpha = \frac{2 \operatorname{tg} \alpha}{\sqrt{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha}} = \frac{2}{\sqrt{\frac{1}{\sin^2 \alpha} - 2}}, \quad (3.10)$$

где $\sin \alpha$ определяется уравнением (3.8).

Решив совместно эти три уравнения, получим:

$$r = \frac{\ell}{\sqrt{\left(\frac{d}{m\lambda}\right)^2 - \frac{1}{2}}} = 3,5 \text{ см},$$

где $m = 2$.

3.3 Поляризация

Задача 40. Закон Малюса. Линейно-поляризованный световой пучок падает на поляризатор, плоскость пропускания которого вращается вокруг оси пучка с угловой скоростью ω . Найти световую энергию W , проходящую через поляризатор за один оборот, если поток энергии в падающем пучке равен Φ_0 .

Решение

Согласно закону Малюса $\Phi = \Phi_0 \cos^2 \omega t$. Тогда энергию, проходящую через поляризатор за один оборот, т.е. за период $T = \frac{2\pi}{\omega}$, определим следующим выражением:

$$W = \int_0^T \Phi_0 \cos^2 \omega t \, dt = \frac{\Phi_0}{\omega} \int_0^{2\pi} \cos^2 \varphi \, d\varphi.$$

Здесь введено обозначение $\varphi = \omega t$. Имея в виду, что

$$\int_0^{2\pi} \cos^2 \varphi \, d\varphi = \langle \cos^2 \varphi \rangle \cdot 2\pi = \pi,$$

получим в результате

$$W = \frac{\pi\Phi_0}{\omega}.$$

Задача 41. Закон Брюстера. Естественный свет падает под углом Брюстера на поверхность воды. При этом ρ -часть падающего света отражается. Найдём степень поляризации P преломленного света.

Решение

Пусть световой поток падающего света равен Φ_0 . Степень поляризации преломленного света, по определению

$$P = \frac{\Phi_{\text{пол}}}{\Phi_{\text{прел}}} = \frac{\rho\Phi_0}{\Phi_0 - \rho\Phi_0} = \frac{\rho}{1 - \rho},$$

где $\Phi_{\text{прел}}$ — световой поток преломленного света.

Задача 42. Закон Брюстера. Частично-поляризованный свет падает под углом Брюстера на поверхность прозрачного диэлектрика так, что ρ -часть света отражается, и преломленный свет оказывается естественным. Найдём степень поляризации падающего света.

Решение

Обозначим падающий частично-поляризованный световой поток через Φ_0 . Его степень поляризации можно представить следующим образом:

$$P = \frac{\Phi_{\text{п}}}{\Phi_{\text{чп}}} = \frac{\rho\Phi_0}{\Phi_0} = \rho,$$

где $\Phi_{\text{п}}$ — поляризованная часть падающего светового потока, $\Phi_{\text{чп}}$ — световой поток падающего частично-поляризованного света.

Задача 43. Степень поляризации. На пути частично-поляризованного света поместили поляризатор. При повороте плоскости пропускания поляризатора из положения, соответствующего максимуму пропускания, на угол φ интенсивность прошедшего света уменьшилась в η раз. Найти степень поляризации падающего света.

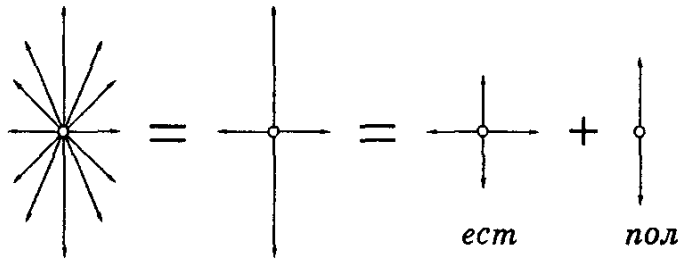


Рис. 2.26

Решение

Представим частично-поляризованный свет как сумму естественного и поляризованного (см. рис. 2.26). Тогда степень поляризации этого света

$$P = \frac{I_{\text{п}}}{I_{\text{п}} + I_e} = \frac{1}{1 + \frac{I_e}{I_{\text{п}}}}, \quad (3.11)$$

где I_e и $I_{\text{п}}$ — интенсивности естественной и поляризованной составляющих. Найдем отношение $\frac{I_e}{I_{\text{п}}}$. Согласно условию и закону Малюса

$$\eta = \frac{I_{\text{п}} + \frac{I_e}{2}}{I_{\text{п}} \cos^2 \varphi + \frac{I_e}{2}}.$$

Отсюда

$$\frac{I_e}{I_{\text{п}}} = \frac{2(1 - \eta \cos^2 \varphi)}{(\eta - 1)}.$$

После подстановки последнего выражения в (3.11) получим:

$$P = \frac{\eta - 1}{1 + \eta(1 - 2 \cos^2 \varphi)} = \frac{\eta - 1}{1 - \eta \cos 2\varphi}.$$

Задача 44. Коэффициент отражения. Определить с помощью формул (1.94)* коэффициент отражения естественного света при нормальном падении на поверхность прозрачного диэлектрика с показателем преломления n .

Решение

По определению, коэффициент отражения

$$\rho = \frac{I'_{\perp} + I'_{\parallel}}{I_{\perp} + I_{\parallel}}. \quad (3.12)$$

Теперь учтем, что $I_{\perp} + I_{\parallel} = I_0$ — интенсивность падающего света, причем $I_{\perp} = I_{\parallel} = \frac{I_0}{2}$, так как падающий свет естественный. Поэтому формулу (3.12) можно записать так:

$$\rho = \frac{I'_{\perp}}{2I_{\perp}} + \frac{I'_{\parallel}}{2I_{\parallel}}. \quad (3.13)$$

Перепишем это соотношение с помощью формул (1.94) в следующем виде

$$\rho = \frac{1}{2}(\rho_{\perp} + \rho_{\parallel}) = \frac{1}{2} \left[\frac{\sin^2(\varphi - \psi)}{\sin^2(\varphi + \psi)} + \frac{\operatorname{tg}^2(\varphi - \psi)}{\operatorname{tg}^2(\varphi + \psi)} \right].$$

При малых значениях ν выражения в квадратных скобках упрощаются:

$$\rho = \frac{1}{2} \left[\frac{(\varphi - \psi)^2}{(\varphi + \psi)^2} + \frac{(\varphi - \psi)^2}{(\varphi + \psi)^2} \right] = \left(\frac{\varphi - \psi}{\varphi + \psi} \right)^2. \quad (3.14)$$

Остается учесть закон преломления: при малых φ имеем $\varphi = n\psi$. Подстановка этого равенства в (3.14) приводит к окончательному результату:

$$\rho = \left(\frac{n - 1}{n + 1} \right)^2.$$

*

$$\left. \begin{aligned} E'_p &= E_p \cdot \frac{\operatorname{tg}(\varphi - \psi)}{\operatorname{tg}(\varphi + \psi)}; & E''_p &= E_p \cdot \frac{2 \sin \psi \cos \varphi}{\sin(\varphi + \psi) \cos(\varphi - \psi)}; \\ E'_s &= -E_s \cdot \frac{\sin(\varphi - \psi)}{\sin(\varphi + \psi)}; & E''_s &= E_s \cdot \frac{2 \sin \psi \cos \varphi}{\sin(\varphi + \psi)}. \end{aligned} \right\}$$

Этот результат полностью совпадает с формулой (3.107)*.

Задача 45. Найти с помощью соотношения (1.94) коэффициент отражения ρ естественного света, падающего под углом Брюстера на прозрачный диэлектрик с показателем преломления n .

Решение

Пусть φ и ψ — углы падения и преломления. Здесь $\varphi = \varphi_{\text{Бр}}$, значит $\varphi + \psi = \frac{\pi}{2}$ и в (1.94) отлично от нуля будет только ρ_{\parallel} . Падающий свет естественный, это значит, что у него $I_{\perp} = I_{\parallel}$ и $I_{\perp} = \frac{I_0}{2}$, где I_0 — интенсивность падающего света. Искомый коэффициент

$$\rho = \frac{I'_{\perp}}{I_0} = \frac{I'_{\perp}}{2I_{\perp}} = \frac{\rho_{\perp}}{2}. \quad (3.15)$$

В нашем случае $\sin(\varphi + \psi) = 1$, поэтому

$$\rho_{\perp} = \sin^2(\varphi - \psi). \quad (3.16)$$

Преобразуем (3.16) так, чтобы представить его через $\text{tg } \varphi$, который по условию равен n . Разность углов в скобках с учетом того, что $\varphi + \psi = \frac{\pi}{2}$, запишем так:

$$\varphi - \psi = \varphi - \left(\frac{\pi}{2} - \varphi\right) = 2\varphi - \frac{\pi}{2}. \quad (3.17)$$

Тогда выражение (3.16) можно преобразовать следующим образом:

$$\begin{aligned} \sin^2(\varphi - \psi) &= \sin^2\left(2\varphi - \frac{\pi}{2}\right) = \cos^2 2\varphi = (\cos^2 \varphi - \sin^2 \varphi)^2 = \\ &= (1 - 2 \sin^2 \varphi)^2 = \left(1 - 2 \frac{1}{1 + \text{tg}^2 \varphi}\right)^2. \end{aligned} \quad (3.18)$$

*

$$\rho = \frac{I'}{I} = \left(\frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2}\right)^2$$

Заменив в (3.18) $\operatorname{tg} \varphi$ через n , и учитывая (3.16), представим искомое ρ , т.е. (3.15), в окончательном виде:

$$\rho = \frac{1}{2} \left(\frac{n^2 - 1}{n^2 + 1} \right)^2. \quad (3.19)$$

Напомним, ρ — это та доля падающего света, которая при отражении под углом Брюстера превращается в полностью плоскополяризованный свет.

Задача 46. На поверхность прозрачного диэлектрика с показателем преломления n падает под углом Брюстера линейно-поляризованный свет, плоскость поляризации которого а) перпендикулярна плоскости падения; б) лежит в плоскости падения. Найдем коэффициенты отражения света в обоих случаях.

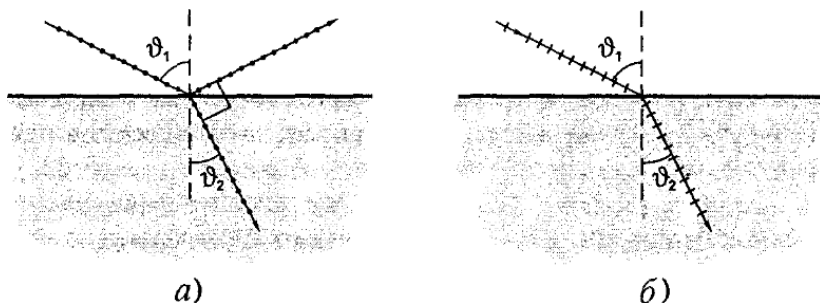


Рис. 2.27

Решение

Прежде всего представим себе, как будут выглядеть отраженный и преломленный лучи в этих случаях (рис. 2.27).

В случае а) согласно третьей формуле Френеля (1.94)* коэффициент отражения $\rho_{\perp} = \sin^2(\varphi - \psi)$, где φ — угол Брюстера,

*

$$\left. \begin{aligned} E'_p &= E_p \cdot \frac{\operatorname{tg}(\varphi - \psi)}{\operatorname{tg}(\varphi + \psi)}; & E''_p &= E_p \cdot \frac{2 \sin \psi \cos \varphi}{\sin(\varphi + \psi) \cos(\varphi - \psi)}; \\ E'_s &= -E_s \cdot \frac{\sin(\varphi - \psi)}{\sin(\varphi + \psi)}; & E''_s &= E_s \cdot \frac{2 \sin \psi \cos \varphi}{\sin(\varphi + \psi)}. \end{aligned} \right\}$$

определяемый формулой $\operatorname{tg} \varphi = n$, а угол ψ связан с углом φ законом преломления: $\sin \varphi = n \sin \psi$. Определив φ и ψ , мы найдем и ρ_{\perp} . В случае же б) при падении под углом Брюстера тангенс в знаменателе первой формулы Френеля (1.94) обращается в ∞ , поскольку $\varphi + \psi = \frac{\pi}{2}$. Это значит, что в данном случае $\rho_{\parallel} = 0$, т. е. отраженный луч отсутствует (но это только при падении под углом Брюстера).

Задача 47. Свет проходит через систему из двух скрещенных поляризаторов, между которыми расположена кварцевая пластинка. Ее оптическая ось составляет угол 45° с плоскостями пропускания поляризаторов. При какой минимальной толщине пластинки свет с длиной волны $\lambda_1 = 643$ нм будет проходить сквозь эту систему с максимальной интенсивностью, а свет с $\lambda_2 = 564$ нм будет практически задержан, если для обеих длин волн $n_e - n_o = 0,0090$?

Решение

Согласно формуле разности хода для пластинки в полволны (стр. 159)*

$$h = m \frac{\lambda}{2} (n_e - n_o).$$

Для максимума пропускания эта пластинка должна быть пластинкой $\frac{\lambda}{2}$, т. е. m_1 должно быть нечетным, а для минимума — пластинкой в целую волну, т. е. m_2 должно быть четным. Из приведенной формулы следует, что $m_1 \lambda_1 = m_2 \lambda_2$. Отсюда

$$\frac{m_2}{m_1} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = 1,14.$$

Полученное значение 1,14 надо представить как отношение наименьших значений четного числа m_2 к нечетному m_1 . Легко убедиться (например, подбором), что это будут 8 и 7, т. е. $m_2 = 8$ и $m_1 = 7$. Возвращаясь к первой формуле, находим

$$h_{\min} = \frac{m_1 \lambda_1}{2(n_e - n_o)} = 0,25 \text{ мм.}$$

*

$$(n_o - n_e)d = m\lambda_0 + \frac{\lambda_0}{2} = (2m + 1)\frac{\lambda_0}{2},$$

3.4 Взаимодействие света с веществом

Задача 48.

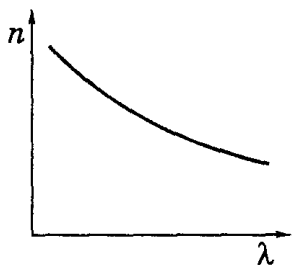


Рис. 2.28

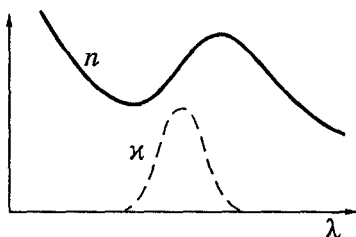


Рис. 2.29

На рис. 2.28 и 2.29 изображены графики зависимости показателя преломления вещества от длины волны $n(\lambda)$. Изобразим соответствующие графики зависимостей $n(\omega)$, где ω — циклическая частота света.

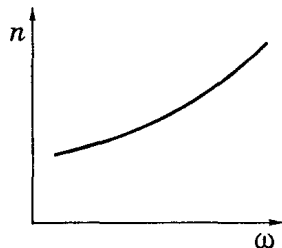


Рис. 2.30

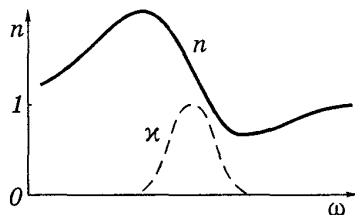


Рис. 2.31

Решение

Поскольку $\omega \sim \frac{1}{\lambda}$, легко проверить, что графики $n(\omega)$, соответствующие указанным рисункам, таковы, как показано на рис. 2.30 и 2.31. Причем, в случае графика, приведенного на рис. 2.30, закон дисперсии в соответствии с формулой (8.232)*

*

$$n = a + \frac{b}{\lambda^2},$$

принимает вид

$$n = a + b'\omega^2, \quad \text{где постоянная} \quad b' = \frac{b}{(2\pi c)^2}.$$

Задача 49. При зондировании разреженной плазмы радиоволнами различных частот обнаружили, что радиоволны с частотами, меньшими, чем $\nu_0 = 400$ МГц не проходят через плазму. Найдем концентрацию свободных электронов в этой плазме.

Решение

Радиоволны не проходят через плазму, а отражаются от нее, как мы выяснили, при мнимом показателе преломления, т.е. при значении диэлектрической проницаемости $\varepsilon \ll 0$. Имея в виду (8.241)* и учитывая, что для свободных электронов $\omega_0 = 0$, получим:

$$\varepsilon(\omega) = 1 - \frac{N_0 e^2}{\varepsilon_0 m_e \omega^2} \leq 0.$$

Отсюда находим искомую концентрацию свободных электронов:

$$N_0 = \frac{\varepsilon_0 m_e \omega^2}{e^2} = \frac{4\pi^2 \varepsilon_0 m_e \nu^2}{e^2} = 2,0 \cdot 10^9 \text{ см}^{-3}.$$

Задача 50. Найдем выражение для групповой скорости в среде с известной зависимостью показателя преломления от частоты электромагнитной волны, $n(\omega)$.

Решение

Будем исходить из определения групповой скорости — формулы (8.243)*. Принимая во внимание, что фазовая скорость

*

$$\varepsilon = 1 + \frac{b}{\omega_0^2 - \omega^2}, \quad \text{где} \quad b = \frac{N_0 \cdot e^2}{\varepsilon_0 \cdot m_e}$$

*

$$u = \frac{d\omega}{dk}$$

$v = \frac{\omega}{k} = \frac{c}{n}$, получим

$$k = \frac{\omega n}{c}.$$

Теперь возьмем производную $\frac{dk}{d\omega}$:

$$\frac{dk}{d\omega} = \frac{d}{d\omega} \left(\frac{\omega n}{c} \right) = \frac{1}{c} \left(n + \omega \frac{dn}{d\omega} \right).$$

Подстановка обратного значения этой величины, т.е. $\frac{d\omega}{dk}$, в (8.243) приводит к искомому результату:

$$u = \frac{d\omega}{dk} = \frac{c}{n + \omega \left(\frac{dn}{d\omega} \right)}.$$

Задача 51. Дисперсия света. Электромагнитная волна распространяется в разреженной плазме, концентрация свободных электронов которой равна N_0 . Пренебрегая взаимодействием волны с ионами плазмы, найти зависимость фазовой скорости волны от ее частоты ω .

Решение

В случае плазмы (электроны свободные) собственная частота колебаний электронов $\omega_0 = 0$, поэтому согласно (8.241) диэлектрическая проницаемость

$$\varepsilon = 1 - \frac{b}{\omega^2},$$

где $b = \frac{N_0 e^2}{\varepsilon_0 m_e}$, m_e — масса электрона. Следовательно, фазовая скорость

$$\nu = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon}} = \frac{c}{\sqrt{1 - \frac{b}{\omega^2}}}.$$

Задача 52. Найти концентрацию свободных электронов ионосферы, если для радиоволн с частотой $\nu = 100$ МГц ее показатель преломления $n = 0,90$.

Решение

Согласно (8.241): для плазмы ($\omega_0 = 0$)

$$n^2 = 1 - \frac{b}{\omega^2}, \quad (3.20)$$

где $b = \frac{N_0 e^2}{\varepsilon_0 m_e}$, $\omega = 2\pi\nu$. После подстановки выражений для b и ω в (3.20) получим:

$$N_0 = \frac{4\pi^2 \varepsilon_0 m_e \nu^2}{e^2} (1 - n^2) \approx 2,4 \cdot 10^7 \text{ см}^{-3}.$$

Задача 53. Групповая скорость. Найти зависимость между групповой u и фазовой v скоростями для следующих законов дисперсии:

а) vk ; б) $v \sim \frac{1}{\omega^2}$.

Здесь k и ω — волновое число и циклическая частота.

Решение

а) По определению, $u = \frac{d\omega}{dk}$, где $\omega = vk$. Тогда

$$u = \frac{d}{dk}(vk) = v + k \frac{dv}{dk}. \quad (3.21)$$

Пусть $v = ak$, где a — некоторая постоянная. В этом случае (3.21) примет вид

$$u = v + ak = 2v.$$

б) Пусть $v = \frac{\alpha}{\omega}$, α — некоторая постоянная. Тогда

$$\frac{dk}{d\omega} = \frac{d}{d\omega} \left(\frac{\omega}{v} \right) = \frac{d}{d\omega} \left(\frac{\omega^3}{\alpha} \right) = \frac{3}{v}.$$

Поэтому групповая скорость

$$u = \frac{d\omega}{dk} = \frac{v}{3}.$$

Задача 54. Поглощение света. Из некоторого прозрачного вещества изготовили две пластинки: одну толщиной h_1 , другую толщиной h_2 . Введя поочередно эти пластинки перпендикулярно в пучок монохроматического света, обнаружили, что первая пластинка пропускает τ_1 светового потока, а вторая — τ_2 . Пренебрегая вторичными отражениями, найти коэффициент поглощения \varkappa этого вещества.

Решение

В условии этой задачи описан обычный метод измерения коэффициента поглощения в случае, когда неизвестен коэффициент отражения от каждой поверхности пластинки. В этом случае поступают так. Сначала запишем выражения для интенсивности света, прошедшего через первую и вторую пластинки:

$$I_1 = I_0(1 - \rho)^2 e^{-\varkappa h_1}, \quad (3.22)$$

$$I_2 = I_0(1 - \rho)^2 e^{-\varkappa h_2},$$

где I_0 — интенсивность падающего света, ρ — неизвестный коэффициент отражения (одинаковый для обеих поверхностей пластинки). Имея в виду, что $\frac{I_1}{I_0} = \tau_1$ и $\frac{I_2}{I_0} = \tau_2$, найдем отношение обеих формул (3.22) и тем самым исключим неизвестное ρ . В результате получим:

$$\frac{\tau_1}{\tau_2} = e^{\varkappa(h_2 - h_1)},$$

откуда, потенцируя, находим:

$$\varkappa = \frac{\ln\left(\frac{\tau_1}{\tau_2}\right)}{h_2 - h_1}.$$

3.5 Теория относительности и оптика движущихся сред

Задача 55. Можно ли с помощью фотоаппарата зафиксировать сокращение Лорентца по изменению формы предмета, пролетающего мимо точки фотографирования с релятивистской скоростью? Рассмотреть случай куба и шара, летящих на большом расстоянии от точки фотографирования.

Решение

Фотоаппарат фиксирует лучи, которые приходят в него одновременно. Поэтому, вследствие конечности скорости света, точки предмета, лежащие дальше от фотоаппарата, чтобы дать вклад в изображение, должны испустить лучи раньше, чем более близкие точки.

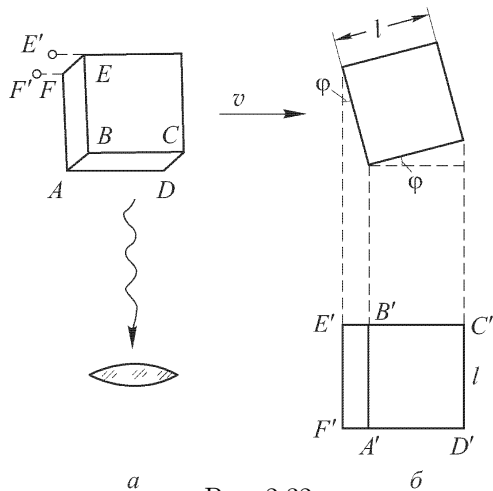


Рис. 2.32

Рассмотрим, например, светящийся предмет кубической формы со стороной l , пролетающий на большом расстоянии от точки фотографирования со скоростью v перпендикулярно к лучу света, направленному на фотоаппарат (рис. 2.32 а). Вследствие движения тыльная грань $ABEF$, невидимая при неподвижном кубе, становится видимой при движении, так как из точек E и F свет излучился на время $\frac{l}{c}$ раньше, чем с грани $ABCD$, когда точки E и F находились в положении E' и F' . На фотографии (рис. 2.32 б) грань $ABEF$ выйдет в виде прямоугольника $A'B'E'F'$ со стороной $A'F' = (\frac{v}{c}) l$ (9.254)*.

С другой стороны, грань $ABCD$ вследствие сокращения Лорентца будет сжатой в направлении движения в $\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$ раз

*

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{v}{c}.$$

так, что ее изображение $A'B'C'D'$ на фотографии получится в виде прямоугольника со стороной $A'D' = \ell \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$. Нетрудно видеть, что на фотографии общая форма движущегося куба не искажается, так как он кажется повернутым на угол $\varphi = \arcsin\left(\frac{v}{c}\right)$ при сохранении своих пропорций (рис. 2.32 б).

Аналогично, для движущегося шара вследствие совместного действия запаздывания света и сокращения Лорентца видимая форма шара не искажается: на фотографии он получается в форме круга. Чтобы наблюдать при помощи фотоаппарата сокращение Лорентца в чистом виде, нужно воспользоваться внешним источником освещения, например, лампой-вспышкой, который исключает кажущийся поворот движущихся предметов.

Задача 56. Два шарика диаметром d_0 (в системе покоя) приведены в движение навстречу друг другу с релятивистской скоростью v . После лобового столкновения в определенных условиях можно считать, что шарики мгновенно останавливаются, а затем происходит их разлет. Каков размер системы l в момент остановки? (Таковыми шариками в некотором приближении можно считать, например, протоны, в результате соударения которых образуются новые частицы — пионы и пр.)

Решение

Размер системы в направлении движения (9.266)*

*

$$\left. \begin{aligned} x &= \frac{x' + vt'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \\ y &= y', \\ z &= z', \\ t &= \frac{t + \frac{v}{c^2}x'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \end{aligned} \right\}$$

$$l_{\parallel} = \frac{2d_o}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}},$$

а в перпендикулярном направлении $l_{\perp} = d_o$.

Задача 57. Какова максимальная плотность тока, который может течь в полностью ионизованной водородной плазме с электронной концентрацией n (при неизменном значении ее)?

Решение

Плотность тока

$$j = ne(v_e - v_i)$$

(e — заряд электрона, v_e — средняя скорость электронов, v_i — средняя скорость ионов). Ее максимальное значение

$$j_{\text{макс}} = 2nec,$$

поскольку абсолютные значения v_e и v_i не превосходят скорости света.

Задача 58. Оптический эффект Доплера отличается от акустического в двух отношениях.

I. В акустике есть среда (воздух), относительно которой могут двигаться источник и наблюдатель. В оптике, когда речь идет о распространении света в вакууме, подобной среды не существует — имеет смысл говорить только об относительном движении источника и наблюдателя.

II. При больших скоростях источников света в оптике надо считаться с эффектом теории относительности «замедления хода движущихся часов».

Учитывая эти два отличия, получить формулу для оптического эффекта Доплера. За систему отсчета принять ту, относительно которой наблюдатель неподвижен. Рассмотреть частные случаи:

- 1) источник движется вдоль луча зрения, в направлении которого его видит наблюдатель;
- 2) источник движется перпендикулярно к этому лучу.

Решение

Систему отсчета, относительно которой наблюдатель покоится, условимся считать неподвижной, а систему, в которой покоится источник, — движущейся. Полагая (см. 1.36)* $\nu \equiv \nu_{\text{набл}}$, $v_{\text{набл}} = 0$, $v_{\text{ист}} = v$, $\theta_{\text{ист}} = \theta$ и что $v_x = v \cdot \cos \theta$, получим

$$\frac{\nu}{\nu_1} = \frac{c}{c + v \cos \theta},$$

где ν_1 — частота световой волны в месте нахождения источника, измеренная с помощью неподвижных часов. Если ее измерить с помощью движущихся часов (т.е. часов, неподвижных в системе источника), то благодаря замедлению хода последних мы получим вместо ν_1 частоту (9.272)*

$$\nu_0 \equiv \nu_{\text{ист}} = \nu_1 \sqrt{1 - \beta^2}, \quad \beta = \frac{v}{c},$$

и следовательно (1.34)*,

$$\frac{\nu}{\nu_0} = \frac{\sqrt{1 - \beta^2}}{1 + \beta \cos \theta} = \frac{\sqrt{1 - \beta^2}}{1 - \beta \cos \theta}.$$

1) При $\theta = 0$ (1.33)*

$$\frac{\nu}{\nu_0} = \sqrt{\frac{1 - \beta}{1 + \beta}}.$$

*

$$\nu = \frac{\nu_0}{\left(1 - \frac{v_x}{c}\right)} \approx \nu_0 \left(1 + \frac{v_x}{c}\right)$$

*

$$\omega = \omega_0 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \approx \omega_0 \left(1 - \frac{v^2}{2c^2}\right)$$

*

$$\nu = \nu_0 \cdot \frac{\sqrt{1 - \beta^2}}{1 - \frac{v_x}{c}}$$

*

$$\nu = \nu_0 \cdot \frac{\sqrt{1 - \beta^2}}{1 - \frac{v}{c}}$$

2) При $\theta = \frac{\pi}{2}$ (поперечный эффект Доплера, см. (1.35)

$$\nu = \nu_0 \sqrt{1 - \beta^2}.$$

Задача 59. Расчет релятивистского эффекта Доплера и абберации света проще всего произвести, пользуясь инвариантностью фазы волны относительно преобразования Лорентца (9.266)*. Согласно этой инвариантности в плоской волне справедливо соотношение

$$\omega t - \mathbf{k}\mathbf{r} = \omega' t' - \mathbf{k}'\mathbf{r}',$$

где t, \mathbf{r} и t', \mathbf{r}' — время и координаты одного и того же события в «неподвижной» и «движущейся» системах отсчета, связанные между собой преобразованием Лорентца. Доказать это соотношение и, пользуясь им, получить релятивистские формулы для эффекта Доплера и абберации света.

Решение

Пусть в момент $t = t'$ начала обеих координатных систем совпадают между собой. В этот момент поставим отметку в той точке распространяющегося ряда плоских волн, которая проходит через начало координат.

Произвольный наблюдатель A , находящийся в «неподвижной» системе отсчета, начинает счет проходящих мимо него

*

$$\left. \begin{aligned} x &= \frac{x' + vt'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \\ y &= y', \\ z &= z', \\ t &= \frac{t + \frac{v}{c^2}x'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}. \end{aligned} \right\}$$

волн в тот момент, когда мимо него проходит сделанная отметка. К моменту времени t он насчитает

$$n = \frac{\Phi}{(2\pi)}$$

волн, где $\Phi = \omega t - \mathbf{k}\mathbf{r}$ — фаза проходящей мимо него волны в момент t .

Наблюдатель A' в «движущейся» системе отсчета произведет такой же счет волн и к моменту t' насчитает

$$N' = \frac{\Phi'}{(2\pi)}$$

волн, где $\Phi' = \omega' t' = \mathbf{k}'\mathbf{r}'$.

К моменту встречи мимо обоих наблюдателей пройдут одни и те же волны. Поэтому в момент встречи наблюдателей $N = N'$, а следовательно, $\Phi = \Phi'$. Это и доказывает требуемое соотношение, так как из рассуждения ясно, что t , \mathbf{r} и t' , \mathbf{r}' означают время и координаты одного и того же события в «неподвижной» и «движущейся» системах отсчета.

Глава 3

Лабораторные работы

Лабораторная работа № 1

Определение светотехнических характеристик ламп накаливания методом субъективного фотометрирования

Цель работы: ознакомление с основами фотометрирования, исследование светового поля лампы накаливания.

Приборы и принадлежности: оптическая скамья, фотометр Луммера-Бродхуна, электролампа известной силы света на неподвижном штативе, электролампа неизвестной силы света на неподвижном штативе, электролампа на вращающемся штативе с лимбом.

Литература:

1. Александров Н.В. и др. Практикум по курсу общей физики. Выпуск 4. – М.: Просвещение, 1972, работа № 1.
2. Савельев И.В. Курс общей физики. – М.: Наука, 1982. – Т.2.
3. Ландсберг Г.С. Оптика. – М.: Наука, 1976.

1.1 Вопросы для подготовки к работе

1. Основные фотометрические характеристики точечных источников света: световой поток, сила света (определение и единицы

- измерения).
2. Освещённость поверхности (определение и единицы измерения).
 3. Связь между освещённостью поверхности, силой света точечного источника и расстоянием от источника до освещаемой поверхности.
 4. Фотометры, их назначение и принцип действия. Устройство фотометра Луммера-Бродхуна.
 5. Рабочая формула, измерение входящих в неё величин.

1.2 Краткая теория

Поток энергии, излучаемый источником, вызывает у человека зрительные ощущения. Интенсивность ощущения зависит от степени чувствительности глаза к различным длинам волны. Поток, в состав которого входят инфракрасные или ультрафиолетовые лучи, не вызывает зрительных ощущений, даже если мощность его велика. Наоборот, поток, состоящий из лучей, к которым глаз наиболее чувствителен, вызывает при малой мощности значительные зрительные ощущения.

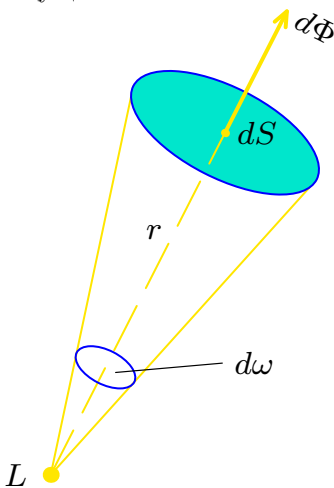


Рис. 3.1

Для характеристики интенсивности света с учетом его способности вызывать зрительное ощущение вводится величина Φ , называемая световым потоком.

Световой поток — это поток энергии, излучаемый источником и оцениваемый по зрительному ощущению. Единица измерения светового потока — люмен (лм).

Раздел оптики, занимающийся измерением световых потоков и величин, связанных с такими потоками, называется фотометрией.

Силой света J источника называется световой поток, излучаемый в единицу телесного угла. Это пространственная плотность светового потока:

$$J = \frac{d\Phi}{d\omega},$$

где $d\Phi$ — световой поток сквозь элементарную площадку (рис. 3.1);

$d\omega$ — элементарный телесный угол, в котором распространяется этот поток:

$$d\omega = \frac{dS}{r^2}.$$

Сила света измеряется в канделах (кд).

Для протяжённых источников вводится понятие светимости источника.

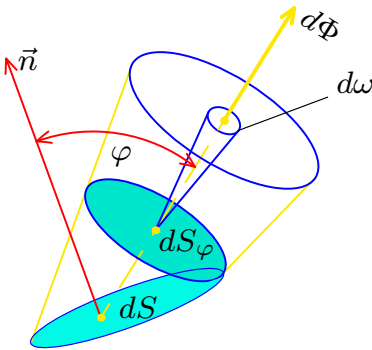


Рис. 3.2

Светимость R источника — это поток, излучаемый единицей поверхности источника по всем направлениям:

$$R = \frac{d\Phi}{dS},$$

где dS — излучающая поверхность. Светимость измеряется в (лм/м²). Для характеристики излучения источника в данном направлении вводится понятие яркости источника.

Яркость B источника — это сила света, излучаемая видимой поверхностью источника в направлении наблюдения:

$$B = \frac{d\Phi}{dS_\varphi d\omega} = \frac{dJ}{dS_\varphi},$$

где $dS_\varphi = dS \cos \varphi$ — проекция излучаемой поверхности на направление наблюдения (рис. 3.2). Яркость измеряется в кд/м².

Если B не зависит от направления излучения, то такие источники называются косинусными или ламбертовскими (т.е. подчиняющимися закону Ламберта). Для таких излучателей: $R = \pi B$. (Вывод формулы сделать самостоятельно).

Большинство тел не являются источниками света, но мы их видим потому, что они отражают падающий на них свет от других источников. Поэтому при решении многих задач важно знать, какое количество светового потока падает на освещаемую поверхность. Для этого вводится величина E , называемая освещённостью поверхности.

Освещённость — это световой поток, отнесённый к единице площади освещаемой поверхности:

$$E = \frac{d\Phi}{dS},$$

где $d\Phi$ — световой поток, падающий на поверхность dS . Освещённость измеряется в люксах (лк).

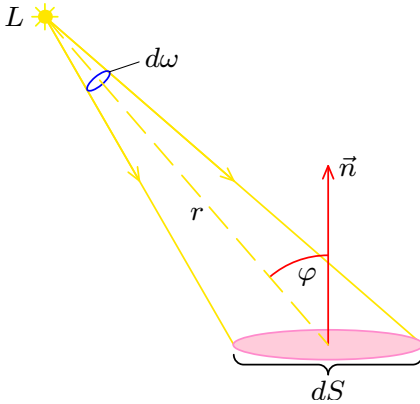


Рис. 3.3

Если источник света точечный, то освещённость можно выразить через J — силу света источника и r — расстояние от источника до освещаемой поверхности (рис. 3.3):

$$E = \frac{J}{r^2} \cos \varphi,$$

где φ — угол между нормалью к поверхности и направлением падения лучей. (Выводы формулы сделать самостоятельно).

Эта зависимость используется для определения силы света неизвестного источника путём

сравнения его с силой света известного (эталонного) источника.

Если освещать поверхность различными источниками L_1 и L_2 с силой света J_1 и J_2 и добиться равенства освещённостей $E_1 = E_2$, то

$$\frac{J_1}{r_1^2} = \frac{J_2}{r_2^2} \quad \text{при} \quad \varphi_1 = \varphi_2 \quad \text{или} \quad \varphi_1 = \varphi_2 = 0,$$

откуда

$$J_2 = J_1 \frac{r_2^2}{r_1^2}. \quad (1.1)$$

Такой метод определения силы света источника называется фотометрированием, а приборы, служащие для определения силы света неизвестного источника путём сравнения с известным, называются **фотометрами**.

1.3 Описание установки

На оптической скамье размещены лампы L_1 ; L_2 и фотометр Φ (рис. 3.4).

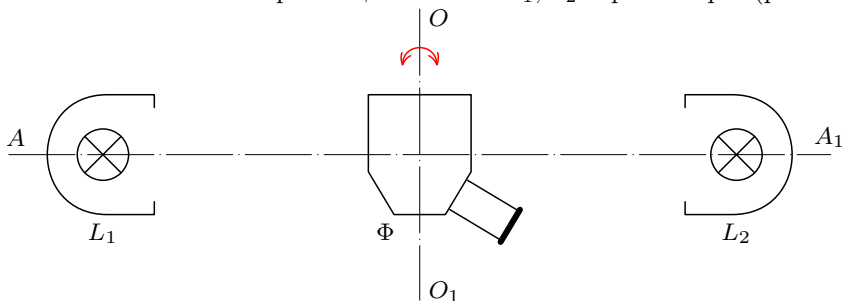


Рис. 3.4

В нашей работе используется фотометр Луммера-Бродхуна. Он может вращаться вокруг горизонтальной оси OO_1 . На оси AA_1 , перпендикулярной оси OO_1 , находятся эталонная L_1 и исследуемая L_2 электролампы, которые, как и фотометр, могут перемещаться вдоль оптической скамьи.

Рассмотрим устройство фотометра и принцип его работы (рис. 3.5, вид сверху).

Основные части фотометра: закрытая камера с двумя окнами в противоположных стенках, матовая рассеивающая пластинка P , два зеркала S_1 и S_2 , Фотометрический кубик Луммера Q . Для наблюдения фотометрического поля служит труба T .

Свет от сравниваемых источников попадает на белую матовую пластинку P и диффузно рассеивается по всем направлениям. Из множества лучей выберем параллельные и, с целью упрощения схемы, рассмотрим только их. После матовой пластинки эти лучи отражаются от зеркал S_1 и S_2 и попадают на кубик Луммера.

Кубик Q представляет собой две прямоугольные призмы. Гипотенузная грань правой призмы плоская, гипотенузная грань левой призмы представляет собой часть сферы. Сферическая грань призмы частично отшлифована так, что образуется плоский круг aa , которым она прижимается к правой призме до оптического контакта.

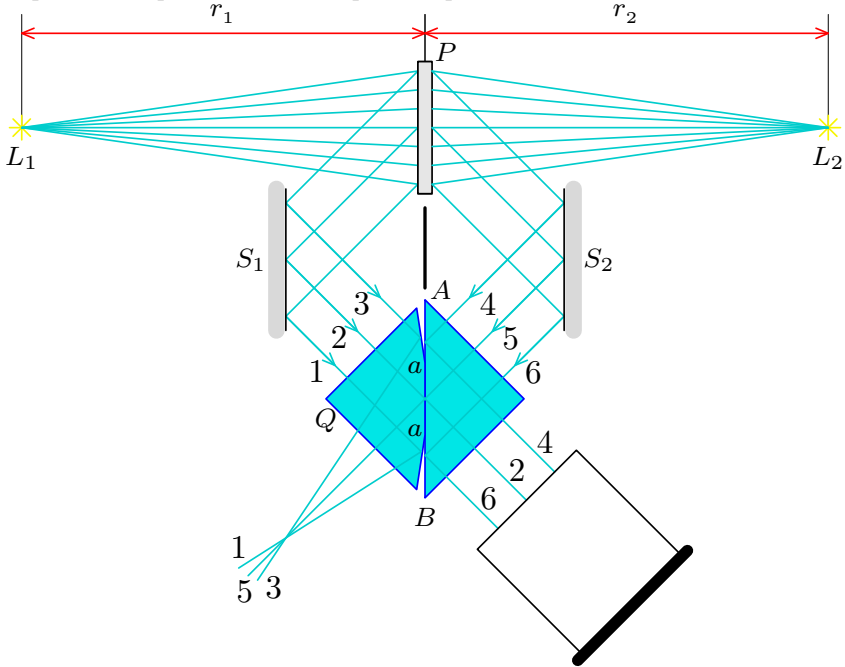


Рис. 3.5

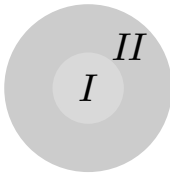


Рис. 3.6

В зрительную трубу T попадает свет от источника L_1 , прошедший через площадку оптического контакта, а также от источника L_2 , после отражения от участков aA и aB кубика. Таким образом, наблюдаемое в трубу поле имеет вид, изображённый на рисунке 3.6. Внутренний круг воспроизводит освещённость, которая получается на левой стороне пластинки от источника L_1 . Внешнее кольцо воспроизводит освещённость правой стороны пластинки от источника L_2 . При равенстве освещённостей видимая грань между внутрен-

ним и наружным полями исчезает.

Измерив расстояние r_1 и r_2 от пластинки до источников L_1 и L_2 , можно определить силу света исследуемого источника по формуле (1.1). Равенство освещённостей устанавливается визуально. Это основано на свойстве глаза определять одинаковость освещённости двух соседних полей с большой степенью точности, при условии, что спектральный состав источников освещения одинаков.

1.4 Порядок выполнения работы

Задание 1. Знакомство с описанием и конструкцией экспериментальной установки.

Задание 2. Определение силы света лампы накаливания.

На крайних рейтерах скамьи расположите исследуемую и эталонную лампы, а между ними фотометр (рис. 3.4). При этом условии установите систему так, чтобы свет падал на пластинку P нормально.

Передвигая фотометр в ту или другую сторону, добейтесь одинаковой освещённости поля зрения. При этом надо иметь в виду, что при сравнении ламп различных типов, а также одинаковых, но различно накалённых, появляется различие в окраске излучаемого ими света. Это связано с различиями спектрального состава излучения. В таких случаях установку на равенство освещённости делают приближённо. После указанной установки определите по скамье расстояния r'_1 и r'_2 от обоих источников до фотометра. Затем, не меняя положения источников, поверните фотометр вокруг горизонтальной оси OO_1 на 180° . Установите равенство освещённостей и опять измерьте расстояние r''_1 и r''_2 . Из двух результатов найдите среднее \bar{r}_1 и \bar{r}_2 .

Результаты измерения занесите в таблицу № 3.1.

Измерения проведите не менее, чем троекратно, не изменяя расстояния между источниками света.

По результатам измерений рассчитайте среднюю квадратичную ошибку:

$$\Delta J_2 = t_{\alpha n} \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\Delta J_{2i})^2}{n(n-1)}}.$$

α — выберите самостоятельно.

Таблица 3.1

$$J_1 = 57 \kappa d \text{ (Ar лампа } 60 \text{ Вт)}$$

| № | r'_{1i} | r''_{1i} | \bar{r}_{1i} | $\overline{r_{1i}^2}$ | r'_{2i} | r''_{2i} | \bar{r}_{2i} | $\overline{r_{2i}^2}$ | J_{2i} | ΔJ_{2i} | $(\Delta J_{2i})^2$ |
|--------|-----------|------------|----------------|-----------------------|-----------|------------|----------------|-----------------------|-------------|-----------------|----------------------------------|
| 1 | | | | | | | | | | | |
| 2 | | | | | | | | | | | |
| и т.д. | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | \bar{J}_2 | | $\sum_{i=1}^n (\Delta J_{2i})^2$ |

Окончательно результат запишите в виде

$$J_2 = (\bar{J}_2 \pm \Delta J_2) \kappa d \quad \text{при } \alpha = \dots$$

Задание 3. Определение коэффициента проницаемости нейтрального светофильтра.

Если на пути света, идущего от источников, будет находиться поглощающая среда, ослабляющая силу света J_1 в n_1 раз, а J_2 в n_2 раз, то равенство освещённостей запишется так:

$$\frac{J_1}{n_1 r_1^2} = \frac{J_2}{n_2 r_2^2}.$$

Если n — коэффициент ослабления, то $\frac{1}{n}$ называют **коэффициентом проницаемости**.

В данной работе свет от эталонной лампы не поглощается ($n_1 = 1$), тогда проницаемость среды определяется из равенства:

$$\frac{1}{n_2} = \frac{J_1 r_2^2}{J_2 r_1^2}. \tag{1.2}$$

В эксперименте в качестве поглощающей среды используется стеклянный нейтральный светофильтр.

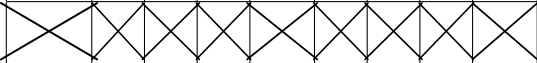
Вставьте светофильтр в правую обойму фотометра. Перемещая фотометр, добейтесь одинаковой освещённости обеих частей фотометрического поля и отсчитайте расстояние до источников света. Поверните фотометр на 180° и повторите измерения. Зная силу света исследуемого источника (из задания №2), определите по формуле (1.2) коэффициент пропускания $\frac{1}{n_2}$ нейтрального светофильтра.

Результаты измерений занесите в таблицу №3.2.

Таблица 3.2

$$J_1 = 57 \text{ кд}$$

$$J_2 = \dots$$

| № | r'_{1i} | r''_{1i} | \bar{r}_{1i} | $\overline{r_{1i}^2}$ | r'_{2i} | r''_{2i} | \bar{r}_{2i} | $\overline{r_{2i}^2}$ | $\left(\frac{1}{n_2}\right)_i$ | $\Delta\left(\frac{1}{n_2}\right)_i$ | $\left[\Delta\left(\frac{1}{n_2}\right)_i\right]^2$ |
|---|-----------|------------|----------------|-----------------------|-----------|------------|----------------|-----------------------|--|--------------------------------------|---|
| 1 | | | | | | | | | | | |
| 2 | | | | | | | | | | | |
| и т.д. | | | | | | | | | | | |
|  | | | | | | | | | $\left(\frac{1}{n_2}\right)_{\text{ср}}$ | X | |

Измерения проводят не менее, чем трехкратно, не изменяя расстояние между источниками света.

По результатам измерений рассчитайте среднюю квадратичную ошибку (так же, как в задании 2).

Результаты запишите в виде

$$\frac{1}{n_2} = \left(\frac{1}{n_2}\right)_{\text{ср}} \pm \Delta\left(\frac{1}{n_2}\right) \quad \text{при } \alpha = \dots$$

Задание 4. Изучение распределения света вокруг лампы накаливания.

Замените неподвижную исследуемую лампу лампой на вращающемся штативе. Поверните лампу так, чтобы указатель лимба совпал с "0". Определите силу света лампы в этом положении как в задании №2. При расчёте силу света эталонной лампы примете за единицу.

Затем поверните лампу вокруг оси на 15° и определите силу света в новом положении. Так, поворачивая лампу, определите силу света через каждые 15° вплоть до поворота на 180° .

Результаты измерений занесите в таблицу 3.3.

Таблица 3.3

| № | φ_i | r'_{1i} | r''_{1i} | $\overline{r_{1i}}$ | $\overline{r_{1i}^2}$ | r'_{2i} | r''_{2i} | $\overline{r_{2i}}$ | $\overline{r_{2i}^2}$ | J_i |
|---|-------------|-----------|------------|---------------------|-----------------------|-----------|------------|---------------------|-----------------------|-------|
| 1 | 0° | | | | | | | | | |
| 2 | 15° | | | | | | | | | |
| 3 | 30° | | | | | | | | | |
| и | т.д. | | | | | | | | | |

По данным таблицы 3.3 вычертите кривую распределения силы света лампы накаливания в зависимости от угла поворота, в полярных координатах, откладывая по радиусам соответствующую этим углам силу света.

Расчёт ошибок в этом задании произведите только по указанию преподавателя. Таблица 3.3 при этом сильно усложняется.

1.5 Контрольные вопросы

1. Фотометрические характеристики протяженных источников света: светимость, яркость (определение, единицы измерения).
2. Закон Ламберта. Зависимость между светимостью и яркостью косинусных излучателей (вывод формулы $R = \pi V$). Является ли лампа накаливания ламбертовским излучателем?
3. Почему сравниваемые освещенные поля в фотометре Луммера-Бродхуна имеют, как правило, различную окраску? Влияет ли это на точность измерений? Если влияет, то как повысить точность намерений?
4. Почему сила света лампы различна в различных направлениях? Есть ли источники, у которых сила света одинакова во всех направлениях? Приведите примеры.
5. Какие ещё методы фотометрирования вам известны?
6. Дайте описание известных вам фотометров.

Лабораторная работа № 2

Фотометрирование при помощи фотоэлемента

Цель работы: ознакомление с одним из способов объективной фотометрии.

Приборы и принадлежности: прибор для изучения законов фототрии ПЭФ; лампы миниатюрные МН 3, $5 \times 0,26$ и МН 6, $3 \times 0,3$; вольтметр на 10 В; миллиамперметр на 500 мА; микроамперметр на 50 мкА; реостат РП-6; выпрямитель В-24; провода; люксметр 1ЛКП.

Литература:

1. Александров Н.В. и др. Практикум по курсу общей физики. Выпуск 4. – М.: Просвещение, 1972.
2. Савельев И.В. Курс общей физики. – М.: Наука, 1982. – Т.2.
3. Ландсберг Г.С. Оптика. – М.: Наука, 1976.

2.1 Вопросы для подготовки к работе

1. Основные фотометрические характеристики источников света: световой поток, сила света, светимость, яркость.
2. Освещенность поверхности. Связь между освещенностью и силой света.
3. Методы фотометрирования. Конструкции фотометров.
4. Рабочая формула и измерение входящих в нее величин.

2.2 Краткая теория

Измерение силы света сводится к измерению энергии, приносимой световой волной, или к измерению величин, так или иначе связанных с этой энергией.

Абсолютные измерения световой энергии связаны с большими трудностями, поэтому практические методы световых измерений основываются на сравнении энергии исследуемого источника и эталонного. Все измерения, проводимые при помощи фотометра, относительны. Если в фотометрическом измерении участвует глаз, то фотометрирование сводится к сравнению освещенностей или яркостей.

В этой работе предлагается провести фотометрирование с помощью фотоэлемента с внутренним (в данном случае — вентильным) фотоэффектом.

Внутренний фотоэффект заключается в освобождении связанных с атомом электронов внутри кристалла полупроводника под действием света, что приводит к увеличению электропроводности полупроводника. К полупроводникам относятся такие вещества, как селен, германий, кремний.

В некоторых полупроводниках имеет место так называемый вентильный фотоэффект. В месте контакта двух полупроводников p - и n -типа, или контакта металла и полупроводника, возникает запирающий слой, обладающий односторонней проводимостью, в котором образуется равновесная контактная разность потенциалов. При освещении такого полупроводника освободившиеся электроны вызывают изменение контактной разности потенциалов. В результате возникает фотоэлектродвижущая сила (ф.э.д.с.), величина которой пропорциональна интенсивности падающего света. Вентильные фотоэлементы позволяют осуществлять непосредственное преобразование лучистой энергии в электрическую. Под действием света они возбуждают ток во внешней цепи без применения дополнительного источника э.д.с.

Применяемый в работе кремниевый фотоэлемент со специальным покрытием имеет спектральную чувствительность, весьма близкую к спектральной чувствительности среднего человеческого глаза. Это обстоятельство очень важно, так как позволяет использовать этот фотоэлемент для фотометрирования в видимом диапазоне длин волн.

Фотометр состоит из фотоэлемента и микроамперметра. Фотометр такого типа позволяет сравнить силу света эталонного источника с силой света неизвестного источника по величине светового потока, падающего на фотоэлемент. Если токи, возникающие в фотоэлементе от разных источников, одинаковы, то одинаковы и потоки света, падающие на фотоэлемент. Если источник света находится на достаточно большом удалении от фотоэлемента (т.е. линейные размеры источника не превышают $0,1$ расстояния от источника до освещаемой поверхности), то при расчетах можно считать источник точечным. При выполнении этого условия световой поток, падающий на фотоэлемент, равен:

$$\Phi = J\omega = J\frac{S}{r},$$

- где J — сила света источника;
 ω — телесный угол, под которым из источника виден фотоэлемент;
 S — площадь фотоэлемента;
 r — расстояние от источника до фотоэлемента.

Приравняв световые потоки от двух источников света — эталонного Φ_1 и исследуемого Φ_2 , получим:

$$\frac{J_1}{r_1^2} = \frac{J_2}{r_2^2}. \quad (2.3)$$

Равенство (2.3) позволяет определить отношение сил света источников.

В работе одна из ламп является эталонной, сила света ее известна. Сила света другой лампы неизвестна. Тогда, принимая за эталон J_1 , имеем:

$$J_2 = J_1 \frac{r_2^2}{r_1^2}. \quad (2.4)$$

Для определения расстояний r_1 и r_2 подбираются такие положения источников и фотоэлемента, чтобы микроамперметр показывал одинаковые значения токов.

2.3 Описание установки

В качестве экспериментальной установки используется стандартный прибор для изучения законов фотометрии ПЗФ.

Прибор состоит из камеры и разъемного корпуса прямоугольной формы. Внутри камеры смонтирован фотоэлемент, соединенный с помощью гибких проводников с клеммами, расположенными в торце камеры.

Фотоэлемент установлен в поворотной оправе с максимальным углом поворота 90° . Отсчет угла поворота осуществляется по угловой шкале, расположенной на лицевой части камеры. В наших экспериментах узел поворота не используется, а угол поворота фотоэлемента устанавливается равным 0° .

Корпус прибора имеет несколько защитных ребер, которые служат для предохранения фотоэлемента от отраженных лучей, а чер-

ная матовая окраска внутренней части корпуса обеспечивает надежную защиту фотоэлемента от световых бликов.

Линейная шкала прибора показывает расстояние от фотоэлемента до исследуемой лампы (нулевое деление шкалы совпадает с плоскостью чувствительного слоя фотоэлемента). В данном приборе сантиметровая шкала заменена на миллиметровую.

Принципиальная схема установки показана на рис. 3.7.

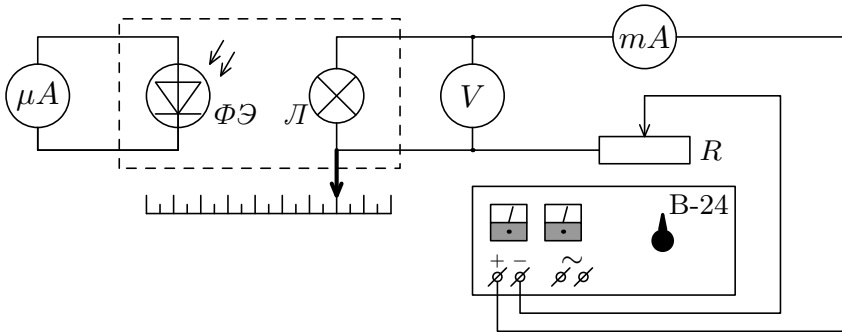


Рис. 3.7

Фототок измеряется микроамперметром. Для измерения тока через лампу и контроля напряжения на ней в схему введены соответственно миллиамперметр и вольтметр. Для точного регулирования тока (напряжения) служит низкоомный реостат R . Предварительная установка тока (напряжения) осуществляется регулятором на выпрямителе В-24.

2.4 Порядок выполнения работы

Задание 1. Знакомство с описанием и конструкцией экспериментальной установки. Соберите электрическую схему.

Задание 2. Определение силы света лампы накаливания.

Установите в прибор исследуемую лампу МН 3, 5 × 0, 26. Поставьте регулятор напряжения на выпрямителе в крайнее левое положение и включите установку. Регулятором напряжения и реостатом выставьте напряжение на лампе 3,5 В. Миллиамперметр при этом должен показывать ток около 260 мА, что свидетельствует об исправности лампы.

Передвигая лампу относительно фотоэлемента, установите любое значение фототока, но не менее 25 мкА. Запишите установленное значение фототока и расстояние от фотоэлемента до лампы. Опыт проделайте не менее пяти раз, устанавливая каждый раз записанное значение фототока. Данные занесите в таблицу № 3.4.

Поставьте в прибор эталонную лампу МН 6,3 × 0,3. Установите напряжение на ней 6,3 В; при этом ток должен быть около 0,3 А.

Передвигая лампу, установите ранее выбранное значение фототока и определите расстояние от нее до фотоэлемента.

Опыт проделайте не менее пяти раз. Данные занесите в таблицу № 3.4.

Таблица 3.4

| $I = \dots \mu A$ | | | | | $J_1 = 0,92 \text{ кд}$ | | |
|-------------------|-------|---------|-------|---------|-------------------------|-----------------|--------------------------|
| № | r_1 | r_1^2 | r_2 | r_2^2 | J_{2i} | ΔJ_{2i} | $(\Delta J_{2i})^2$ |
| 1 | | | | | | | |
| и т.д. | | | | | | | |
| | | | | | \bar{J}_2 | | $\sum (\Delta J_{2i})^2$ |

Определите силу света для лампы МН 3,5 × 0,26 по формуле (2.4) и рассчитайте среднюю квадратичную ошибку:

$$\Delta J_2 = t_{\alpha n} \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\Delta J_{2i})^2}{n(n-1)}} .$$

Окончательно результат запишите в виде

$$J_2 = (\bar{J}_2 \pm \Delta J_2) \text{ кд,} \quad \text{при } \alpha = \dots .$$

Задание 3. Определение удельной мощности электрической лампы.

Одной из основных физических величин, характеризующих экономичность электрической лампы, является удельная мощность. Это количество электрической энергии, затраченное на получение единицы силы света:

$$\eta = \frac{P}{J}, \tag{2.5}$$

где P — мощность электрического тока;

J — сила света лампы.

Электрическая мощность определяется:

$$P = UI, \quad (2.6)$$

где I — ток через лампу;

U — напряжение на лампе.

Объединяя (2.5) и (2.6), имеем:

$$\eta = \frac{UI}{J}. \quad (2.7)$$

Используя (2.7), определите удельную мощность эталонной лампы при номинальном напряжении 6,3 В.

Рассчитайте ошибку по формуле

$$\Delta\eta = t_{\alpha n} \sqrt{\left(\frac{\partial\eta}{\partial I}\right)^2 (\Delta I)^2 + \left(\frac{\partial\eta}{\partial U}\right)^2 (\Delta U)^2},$$

где ΔI и ΔU — стандартные ошибки (т.е. средние квадратичные ошибки при $t_{\alpha n} = 1$). Для их определения следует разделить на два погрешность, определяемую классом точности прибора.

При расчете $\Delta\eta$ примите $J = const$, т.к. J здесь определено с более высокой точностью, чем другие величины.

Окончательно результат запишите в виде

$$\eta = (\eta \pm \Delta\eta) \frac{Bm}{\kappa d}, \quad \text{при } \alpha = \dots$$

Задание 4. Выяснение зависимости силы света и удельной мощности лампы от потребляемой электрической мощности.

Для выполнения этого задания оставьте в приборе эталонную лампу МН 6,3 × 0,3. Изменяя напряжение на лампе от 2 В до 7 В, вычислите не менее пяти значений силы света (как в задании 2) и удельной мощности (как в задании 3). Шаг изменения напряжения выберите самостоятельное. Данные измерений и вычислений занесите в таблицу 3.5.

Таблица 3.5

| № | U | I | P | r_1 | r_1^2 | r_2 | r_2^2 | J_2 | η |
|--------|-----|-----|-----|-------|---------|-------|---------|-------|--------|
| 1 | | | | | | | | | |
| и т.д. | | | | | | | | | |

Эталонным источником света в этом задании является та же лампа МН 6, $3 \times 0,3$ при номинальном напряжении 6,3 В.

Выбранное для измерений значение фототока можно изменять при переходе от одной строки таблицы к другой.

По данным таблицы № 3.5 постройте два графика:

$$J_2 = f(P) \quad \text{и} \quad \eta = f(P).$$

Расчет ошибок в этом задании производите только по указанию преподавателя. Таблица № 3.5 при этом сильно усложняется.

Задание 5. Измерение освещенности люксметром.

Люксметром называется прибор, служащий для определения освещенности объектов. Люксметры подразделяются на визуальные и объективные. Объективные люксметры в настоящее время являются преобладающими вследствие простоты обращения и исключения субъективных особенностей наблюдателя. Приемником световой энергии в люксметре служит селеновый фотоэлемент, кривая спектральной чувствительности которого близка к соответствующей кривой глаза. При измерении фотоэлемент необходимо располагать перпендикулярно падению лучей света. В качестве измерительного прибора служит микроамперметр, проградуированный в люксах. Пределы измерений люксметра могут быть изменены путем введения дополнительных сопротивлений в цепь микроамперметра или использования нейтральных поглощающих фильтров, которыми прикрывается фотоэлемент.

В работе применяется люксметр марки 1ЛКП, который является переносным прибором. Для подготовки люксметра к работе проделайте следующие операции.

1. Откройте крышку, извлеките рукоятку катушки из гнезда и верните ее на 180° .

2. Извлеките державку с фотоэлементом из гнезда и вытяните соединительный шнур на нужную длину.
3. Поставьте тумблер переключателя пределов измерений в положение “500”. Проверьте при затемненном фотоэлементе установку нуля и при необходимости установите стрелку на нуль механическим корректором.
4. Поверните фотоэлемент к свету и снимите показания по нижней шкале прибора. Если стрелка отклонилась недостаточно далеко, переключите люксметр на предел “150” и снимите показания по верхней шкале.

Подготовив прибор к работе, определите освещенность своего рабочего места. По указанию преподавателя определите освещенность в соседних помещениях. Полученные результаты сравните с минимальными санитарными нормами:

| | | |
|---|---|---------|
| аудитории, классы (на столах, на доске) | – | 75 лк, |
| лаборатории | – | 100 лк, |
| коридоры | – | 15 лк. |

2.5 Контрольные вопросы

1. Устройство и работа вентильного фотоэлемента.
2. Что такое спектральная чувствительность? Кривая видности.
3. Что такое удельная мощность? Как она изменяется при изменении электрической мощности?
4. КПД различных источников света.
5. Устройство и принцип работы люксметра.

Лабораторная работа №3

Определение длины световой волны при помощи бипризмы Френеля

Цель работы: получение интерференционной картины с помощью бипризмы Френеля. Экспериментальное определение длины световой волны.

Приборы и принадлежности: оптическая скамья, бипризма Френеля, источник света, окулярный микрометр, линза, светофильтры: красный и фиолетовый.

Литература:

1. Александров Н.В. и др. Практикум по курсу общей физики. Выпуск 4. – М. Просвещение, 1972 г, работа №7.
2. Савельев И.В. Курс физики, т. 3. – М. Наука, 1971 г.
3. Ландсберг Г.С. Оптика. – М. Наука, 1976 г.

3.1 Вопросы для подготовки к работе

1. Когерентные источники. Когерентность волн.
2. Явление интерференции.
3. Условия max и min интерференции.
4. Способы получения когерентных источников.
5. Бипризма Френеля. Ход лучей в установке с бипризмой.
6. Как влияет ширина щели (размеры источника) на интерференционную картину. Вывод максимальной ширины щели.
7. Рабочая формула и измерение входящих в нее величин.

3.2 Краткая теория

Источники, излучающие волны одинаковой частоты с постоянной разностью фаз, называются когерентными. Волны, излучаемые такими источниками, также являются когерентными. В результате наложения когерентных волн наблюдается явление интерференции. Оно заключается в том, что в одних местах происходит усиление интенсивности, в других – ослабление.

Для экспериментального обнаружения явления интерференции при сложении двух световых волн необходимо, чтобы они были частями фронта волны, первоначально испущенной одним источником в таком случае разность фаз между ними будет постоянна во времени.

Одним из способов получения такого рода когерентных источников является метод бипризмы Френеля. Бипризма представляет собой две призмы с малыми преломляющими углами, сложенными своими основаниями. Падающий от щели S монохроматический пучок (рис. 3.8) света разлагается вследствие преломления в бипризме на два пересекающихся пучка, которые исходят как бы от двух изображений щели S_1 и S_2 , являющихся когерентными источниками. Там, где пучки накладываются, образуется зона интерференции, в которой наблюдается интерференционная картина (ряд темных и светлых полос).

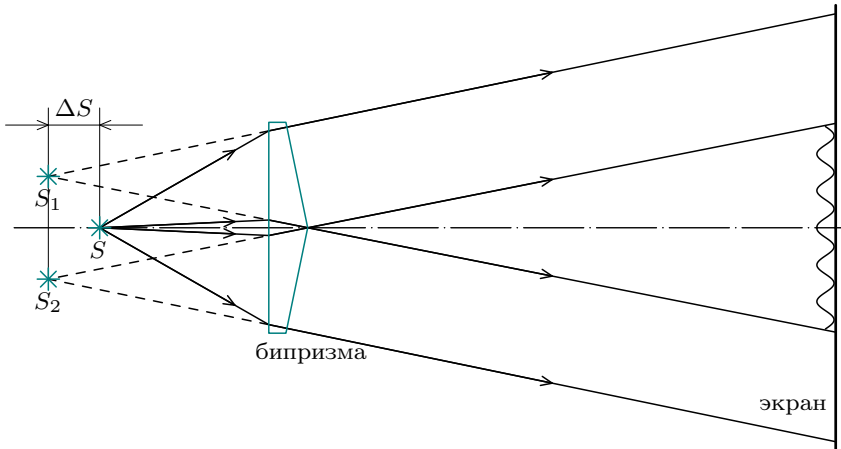


Рис. 3.8

Возникновение темных и светлых полос зависит от разности хода интерферирующих лучей. Пусть две монохроматические волны, исходящие от когерентных источников S_1 и S_2 (рис. 3.9), придут в какую-нибудь точку A_x с разностью хода

$$\Delta d = d_2 - d_1, \quad (3.8)$$

где d_1 — расстояние S_1A_x ;

d_2 — расстояние S_2A_x .

Если разность хода равна четному числу полуволин, т.е.:

$$\Delta d = 2k \frac{\lambda}{2}, \quad (3.9)$$

то получим усиление света в точке A_x — max.

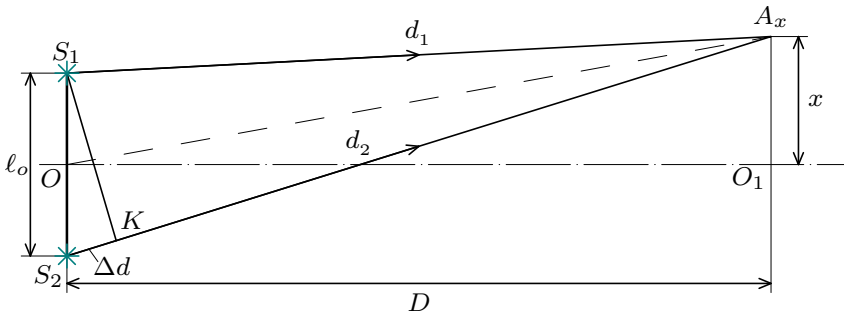


Рис. 3.9

Если разность хода равна нечетному числу полуволин, т.е.:

$$\Delta d = (2k + 1) \frac{\lambda}{2}, \quad (3.10)$$

то получим ослабление света — min.

Используя соотношение (3.9) или (3.10), и зная расстояние между источниками, получим соотношение между длиной световой волны λ и расстоянием между интерференционными полосами на экране Δx .

Обозначим через ℓ_o расстояние между когерентными источниками S_1 и S_2 , а через D — расстояние от прямой, соединяющей источники S_1 и S_2 , до экрана, на котором наблюдаются интерференционные полосы (заметим, что $\ell_o \ll D$). В точке O_1 экрана, лежащей на перпендикуляре к середине прямой, соединяющей источники, наблюдается максимум, который называется центральным. Отложим на прямой $A_x S_2$ отрезок $A_x K$, равный d_1 , тогда $S_2 K = \Delta d$. Из подобия треугольников $O A_x O_1$ и $S_1 K S_2$ (рис.3.9) следует

$$\frac{\Delta d}{\ell_o} \approx \frac{x}{D}. \quad (3.11)$$

Для максимумов интерференции из формул (3.9) и (3.11) имеем:

$$k\lambda \approx \frac{\ell_o x}{D}. \quad (3.12)$$

Для двух соседних максимумов k и $(k+1)$ выражения (3.17) будет соответственно иметь вид:

$$k\lambda \approx \frac{\ell_o x_k}{D}; \quad (3.13)$$

$$(k+1)\lambda \approx \frac{\ell_o x_{k+1}}{D}. \quad (3.14)$$

Обозначим $\Delta x = (x_k - x_{k+1})$ — ширину полосы интерференции и, вычитая из (3.14) - (3.13), получим искомое выражение:

$$\lambda \approx \frac{\ell_o \Delta x}{D}. \quad (3.15)$$

Следовательно, для нахождения длины световой волны надо определить ширину интерференционной полосы и расстояние между источниками.

Ширину интерференционной полосы можно измерить непосредственно на экране с помощью достаточно точной масштабной линейки.

Расстояние между источниками S_1 и S_2 измеряют следующим образом. Сначала получают их изображение на экране с помощью специальной линзы L (рис. 3.10). Расстояние z между изображениями источников на экране измеряют с помощью той же линейки, а затем вычисляют — действительное расстояние между источниками, используя соотношение

$$\ell_o \approx \frac{d}{f} z, \quad (3.16)$$

где d — расстояние от щели S до линзы L ,

f — расстояние от щели линзы L до экрана.

Следует отметить, что мнимые изображения щели S_1 и S_2 и сама щель S не лежат строго в одной плоскости (рис. 3.8 и 3.10), поэтому

соотношения (3.16) не является строгим. Однако оно выполняется с достаточной для практики точностью, т.к. $\Delta S \ll D$.

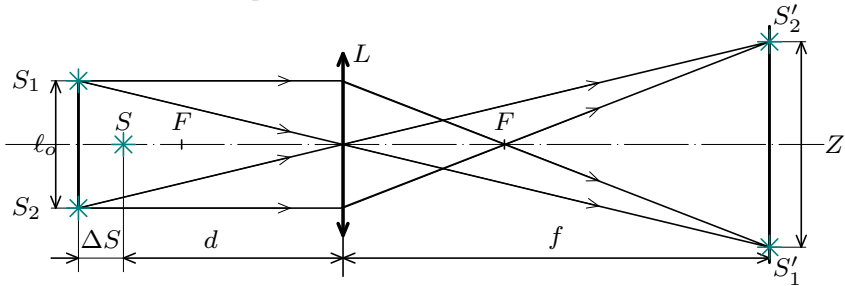


Рис. 3.10

Преобразуя (3.15) с учетом (3.16), получим окончательную расчетную формулу для определения длины световой волны

$$\lambda \approx \frac{d \cdot z \cdot \Delta x}{f \cdot D}. \quad (3.17)$$

3.3 Описание установки

Экспериментальная установка состоит из оптической скамьи, на которой расположены: осветитель Φ , регулируемая щель S с обоймой для светофильтров, бипризма Френеля B , линза L и окулярный микрометр O (рис. 3.11).

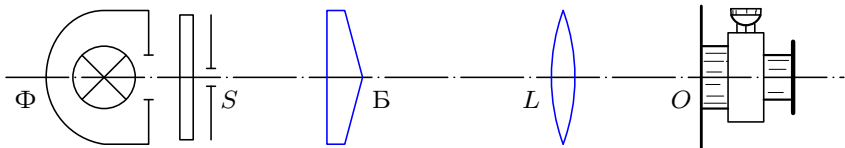


Рис. 3.11

Для увеличения яркости интерференционной картины и повышения точности измерений исследование полос производится с помощью окулярного микрометра (а не на экране, как описано в "Теоретическом введении"), в фокальной плоскости которого (пл. $A_x O_1$ на рис. 3.9) и наблюдается картина интерференции.

Окулярный микрометр $MOB-1-15^x$ представляет собой окуляр, в который встроен микрометр специальной конструкции. В поле зре-

ния окуляра (рис. 3.12) видны неподвижная шкала и подвижный визир в виде перекрестья и двух близко расположенных параллельных линий.

Перемещение визира осуществляется путём поворота микрометрического винта, расположенного справа. Отсчёт расстояния, пройденного визиром от начала неподвижной шкалы, производится следующим образом:

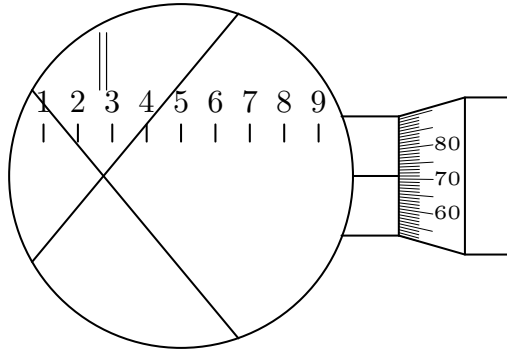


Рис. 3.12

- 1) отсчитывается число целых оцифрованных делений шкалы в поле зрения окуляра;
- 2) отсчитывается нецелая часть последнего оцифрованного деления неподвижной шкалы с помощью микрометрического винта;
- 3) показания складываются.

Цена оцифрованного деления неподвижной шкалы – 1 мм.

Цена деления микрометрического винта – 0,01 мм.

(На рис. 3.12 визир окулярного микрометра находится на расстоянии 2,71 мм от начала шкалы.)

Расстояние между двумя объектами, находящимися в фокальной плоскости окуляра, измеряется микрометром так:

- 1) визир наводится на левый объект, и снимается отсчет с микрометра,
- 2) визир перемещается на правый объект, и также снимается отсчёт,
- 3) из отсчёта справа вычитается отсчёт слева.

Перед началом измерений следует установить на резкость шкалу окулярного микрометра вращением рифлёного кольца на окуляре.

3.4 Порядок выполнения работы

Задание 1. Знакомство с описанием и конструкцией экспериментальной установки.

Задание 2. Определение длины волны красного света.

Практическая часть этого задания сводится к определению ширины интерференционной полосы Δx , расстояния z между изображениями мнимых источников S_1 и S_2 в фокальной плоскости окулярного микрометра, а также расстояний D , f , d .

Перед началом измерений вставьте в обойму красный светофильтр.

а) Определение ширины интерференционной полосы

Соберите оптическую схему установки без линзы L (рис. 3.11). Обратите внимание на то, чтобы окно осветителя, середина щели, бипризма и окулярный микрометр находились на одной оси. Если соосность достигнута, то в поле зрения окулярного микрометра должна появиться интерференционная картина, имеющая вид чередующихся темных и светлых полос. Регулируя ширину щели, добейтесь оптимального соотношения между яркостью и четкостью картины. С помощью окулярного микрометра измерьте расстояние между двумя достаточно удаленными друг от друга темными полосами и разделите его на число светлых полос (7-10 полос), лежащих между ними. Это будет Δx . Не меняя условий измерения проделайте не менее трех раз. Расстояние D от щели до фокальной плоскости окулярного микрометра измерьте по шкале, расположенной на оптической скамье.

б) Определение расстояния z между изображениями мнимых источников

Между бипризмой и окуляром поставьте собирающую линзу так, чтобы она находилась на одной оси с другими элементами установки (рис. 3.11). Перемещая линзу по оптической скамье, добейтесь резкого изображения мнимых источников, которые должны иметь вид двух ярких вертикальных линий. С помощью окулярного микрометра измерьте не менее трех раз расстояние Z между изображениями

источников. По шкале оптической скамьи измерьте расстояние d от щели S до линзы L и расстояние f от линзы до окуляра. Результаты всех измерений занесите в таблицу № 3.6 и вычислите $\lambda_{кр}$.

Таблица 3.6

| № п/п | n | 1-ая полоса | n -ая полоса | x | $\Delta x = \frac{x}{n-1}$ | D | z | d | f | λ_i | $\Delta \lambda_i$ |
|---------|-----|----------------|-------------------|-----|----------------------------|-----|-----|-----|-----|-----------------|--------------------|
| 1 | | | | | | | | | | | |
| 2 | | | | | | | | | | | |
| и т.д. | | | | | | | | | | | |
| Среднее | | | | | | | | | | $\bar{\lambda}$ | |

Рассчитайте среднюю квадратичную ошибку

$$\Delta \lambda = t_{\alpha n} \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\Delta \lambda_i)^2}{n(n-1)}}.$$

α – выберите самостоятельно.

Окончательный результат запишется в виде

$$\lambda_{кр} = (\bar{\lambda} \pm \Delta \lambda) \text{ ед.} \quad \text{при } \alpha = \dots$$

Задание 3. Определение длины волны фиолетового света.

Смените красный светофильтр на фиолетовый и проделайте те же измерения. Результаты занесите в таблицу № 2, аналогичную таблице № 1, и вычислите $\lambda_{ср}$ и $\Delta \lambda$.

Задание 4. Пронаблюдайте интерференционную картину в белом свете.

3.5 Контрольные вопросы

1. Показать, что при нарушении когерентности колебаний мы будем иметь простое суммирование интенсивностей.

2. Объяснить, почему угол между гранями бипризмы должен быть близким к 180° .
3. Выяснить влияние длины волны на ширину интерференционной полосы.
4. Объяснить, почему светлые полосы интерференции шире темных.
5. Какую картину мы наблюдаем при освещении бипризмы белым светом? Почему?
6. Основные причины погрешностей в данной работе.
7. Показать, что в данной работе случайная ошибка является определяющей, а систематической можно пренебречь.
8. Объяснить влияние размеров источника на четкость интерференционной картины.

Лабораторная работа № 4

Определение радиуса кривизны линзы с помощью колец Ньютона

Цель работы: наблюдение интерференционных колец Ньютона и экспериментальное определение радиуса кривизны линзы.

Приборы и принадлежности: линза длиннофокусная, плоскопараллельная стеклянная пластинка, измерительный микроскоп, полупрозрачная пластинка (стекло, закрепленное в штативе), ртутная лампа.

Литература:

1. Ландсберг Г.С. Оптика. – М.: Наука, 1976.
2. Савельев И.В. Курс общей физики. – М.: Наука, 1982. – Т.2.
3. Руководство к лабораторным занятиям по физике. под ред. Л.Л. Гольдина. – М.: Наука, 1973.

4.1 Вопросы для подготовки к работе

1. Что такое кольца Ньютона? Условия возникновения колец.

2. Условия максимальной и минимальной интенсивности света при наблюдении колец в отраженном и проходящем свете.
3. Взаимосвязь между радиусом кольца r и радиусом кривизны линзы R .
4. Установка для получения и наблюдения колец Ньютона в отраженном свете.
5. Рабочая формула и измерение входящих в нее величин.

4.2 Краткая теория

Классическим примером интерференционных полос равной толщины являются кольца Ньютона. Они наблюдаются при отражении света от соприкасающихся друг с другом плоскопараллельной толстой стеклянной пластинки и плоско-выпуклой линзы с большим радиусом кривизны (рис. 3.13). (В принципе система может состоять и из двух линз с большим радиусом кривизны, причём не обязательно плоско-выпуклых). Роль тонкой плёнки, от поверхности которой отражаются когерентные волны, играет воздушный зазор между пластинкой и линзой (или воздушный зазор между двумя линзами). Вследствие большой толщины пластинки и линзы и невысокой степени когерентности источника света не возникает интерференционной картины за счёт отражений от других поверхностей. При нормальном падении света полосы равной толщины имеет вид concentрических окружностей, при наклонном падении — эллипсов.

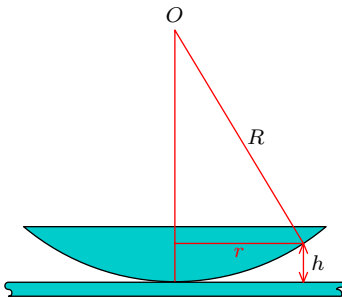


Рис. 3.13

Рассмотрим схему возникновения и локализации колец Ньютона при наклонном падении света (рис. 3.14 а, б). Пусть ab — небольшая часть нижней поверхности линзы, а cd — верхняя поверхность стеклянной пластинки.

Рассмотрим луч света, падающий на поверхность воздушной прослойки. На поверхности ab в точке A происходит частичное отражение и преломление

луча. Таким образом, падающий луч разделился на два когерентных луча 2 и 1.

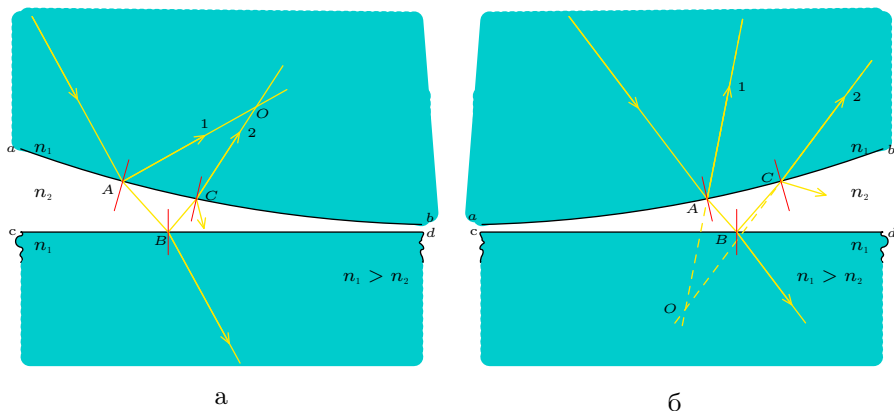


Рис. 3.14

Второй луч на поверхности cd в точке B претерпевает аналогичный процесс разделения. Здесь нас интересует только отражённый луч. Ситуация повторяется и в точке C , но здесь для нас важен преломлённый луч. В результате первый луч и часть второго встречаются над воздушной прослойкой (рис. 3.14 а), в точке O , которая лежит на поверхности локализации интерференционной картины. В ситуации, показанной на рис. 3.14 б, полосы равной толщины локализуются под воздушной прослойкой.

При наклонном освещении системы “линза - пластинка” встречаются обе ситуации, поэтому понятно, что поверхность локализации интерференционной картины будет пересекать воздушную прослойку, т.е. будет несимметрична относительно оси системы OO' (рис. 3.13), которая является и осью наблюдения. Кроме того, расчёт разности хода лучей 1 и 2 в случае наклонного падения представляет собой довольно громоздкую геометрическую задачу.

Эти трудности можно обойти, если рассмотреть лучи, падающие нормально к поверхности плоскопараллельной пластинки (Следует обратить внимание на то, что на плоскую поверхность линзы в этом случае должен падать не строго параллельный пучок света, а слабо расходящийся.) В этом случае поверхность локализации совпадает с нижней (сферической) поверхностью линзы, т.е. является симмет-

ричной оси наблюдения и разность хода вычисляется очень просто (см. ниже).

Найдём радиусы колец Ньютона, получающиеся при падении света нормально к верхней (плоской) поверхности линзы (а не к поверхности пластинки!), т.к. это существенно проще практически сделать. При вычислении разности хода мы должны пренебречь в этом случае небольшими неизбежными наклонами лучей, проходящих в воздушном зазоре. (Т.е. падение лучей к поверхности плоскопараллельной пластинки будет несколько не перпендикулярным, но эксперимент при этом облегчается существенно.)

Оптическая разность хода Δ в этом случае равна удвоенной толщине воздушного зазора (см. рис. 3.13; предполагается, что $n_2 = 1$). Как следует из рис. 3.13,

$$r^2 = R^2 - (R - h)^2 = 2Rh - h^2, \quad (4.18)$$

где R — радиус кривизны выпуклой поверхности линзы,

r — радиус окружности, всем точкам которой соответствует одинаковый зазор h .

Принимая во внимание, что $2R \gg h$, получим

$$h \approx \frac{r^2}{2R}. \quad (4.19)$$

Известно, что свет, отражённый от границы стекло-воздух по сравнению со светом, отражённым от границы воздух-стекло приобретает дополнительный фазовый сдвиг на π , что соответствует разности хода $\frac{\lambda}{2}$. Полная разность хода, таким образом, равна:

$$\Delta = 2h + \frac{\lambda}{2} = \frac{r^2}{R} + \frac{\lambda}{2}. \quad (4.20)$$

Запишем условие минимума освещённости в интерференционной картине

$$\Delta = (2m + 1) \frac{\lambda}{2}; \quad m = 0; 1; 2; \dots \quad (4.21)$$

Принимая во внимание (4.20), получим для радиусов тёмных колец

$$r_m = \sqrt{mR\lambda}. \quad (4.22)$$

Аналогичным образом для радиусов светлых колец найдём

$$r'_m = \sqrt{(2m - 1) \frac{R\lambda}{2}}. \quad (4.23)$$

Измеряя радиусы светлых или тёмных колец, с помощью (4.22) или (4.23) можно определить R , если известна λ .

4.3 Описание установки

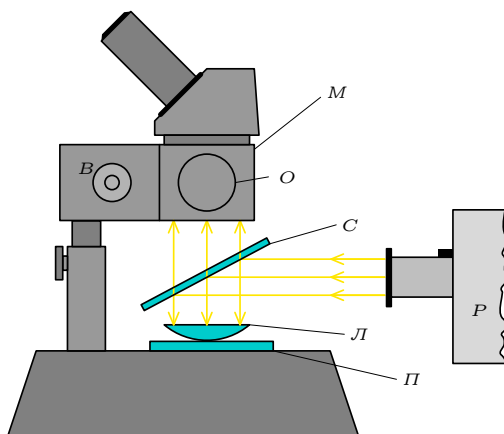


Рис. 3.15

Установка для получения колец Ньютона и определения их радиусов (рис. 3.15) состоит из микроскопа M , на столик которого кладётся плоская стеклянная пластинка Π , а на неё помещается линза L . Для обеспечения неподвижности пластинка и линза зафиксированы в специальной обойме. Система “линза - пластинка” освещается светом ртутно-кварцевой лампы P с помощью полупрозрачной пластинки C — свето-

фильтра (стеклянная пластинка-светофильтр, укрепленная в штативе). Свет от источника P , отражаясь от пластинки C , попадает на линзу L , интерферирует в воздушном клине, образованном в месте соприкосновения линзы и пластинки, и попадает в объектив микроскопа M , с помощью которого наблюдаются кольца Ньютона. Диаметр кольца измеряется окулярным микрометром (шкала в окуляре). На резкость микроскоп наводится винтом B , а разное увеличение можно получить, переключая разные объективы барабаном O . На лимбе барабана O нанесены значения увеличений объективов.

4.4 Порядок выполнения работы

Задание 1. Ознакомьтесь с описанием и собрать оптическую схему установки.

Задание 2. Настроить установку, для чего:

- а) включить ртутно-кварцевую лампу и вывести её на рабочий режим согласно инструкции;
- б) винтом O установить минимальное увеличение микроскопа, а вращением рифлёного кольца на окуляре — максимальную резкость шкалы окулярного микрометра;
- в) изменяя угол наклона стеклянной пластинки C и передвигая её, добиться появления в центре поля зрения отражения ртутно-кварцевой лампы (плоскопараллельная пластинка и линза в это время должны находиться на столике микроскопа, примерно соосно с объективом);
- г) отфокусировать микроскоп с помощью винта B , примерно на поверхность плоскопараллельной пластинки. (Здесь не нужна очень высокая точность фокусировки, т.к. при минимальном увеличении микроскоп имеет значительную лубину резкости.);
- д) найти в поле зрения радужно окрашенные кольца Ньютона (при минимальном увеличении микроскопа кольца будут очень маленькими, примерно два угловых градуса, поэтому смотреть нужно очень внимательно!). Если кольца не обнаруживаются, то попробуйте слегка перемещать по столику микроскопа обойму с линзой и пластинкой, т.к. возможно, что кольца Ньютона находятся вне поля зрения микроскопа;
- е) получив изображение колец, передвиньте их в центр поля зрения на пересечение нитей окулярного микрометра и окончательно сфокусируйте;
- ж) винтом O установите такое увеличение микроскопа, чтобы в поле зрения находилось около 30 колец. При изменении увеличения каждый раз требуется подфокусировка из изображения колец винтом B .

Задание 3. Определить радиус кривизны линзы.

Для измерений следует использовать жёлтые, зеленые или фиолетовые кольца (по указанию преподавателя). При этом наблюдать кольца нужно соответственно через оранжевый, зелёный или фиолетовый светофильтры. Соответствующие линии в спектре ртути имеют длины волн:

$$\lambda_{\text{ж}} = 5780 \text{ \AA}$$

$$\lambda_{\text{з}} = 5461 \text{ \AA}$$

$$\lambda_{\text{ф}} = 4358 \text{ \AA}$$

С помощью окулярного микрометра следует измерить диаметры не менее чем пятнадцати тёмных колец. Диаметр каждого кольца измеряется не менее чем в трёх различных направлениях. Измерения удобно делать “по направлениям”, т.е. сначала измеряются диаметры всех колец в одном направлении (тёмное пятно в центре считать за нулевое кольцо), затем поворачиваем окуляр (меняем направление) и повторяем процедуру. Если решено ограничиться тремя направлениями, то их следует выбирать примерно под углом 120° по отношению друг к другу. Для экономии времени не надо измерять диаметр сразу. Дело пойдет быстрее, если снимать только отсчёты соответствующих колец, по разные стороны от центра шкалы микрометра (центр шкалы находится на отсчёте 90). Затем по отсчётам вычисляют диаметр и радиус кольца в соответствующем направлении.

Пример:

| m | Направление | Отсчет | | Диаметр (дел) | r_i (дел) | r_i (мм) |
|-----|-------------|--------|-----|------------------|----------------|---------------|
| | | 1 | 2 | | | |
| 8 | 0° | 51 | 139 | 88 | 44 | |
| | 120° | 49 | 140 | 91 | 45, 5 | и т.д. |
| | 240° | 50 | 140 | 90 | 45 | |
| | и т. д. | | | | | |

Первоначально радиусы колец вычисляются в делениях шкалы микрометра, а затем переводятся в миллиметры с учётом того, что цена деления окулярного микрометра зависит от увеличения объектива:

| | | | | |
|--|-------|-------|--------|---------|
| Увеличение объектива | 1^x | 2^x | 4^x | 7^x |
| Цена деления $\left(\frac{\text{ММ}}{\text{дел}}\right)$ | 0, 10 | 0, 05 | 0, 025 | 0, 0143 |

По результатам измерений колец Ньютона в различных направлениях нужно найти средний квадрат радиуса каждого кольца и среднюю квадратичную ошибку по формуле

$$\Delta(r^2) = t_{\alpha n} \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n [\Delta(r^2)_i]^2}{n(n-1)}}.$$

Результаты измерений и вычислений удобно занести в таблицу следующей формы:

| m | Направление | Отсчет | | Диаметр (дел) | r_i (дел) | r_i (ММ) | $(r^2)_i$ (ММ ²) | $\overline{(r^2)}_m$ (ММ ²) | $\Delta(r^2)_i$ | $\Delta(r^2)_m$ |
|-----|-------------|--------|---|------------------|----------------|---------------|---------------------------------|--|-----------------|-----------------|
| | | 1 | 2 | | | | | | | |
| 1 | 0° | | | | | | | | | |
| | 120° | | | | | | | | | |
| | 240° | | | | | | | | | |
| 2 | 0° | | | | | | | | | |
| | 120° | | | | | | | | | |
| | 240° | | | | | | | | | |
| ⋮ | | | | | | | | | | |

Используя полученные данные, построить график зависимости

$$\overline{(r^2)} = f(m).$$

Согласно теории (см. соотношение (4.22)) этот график должен представлять собой прямую линию, проходящую через начало координат. Наклон прямой определяется радиусом кривизны линзы и длиной волны λ . Определяя тангенс угла наклона прямой, находят R .

$$R = \frac{1}{\lambda} \text{tg } \varphi. \quad (4.24)$$

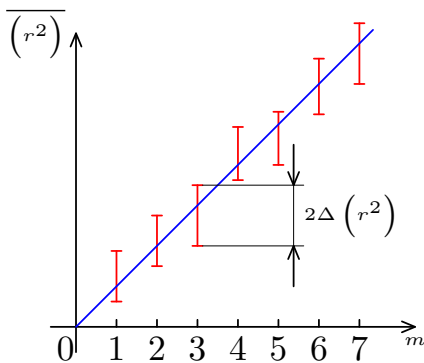


Рис. 3.16

Точки на график следует наносить с учётом ошибок $\Delta(r^2)$ (т.е. это будут уже не точки, а вертикальные отрезки длиной $2\Delta(r^2)$; см. рис. 3.16).

Потому, насколько близко экспериментальные точки группируются вдоль прямой, можно судить о качестве аппаратуры. Прямая проводится так, чтобы она наилучшим образом совпадала с экспериментальными точками. Другими словами, примерно одинаковое количество точек должно находиться как выше, так и ниже прямой и группироваться к ней максимально близко.

Деформация линзы и стеклянной пластинки в месте их соприкосновения может приводить при малых m к отступлению от формулы (4.22). К точкам, полученным для малых m , следует поэтому относиться с осторожностью. Меньше всего искажены деформацией кольца с большими номерами. При проведении прямой на них следует поэтому обращать основное внимание. Ясно, что при наличии таких искажений прямая, проведённая через экспериментальные точки, соответствующие не слишком малым значениям номера m , не пройдёт через начало координат. При неполном неплотном контакте между линзой и пластинкой (например, попала пыль) прямая дополнительно сдвинется от начала координат. Такой сдвиг прямой относительно начала координат не приводит к изменению её наклона, а следовательно, и к изменению значения радиуса кривизны линзы R .

4.5 Контрольные вопросы

1. От чего зависит количество наблюдаемых колец?
2. Почему наблюдаемые кольца имеют радужную окраску? В каком случае мы будем наблюдать темные и светлые кольца?
3. Почему по мере удаления от центра кольца располагаются ближе друг к другу?

4. Что произойдет с кольцами Ньютона, если промежуток между линзой и пластинкой заполнить жидкостью с $n_{\text{жид}} > n_{\text{возд}}$?
5. Можно ли при наблюдении колец Ньютона в отраженном свете получить в центре не темное, а светлое кольцо? Если да, то сформулируйте условия, которые для этого необходимы.

Лабораторная работа № 6

Дифракция Френеля на круглом отверстии

Цель работы: наблюдение дифракции на круглом отверстии и расчет радиуса отверстия методом зон Френеля.

Приборы и принадлежности: оптическая скамья, лазер, экран с круглым отверстием, линза, микрообъектив, экран для наблюдения дифракционной картины, измерительный микроскоп.

Литература:

1. Ландсберг Г.С. Оптика.- М.: Наука, 1976.
2. Савельев И.В. Курс общей физики, т.2.- М.: Наука, 1982.
3. Поль Р.В. Оптика и атомная физика.- М.: Наука, 1966.
4. Детлаф А.А., Яворский Б.М. Курс физики, т.3.- М.: Высшая школа, 1979.

5.1 Вопросы для подготовки к работе

1. Какое явление называется дифракцией света?
2. Чем отличаются случаи дифракции Френеля и дифракции Фраунгофера?
3. В чем заключается метод зон Френеля?
4. Схема установки для наблюдения дифракции Френеля?
5. Рабочая формула и измерение входящих в нее величин.

5.2 Теоретическое введение

Под дифракцией света понимают всякое отклонение от прямолинейного распространения света, связанное с нарушением законов геометрической оптики. Дифракция, в част-

ности, приводит к огибанию световыми волнами препятствий и проникновению света в область геометрической тени. Известны два случая дифракционных явлений: дифракция Френеля и дифракция Фраунгофера. Различие между ними заключается в месторасположении точки наблюдения. В случае дифракции Френеля эта точка находится на конечном расстоянии от препятствия, а в случае дифракции Фраунгофера – в бесконечности. При этом для определения типа дифракции совершенно не важно, какие волны – плоские или сферические падают на препятствие. В данной лабораторной работе изучается дифракция Френеля на круглом отверстии.

Если на пути световых волн поставить экран с отверстием, то часть световой волны, прикрытая непрозрачным экраном, не воздействует на точку наблюдения совсем, а неприкрытые области волны действуют так, как если бы экрана не было совсем.

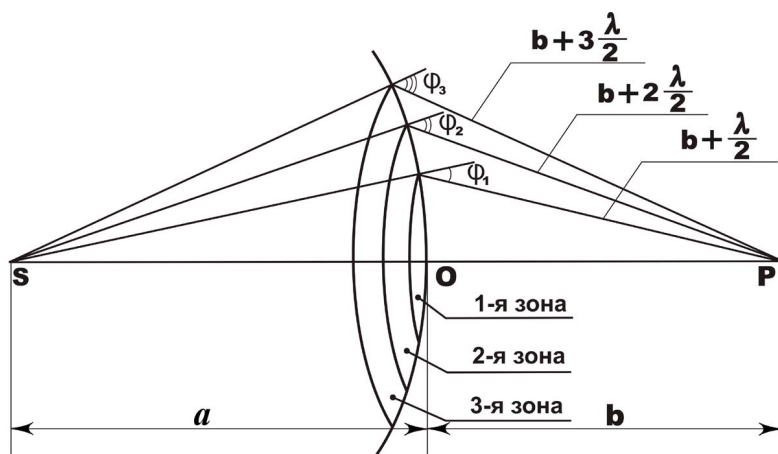


Рис. 3.17:

Рассмотрим дифракцию Френеля на круглом отверстии (Рис. 3.17). Пусть волна, идущая от источника монохроматического света с длиной волны λ , встречает на пути экран D с круглым отверстием. Исследуем явления, происходящие в точке P , лежащей на прямой, соединяющей точку S (источник света) с центром O круглого отверстия.

Для этого воспользуемся методом зон Френеля. Выделим на волновой поверхности кольцевые зоны, построенные так, что расстояния от краев каждой зоны до точки наблюдения P отличаются на $\frac{\lambda}{2}$. Расстояние b_m от внешнего края зоны с номером m до точки P можно представить общей формулой:

$$b_m = b + m \frac{\lambda}{2}, \quad (5.25)$$

где b — расстояние от вершины волновой поверхности O до точки наблюдения P . В этом случае колебания, возбуждаемые в точке P двумя соседними зонами, противоположны по фазе, так как разность хода соответствующих волн равна $\frac{\lambda}{2}$. В результате при наложении в точке P колебания от соседних зон должны взаимно ослаблять друг друга.

Вычислим размеры полученных зон (рис. 3.18). Для m -ной зоны

$$r_m^2 = a^2 - (a - h_m)^2 = \left(b + m \frac{\lambda}{2}\right)^2 - (b + h_m)^2, \quad (5.26)$$

где a — радиус волновой поверхности, r_m — радиус внешней границы m -ной зоны. Возведя скобки в квадрат, получим:

$$r_m^2 = 2ah_m - h_m^2 = bm + m^2 \left(\frac{\lambda}{2}\right)^2 - 2bh_m - h_m^2. \quad (5.27)$$

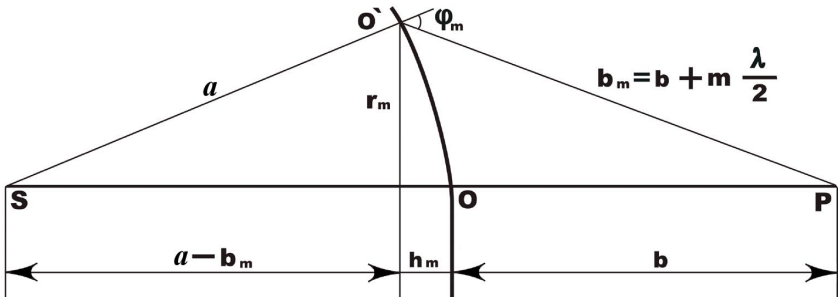


Рис. 3.18:

Ограничиваясь рассмотрением не слишком больших m , можно ввиду малости λ пренебречь слагаемым, содержащим λ^2 . В этом приближении после преобразований имеем:

$$h_m = \frac{bm\lambda}{2(a+b)}. \quad (5.28)$$

Площадь сферического сегмента равна

$$S = 2\pi Rh,$$

где R — радиус сферы, h — высота сегмента. Следовательно,

$$S_m = 2\pi ah_m = \frac{\pi ab}{a+b} m\lambda$$

и площадь m -ной зоны Френеля

$$S_m = S_m - S_{m-1} = \frac{\pi ab\lambda}{a+b}. \quad (5.29)$$

Полученное нами выражение не зависит от m . Это означает, что при не слишком больших m площади всех зон Френеля примерно одинаковы.

Произведем оценку радиусов зон. Согласно (5.27)

$$r_m^2 = 2ah_m - h_m^2.$$

При не слишком больших m высота сегмента $h_m \ll a$, поэтому можно считать, что

$$r_m^2 = 2ah_m.$$

Подставляя сюда значение (5.28), получим радиус внешней границы m -ной зоны Френеля:

$$r_m = \sqrt{\frac{ab}{a+b} m\lambda}. \quad (5.30)$$

Действие отдельных зон в точке P тем меньше, чем больше угол φ_m между нормалью к поверхности зоны и направлением $O'P$, то есть действие зон постепенно убывает от центральной зоны к периферическим.

Пусть действие центральной зоны в точке P выражается возбуждением колебания с амплитудой A_1 , действие соседней зоны — колебанием с амплитудой A_2 , следующей — с амплитудой A_3 и так далее. Так как действие зон убывает от центра к периферии, то можно образовать монотонно убывающую последовательность:

$$A_1 > A_2 > A_3 > A_4 > \dots$$

Фазы колебаний, возбуждаемые соседними зонами, отличаются на π , поэтому амплитуда A результирующего светового колебания в точке P может быть найдена алгебраически:

$$A = A_1 - A_2 + A_3 - A_4 + A_5 - \dots$$

Это выражение можно записать в виде:

$$A = \frac{A_1}{2} + \left(\frac{A_1}{2} - A_2 + \frac{A_3}{2} \right) + \left(\frac{A_3}{2} - A_4 + \frac{A_5}{2} \right) + \dots$$

Вследствие монотонного убывания A_m можно приближенно считать, что

$$A_m = \frac{A_{m-1} + A_{m+1}}{2}.$$

Выражение для амплитуды, создаваемой в точке P сферической волновой поверхностью, окончательно примет вид:

$$A = \frac{A_1}{2}.$$

Если сферический волновой фронт ограничен отверстием радиуса R , открывающим лишь небольшое число зон m , то в результате очевидных вычислений получим:

$$A = \frac{A_1}{2} + \frac{A_m}{2},$$

где знак плюс берется для нечетных m и минус — для четных.

Таким образом, если в точке наблюдения складываются амплитуды от небольшого числа зон, то в результате при нечетном m получается максимум освещенности, а при четном m — минимум.

Из (5.29) следует, что число зон m , укладывающихся в отверстие, связано с радиусом R отверстия следующим соотношением:

$$m = \frac{R^2(a+b)}{ab}.$$

Подсчитав число зон m (по виду дифракционной картины) и измерив расстояния a и b , можно при заданной длине световой волны λ вычислить радиус отверстия R .

5.3 Описание установки

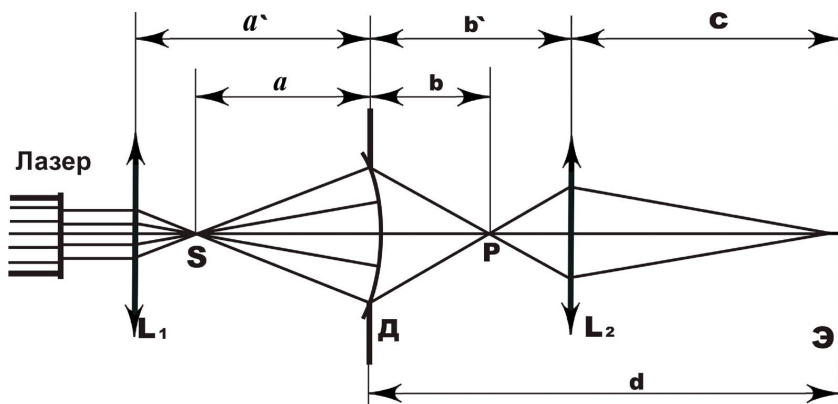


Рис. 3.19:

Схема установки приведена на рис. 3.19. Параллельный пучок света от лазера попадает на линзу L_1 , которая служит для создания точечного источника света. Источником S сферических волн является фокус этой линзы. Далее свет попадает на экран D с небольшим круглым отверстием в центре, на котором и происходит дифракция. Дифракционная картина наблюдается в точке P . Для удобства наблюдения применена линза L_2 (микрообъектив), с помощью которой на экране \mathcal{E} получается увеличенное изображение картины дифракции.

Экспериментальная установка смонтирована на половине стандартной оптической скамьи ОСК-2. При настройке установки следует особое внимание обратить на соосность (совмещение оптических

осей) элементов. Соосность можно считать удовлетворительной, если при перемещении по скамье микрообъектива L_2 изображение дифракционной картины не выходит из его поля зрения.

5.4 Порядок выполнения работы

Задание 1. Знакомство с описанием и конструкцией экспериментальной установки.

Задание 2. Проверка правильности настройки экспериментальной установки.

Включите лазер и убедитесь, что расширенный линзой L_1 луч освещает отверстие в экране D . Передвигая вдоль оптической скамьи микрообъектив L_2 , наблюдайте на экране \mathcal{E} сменяющие одна другую характерные дифракционные картины. Такая отдельно взятая картина представляет из себя систему из темных и светлых колец, окружающих темное или светлое центральное пятно. Количество темных и светлых колец зависит от m — числа открытых отверстием зон Френеля. Это число может быть четным или нечетным и, соответственно, центральное пятно будет темным или светлым.

Отметим, что для $m = 1$ (открыта только одна центральная зона) положение микрообъектива определяется не вполне точно, поэтому измерения рекомендуется начинать с $m = 2$. Дифракционная картина при этом имеет вид темного пятна в центре при отсутствии вокруг него концентрических колец. Эту картину, во избежание ошибки, удобно получать передвигая объектив от экрана \mathcal{E} к экрану с отверстием D . В этом случае первое появление темного пятна в центре будет соответствовать двум открытым зонам Френеля.

Задание 3. Измерение радиуса отверстия с помощью зон Френеля.

Для определения радиуса отверстия R используем соотношение (5.30), имея в виду, что $r_m = R$. Экспериментальному определению здесь подлежат (см. рис. 3.19):

a — расстояние от источника сферических волн до экрана с отверстием;

b — расстояние от экрана с отверстием до точки наблюдения;

m — число зон Френеля, укладывающихся в отверстие.

Для того, чтобы определить расстояние a , предварительно следует измерить расстояние a' от линзы L_1 до экрана с отверстием, а затем вычислить:

$$a = a' - f_1,$$

где f_1 — фокусное расстояние линзы L_1 (нанесено на ее оправе).

Расстояние b для соответствующего значения m определяется по формуле линзы:

$$\frac{1}{f_2} = \frac{1}{b' - b} + \frac{1}{c},$$

где f_2 — фокусное расстояние микрообъектива L_2 ;

b' — расстояние от экрана с отверстием до микрообъектива;

c — расстояние от микрообъектива до экрана наблюдения Э.

Выполнив преобразования, получим:

$$b = \frac{cb' - cf_2 - b'f_2}{c - f_2}.$$

Заметим, что величины c и b' связаны соотношением:

$$c = d - b',$$

где d — расстояние от экрана с отверстием \mathcal{D} до экрана наблюдения Э, которое не изменяется в процессе работы и измеряется один раз.



Учитывая это, окончательно запишем:

$$b = \frac{b'(d - b') - df_2}{(d - f_2) - b'}. \quad (5.31)$$

Измерения следует провести не менее чем для пяти значений m . Для каждого m не менее чем в три раза измерьте расстояние b и вычислите с погрешностью радиус отверстия R . Результаты запишите в таблицу 3.7. В соответствующей графе таблицы сделайте рисунок дифракционной картины для каждого значения m .

Таблица 3.7

$$\lambda = 6328 \text{ \AA}; \quad f_1 = \dots; \quad f_2 = \dots; \quad a = \dots; \quad d = \dots$$

| m | Рисунок | b'_i | b_i | $R_i = \sqrt{\frac{ab}{a+b} m \lambda}$ | \bar{R}_m | ΔR_i | $(\Delta R_i)^2$ | $\Delta R_m = \sqrt{\frac{\sum_i (\Delta R_i)^2}{n(n-1)}}$ |
|-----|---|--------|-------|---|-------------|--------------|------------------|--|
| 2 |  | | | | | | | |
| | | | | | | | | |
| | | | | | | | | |
| 3 |  | | | | | | | |
| | | | | | | | | |
| | | | | | | | | |
| 4 | | | | | | | | |
| | | | | | | | | |

Используя результаты вычислений, постройте график зависимости

$$R = f(m). \tag{5.32}$$

Задание 4. (только для физиков). Прямое измерение отверстия. Снимите с экспериментальной установки экран D . С помощью измерительного микроскопа измерьте в нескольких направлениях диаметр отверстия. Вычислите его радиус R_0 . Результаты занесите в таблицу 2 (форму таблицы придумайте сами). Оцените абсолютную погрешность (то есть учтите как случайную, так и систематическую ошибку). В одной системе координат с графиком (5.32) постройте прямую

$$R_0 = const.$$

Замечание. Точки на графики следует наносить с учетом вычисленных погрешностей (то есть это уже будут не точки, а вертикальные отрезки длиной $2 \cdot \Delta R$).

Контрольные вопросы

1. Как строятся зоны Френеля?
2. Вывод рабочей формулы.
3. Сколько зон укладывается на отверстии, если в центре картины при передвижении микрообъектива от экрана Э к экрану Д впервые после темной точки появилось светлое пятно?
4. Что такое зонная пластинка и как она работает? Чем отличается амплитудная зонная пластинка от фазовой зонной пластинки?
5. Почему в задании №3 при вычислении ΔR не имеет смысла учитывать систематическую ошибку?

Лабораторная работа № 8

Определение параметров дифракционной решетки Роуанда

Цель работы: ознакомление с принципом действия и определение параметров отражательной дифракционной решетки, измерение длины световой волны с помощью этой решетки.

Приборы и принадлежности: металлическая дифракционная решетка, ртутно-кварцевая лампа, станок специальной конструкции.

Литература:

1. Ландсберг Г.С. Оптика, М. Наука, 1976 г.
2. Савельев И.В. Курс физики, т. 3, 1971 г.

7.1 Вопросы для подготовки к работе

1. Дифракция Фраунгофера на щели.
2. Устройство, принцип действия и параметры дифракционной решетки. Решетка Роуанда.
3. Решетка, как спектральный аппарат. Дисперсия и разрешающая способность дифракционной решетки.

7.2 Теоретическое введение

Дифракционная решетка представляет собой совокупность большого числа узких параллельных щелей, тесно расположенных на равных расстояниях друг от друга. Щели могут быть нанесены на непрозрачном экране или, наоборот, непрозрачные бороздки нанесены на прозрачную пластинку (стекло). Действие решетки основано на явлении дифракции на щели и интерференции от многих щелей. Прежде чем выяснить действие решетки в целом, рассмотрим дифракцию на одной щели.

7.2.1 Дифракция на щели

Пусть плоская монохроматическая волна падает на экран с узкой бесконечно длинной щелью. На рис. 3.20 FF_1 — проекция экрана со щелью AB на плоскость рисунка. Ширина щели (b) имеет размер порядка длины волны света. Щель AB вырезает часть фронта падающей световой волны. Все точки этого фронта колеблются в одинаковых фазах и на основании принципа Гюйгенса-Френеля, являются источниками вторичных волн.

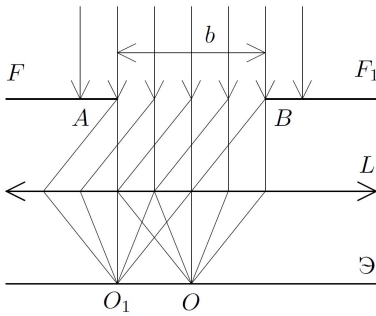


Рис. 3.20

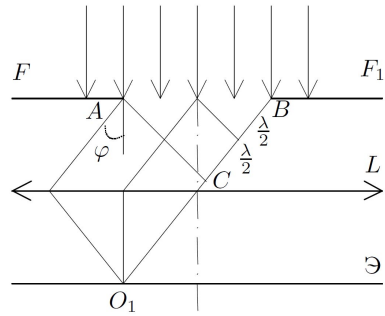


Рис. 3.21

Вторичные волны распространяются по всем направлениям от (0) до $(\pm \frac{\pi}{2})$ к направлению распространения волн (рис. 3.20). Если за щелью поставить линзу, то все лучи, которые шли до линзы параллельно, соберутся в одной точке фокальной плоскости линзы. В этой точке наблюдается интерференция вторичных волн. Результат ин-

терференции зависит от числа длин полуволн, которое укладывается в разности хода между соответствующими лучами.

Рассмотрим лучи, которые идут под некоторым углом φ к направлению падающей световой волны (рис. 3.21). $BC = \delta$ — разность хода между крайними лучами. Разобьем AB на зоны Френеля (зоны Френеля в данном случае представляют собой систему параллельных плоскостей, перпендикулярных плоскости рисунка и построенных так, что расстояние от краев каждой зоны до точки O_1 отличается на $\frac{\lambda}{2}$).

Если в δ уложится четное число длин полуволн, то в точке O_1 будет ослабление света — *min*. Если нечетное, то усиление света — *max*.

$$\text{Следовательно, при } \delta = \pm 2m \frac{\lambda}{2} \Rightarrow \textit{min}$$

$$\text{при } \delta = \pm (2m + 1) \frac{\lambda}{2} \Rightarrow \textit{max}$$

где $m = 0; 1; 2; \dots$

Поскольку $\delta = b \cdot \sin \varphi$ (см. рис. 3.21), то эти условия можно записать в следующем виде:

$$b \cdot \sin \varphi = \pm 2m \frac{\lambda}{2} \Rightarrow \textit{min} \quad (7.33)$$

$$b \cdot \sin \varphi = \pm (2m + 1) \frac{\lambda}{2} \Rightarrow \textit{max} \quad (7.34)$$

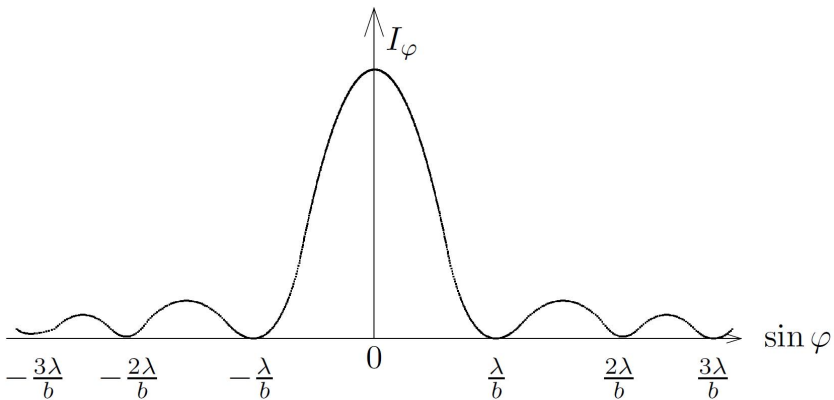


Рис. 3.22

На рис. 3.22 дано распределение интенсивности света при дифракции на щели в зависимости от угла. Её можно вычислить по формуле:

$$I_{\varphi} = I_o \frac{\sin^2(\pi \cdot b \cdot \sin \frac{\varphi}{\lambda})}{(\pi \cdot b \cdot \sin \frac{\varphi}{\lambda})^2}$$

где I_o – интенсивность в середине дифракционной картины;

I_{φ} – интенсивность в точке, определяемой значением.

7.2.2 Интерференция от многих щелей

Рассмотрим несколько параллельных щелей одинаковой ширины (b), расположенных на расстоянии (a) друг от друга (дифракционная решетка) (см. рис. 3.23).

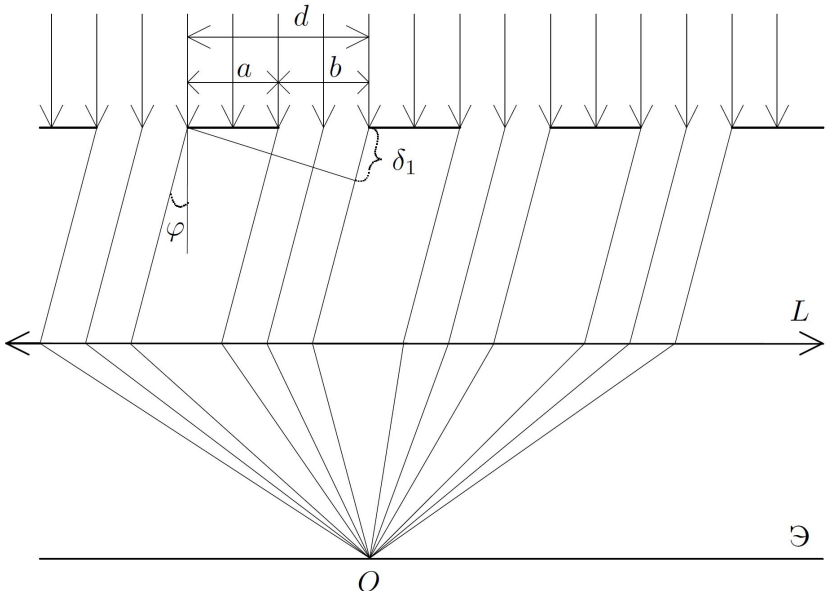


Рис. 3.23

Дифракционная картина от щелей, как в предыдущем случае, будет наблюдаться в фокальной плоскости линзы (L). Но явление

усложняется тем, что кроме дифракции от каждой щели, происходит еще и сложение световых колебаний в пучках, приходящих в фокальную плоскость линзы от отдельных щелей, т.е. происходит интерференция многих пучков. Если общее число щелей — N , то интерферируют между собой N пучков.

Разность хода от двух соседних щелей равна $\delta_1 = (b + a) \cdot \sin \varphi$ или $\delta_1 = d \cdot \sin \varphi$, где $d = a + b$ — называется постоянной решетки.

Этой разности хода соответствует одинаковая разность фаз $\Delta\psi = 2\pi \cdot \frac{\delta_1}{\lambda}$ — между соседними пучками. В результате интерференции в фокальной плоскости линзы получаются результирующие колебания с некоторой амплитудой, которая зависит от разности фаз.

Если $\Delta\psi = 2m\pi$ (что соответствует разности хода $\delta_1 = 2m\frac{\lambda}{2}$), то амплитуды колебаний складываются и интенсивность света достигает **максимума**. Эти максимумы называются главными т.к. они имеют значительную интенсивность и их положение не зависит от общего числа щелей.

Если $\Delta\psi = 2m\left(\frac{\pi}{N}\right)$ (или $\delta_1 = 2m\frac{\lambda}{2N}$), то в этих направлениях образуются минимумы света. Следовательно, при интерференции N пучков одинаковой амплитуды возникает ряд главных максимумов, определенных условием:

$$d \cdot \sin \varphi = \pm m\lambda \quad (7.35)$$

где $m = 0; 1; 2; \dots$

и добавочных минимумов, определяется условием:

$$d \cdot \sin \varphi = \pm m \frac{\lambda}{N} \quad (7.36)$$

где $m = 1; 2; 3; \dots$

кроме $m = 0; N; 2N; \dots$, т.к. в этом случае условие (7.36) переходит в условие (7.35) — главных максимумов. Из условий (7.36) и (7.35) видно, что между двумя главными максимума располагается $(N - 1)$ добавочных минимумов, между которыми находится соответственно $(N - 2)$ вторичных максимумов, определенных условием:

$$d \cdot \sin \varphi = \pm(2m + 1) \frac{\lambda}{2N} \quad (7.37)$$

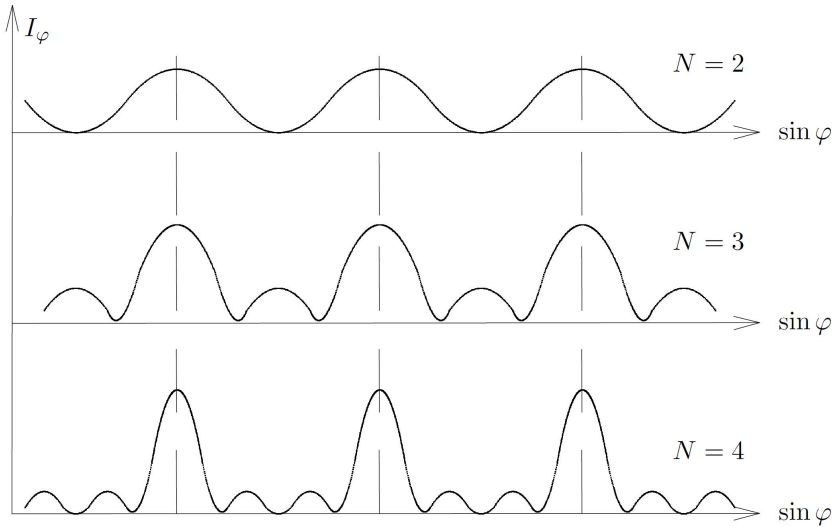


Рис. 3.24 (без учета дифракции на одной щели)

С увеличением числа щелей растет число добавочных минимумов, а главные максимумы становятся уже и ярче. На рис. 3.24 дано распределение интенсивности при интерференции нескольких пучков (щелей). Таким образом, при действии многих щелей имеем в направлениях, определяемых условиями:

$$\begin{aligned}
 b \cdot \sin \varphi &= \pm m \lambda && \text{— min от каждой щели,} \\
 b \cdot \sin \varphi &= \pm (2m + 1) \cdot \frac{\lambda}{2} && \text{— max от каждой щели,} \\
 d \cdot \sin \varphi &= \pm m \lambda && \text{— главные максимумы — результат} \\
 &&& \text{интерференции многих пучков,} \\
 d \cdot \sin \varphi &= \pm m \frac{\lambda}{N} && \text{— добавочные минимумы,} \\
 d \cdot \sin \varphi &= \pm (2m + 1) \cdot \frac{\lambda}{2N} && \text{— вторичные максимумы.}
 \end{aligned}$$

При наблюдении картины, даваемой дифракционной решеткой, мы отчетливо видим только главные максимумы, разделенные практически темными промежутками, ибо вторичные максимумы очень слабы, интенсивность самого сильного из них составляет не более 5%

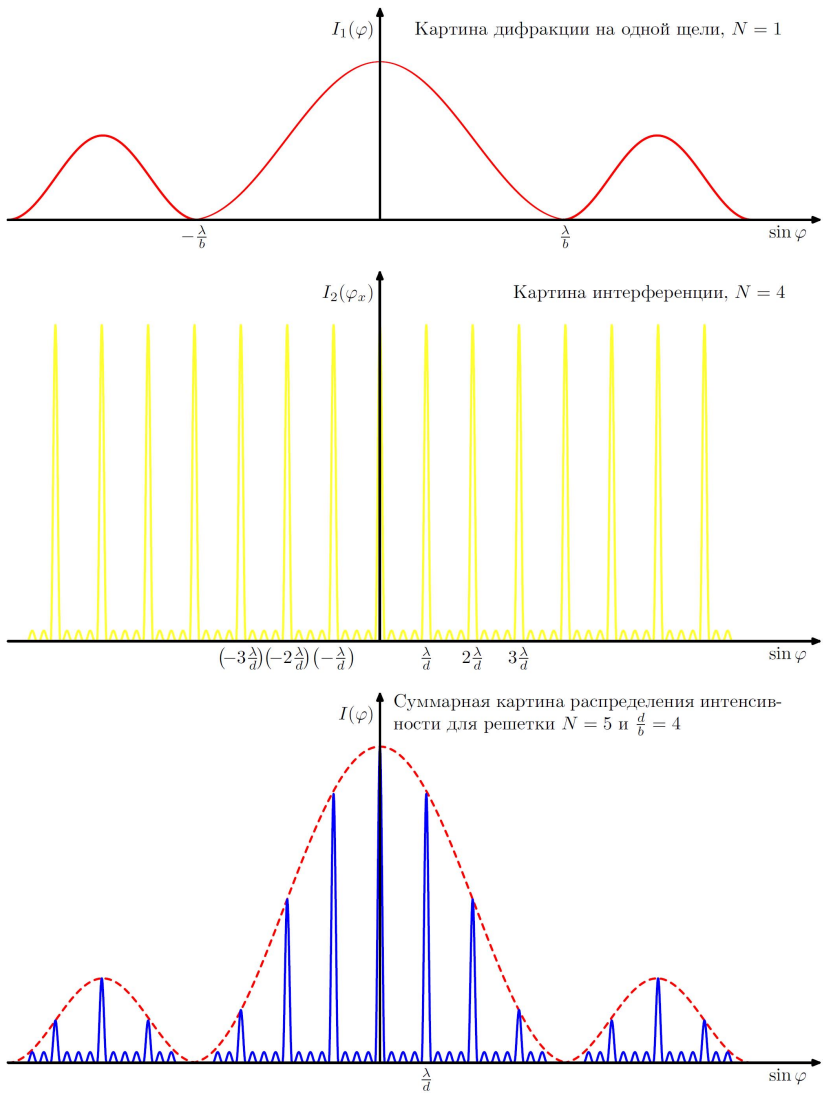


Рис. 3.25

от главного. Распределение интенсивности между отдельными главными максимума неодинаково. Оно зависит от распределения интенсивности при дифракции на щели и отношения между (b) и (d) . В том случае, когда (b) и (d) соизмеримы, некоторые главные максимумы отсутствуют, т.к. этим направлениям соответствуют дифракционные минимумы. Так при $d = 2b$ пропадают все четные максимумы, что ведет к усилению нечетных. При $d = 3b$ исчезает каждый третий максимум. Описанное явление иллюстрируется на рис. 3.25.

Распределение интенсивности в зависимости от угла можно вычислить по формуле:

$$I_{\varphi \text{ реш.}} = I_o \frac{\sin^2(\pi b \sin \frac{\varphi}{\lambda}) \cdot \sin^2(N\pi d \sin \frac{\varphi}{\lambda})}{(\pi b \sin \frac{\varphi}{\lambda})^2 \cdot \sin^2(\pi b \sin \frac{\varphi}{\lambda})},$$

где I_o — интенсивность, создаваемая одной щелью в центре картины.

7.3 Решетка как спектральный прибор

С увеличением числа щелей растет интенсивность главных максимумов, ибо возрастает количество пропускаемого решеткой света. Но самое существенное изменение, вызванное большим количеством щелей, состоит в превращении расплывчатых главных максимумов в резкие, узкие максимумы. Резкость максимумов дает возможность отличить близкие длины волн, которые изображаются отдельными, яркими полосками и не будут перекрывать друг друга, как это имеет место при расплывчатых максимумах, получающихся при одной или малом количестве щелей.

Дифракционная решетка, как и всякий спектральный прибор, характеризуется дисперсией и разрешающей способностью.

За меру дисперсии принимается угловое расстояние между двумя линиями, отличающимися по длине волне на 1 \AA . Если двумя линиями, отличающимися по длине на $\delta\lambda$ соответствует разнице в углах, равная $\delta\varphi$, то мерой дисперсии будет выражение:

$$D = \frac{\delta\varphi}{\delta\lambda} = \frac{m}{d \cos \varphi} \quad (7.38)$$

Разрешающая способность решетки характеризуется возможностью отличить наличие двух близких волн (разрешить две длины

волны). Обозначим через $\Delta\lambda$ минимальный интервал между двумя волнами, которые могут быть разрешены данной дифракционной решеткой. За меру разрешающей способности решетки принято считать отношение длины волны, около которой выполняется измерение, к указанному минимальному интервалу $\Delta\lambda$, т.е. $A = \frac{\lambda}{\Delta\lambda}$. Расчет дает, что:

$$A = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} = mN, \quad (7.39)$$

где m — порядок спектра,
 N — общее число щелей решетки.

Высокая разрешающая способность и дисперсия дифракционных решеток достигается за счет больших значений N и малых d (периодов решетки). Такими параметрами обладают решетки Роуланда. Решетка Роуланда представляет собой вогнутое металлическое зеркало, на котором нанесены бороздки (штрихи). Она может одновременно выполнять роль решетки и собирающей линзы, что позволяет получить дифракционную картину непосредственно на экране.

7.4 Описание установки

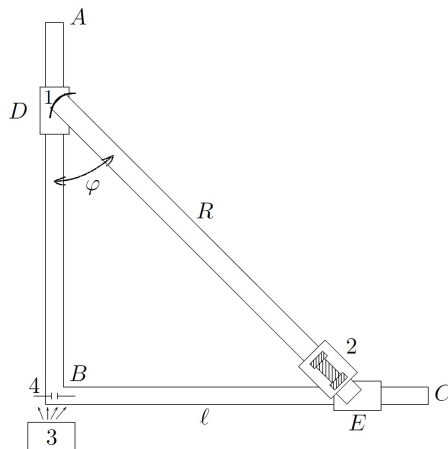


Рис. 3.26

Установка для измерений на рис. 3.26 состоит из жестко закрепленных рельс (AB и BC), по которым может свободно скользить рей-

ка DE . На одном конце рейки закреплена решетка Роуанда (1). Решетка закреплена так, что ее плоскость перпендикулярна рейке DE . Источником света служит щель (4), освещаемая ртутно-кварцевой лампой (3). При освещении решетки вдоль направления AB можно наблюдать спектры различных порядков. Расстояние от щели до исследуемых линий в спектре ртути фиксируется по шкале, нанесенной на рейке BC , с помощью зрительной трубы (2).

7.5 Порядок выполнения работы

Задание 1. Ознакомиться с описанием работы и оптической схемой прибора.

Задание 2. Определить постоянную решетки Роуанда.

Постоянную решетки определяют из условия главного максимума:

$$d = m \cdot \frac{\lambda}{\sin \varphi}.$$

Из схемы установки рис. 3.26:

$$\sin \varphi = \frac{\ell}{R},$$

где ℓ — расстояние от щели до положения спектральной линии на скамье (BC),

R — длина рейки (DE).

Окончательно рабочая формула имеет вид:

$$d = m\lambda \frac{R}{\ell} \quad (7.40)$$

Постоянную определяют для трех линий в спектре ртути:

| Линия | Яркость | Å |
|------------------------------|---------|------|
| Фиолетово-синяя | 8 | 4358 |
| Зеленая | 10 | 5461 |
| Желтая 1 (ближняя к зеленой) | 8 | 5770 |

Длины волн указаны с большей точностью, чем остальные члены формулы (7.40), поэтому можно считать, что $\lambda = const$. Длина рейки (DE) $R = (1250 \pm 5)$ мм. Коэффициент надежности взять $\alpha = \frac{2}{3}$.

Задание следует выполнять в следующей последовательности:

- 1) включить ртутно-кварцевую лампу и прогреть в течение 5 мин., а затем проверить хорошо ли освещена щель;
- 2) передвигая рейку DE по рельсам, находят с помощью зрительной трубы зеленую линию в спектре первого порядка, $m = 1$ (левая часть скамьи BC), если линия широкая, то уменьшить ширину щели и снять показание (ℓ). Затем трубку переводят на фиолетово-синию линию (влево от зеленой по скамье BC);
- 3) такие же измерения для этих же линий провести в спектре второго порядка, $m = 2$ (правая часть скамьи BC); измерения для $m > 2$ не проводятся т.к. для этого недостаточна длина рельсы BC .

В данной работе можно ограничиться однократными измерениями, т.к. относительная ошибка в определении (R) существенно превосходит относительную ошибку в определении ℓ ($\delta_\ell = 0,5$ мм при $\alpha = \frac{2}{3}$). Окончательный результат, таким образом, определяется для всех линий примерно с одинаковой точностью, поэтому его можно в конце усреднить по всем измеряемым линиям.

Ошибка в определении постоянной решетки Роуланда определяется по формуле:

$$\delta d = \frac{\partial d}{\partial R} \cdot \delta_R, \quad (7.41)$$

$\delta_R = 5$ мм — стандартная ошибка в определении длины рейки (DE). Данные опытов удобно занести в таблицу следующего вида:

Таблица 3.8

| m | $\lambda, \text{Å}$ | $\ell (mm)$ | $d (mm)$ | d_{cp} |
|---|---------------------|-------------|----------|----------|
| 1 | 4358 | | | |
| | 5461 | | | |
| | 5770 | | | |
| | Желт. 2 | | | |
| 2 | 4358 | | | |
| | 5461 | | | |
| | 5770 | | | |
| | Желт. 2 | | | |

Задание 3. Определить длину волны одной из желтых линий.

Используя результаты полученные в задании 2 определить длину волны второй желтой линии:

$$\lambda_{жII} = \frac{d_{жI} \cdot \ell_{жII}}{mR}, \quad (7.42)$$

где $d_{жI}$ — постоянная решетки, полученная в задании 2. Значения $\lambda_{жII}$ для обоих порядков ($m = 1$ и $m = 2$) являются равнозначными, т.е. определяются стандартными отклонениями δ_d и δ_R , поэтому их можно усреднить.

Ошибка определяется по формуле:

$$\Delta\lambda_{жII} = \sqrt{\left(\frac{\partial\lambda_{жII}}{\partial d_{cp}}\right)^2 \cdot \delta_d^2 + \left(\frac{\partial\lambda_{жII}}{\partial R}\right)^2 \cdot \delta_R^2}. \quad (7.43)$$

Окончательно результат записывается в виде:

$$\lambda_{жII} = (\lambda_{жIIcp} \pm \Delta\lambda_{жII})\text{Å}, \quad \text{при } \alpha = \frac{2}{3}.$$

Задание 4. Определить угловую дисперсию решетки Роуанда.

Для определения угловой дисперсии дифракционной решетки нужно измерить угловое расстояние между двумя близкими спектральными линиями. Удобно для этого использовать желтые линии ртути.

$\lambda_{жI}$ — дана в тексте задания 2.

$\lambda_{жII}$ — взять из задания 3.

$$D = \frac{\delta_\varphi}{\delta_\lambda} \approx \frac{\varphi_{жI} - \varphi_{жII}}{\lambda_{жI} - \lambda_{жII}}. \quad (7.44)$$

Следует определить угловую дисперсию для обоих порядков ($m = 1$ и $m = 2$). Сравнить полученные значения между собой и со значениями, полученными по формуле:

$$D = \frac{m}{d_{cp} \cdot \cos \varphi}. \quad (7.45)$$

По указанию преподавателя произвести оценку ошибок для выражений (7.44) и (7.45).

Задание 5. Вычислить теоретическую величину разрешающей способности дифракционной решетки Роуланда.

$$A = mN, \quad (7.46)$$

где N — число штрихов решетки.

Значение N определяется исходя из длины решетки ($L = 29 \pm 0,1$ мм) при $\alpha = \frac{2}{3}$ и значения постоянной решетки (см. задание 2). Вычисления произвести для обоих порядков ($m = 1$ и $m = 2$). Оценить величину ошибки для выражения (7.46).

7.6 Контрольные вопросы

1. Почему размеры щели должны быть соизмеримы с длиной волны?
2. Почему максимум нулевого порядка при освещении решетки белым светом — белый, а остальные радужные?
3. Как влияет период решетки на дифракционную картину?
4. Показать, что при определении периода можно пренебречь случайной ошибкой.

Лабораторная работа № 9

Измерение главных фокусных расстояний тонких линз. Недостатки линз

Цель работы: экспериментальное определение фокусных расстояний выпуклой и вогнутой линз. Оценка аберраций линз.

Приборы и принадлежности: оптическая скамья, электрический фонарь с набором транспарантов, две тонкие линзы (выпуклая и вогнутая), набор диафрагм для выпуклой линзы, короткофокусная толстая линза, набор светофильтров, белый экран.

Литература:

1. Ландсберг Г.С. Оптика. — М.: Наука, 1976.
2. Савельев И.В. Курс общей физики. — М.: Наука, 1982. — Т. 2.

8.1 Вопросы для подготовки к работе

1. Что такое линза? Какие линзы называются тонкими?
2. Какая точка называется главным фокусом линзы?
3. Формула тонкой линзы.
4. Построить изображение в собирающей линзе (предмет за фокусом, перед фокусом, за двойным фокусом).
5. Построить изображение в рассеивающей линзе (предмет перед фокусом, за фокусом).
6. Методика измерения фокусных расстояний собирающей и рассеивающей линз.
7. Недостатки линз.

8.2 Теоретическое введение

Линзой в оптике называется прозрачное тело, ограниченное двумя правильными, обычно сферическими или цилиндрическими поверхностями.

Если расстоянием между вершинами ограничивающих поверхностей пренебречь нельзя, линзу называют толстой. Линза с пренебрежимо малым расстоянием между вершинами называется тонкой. В этой работе речь пойдет преимущественно о тонких линзах.

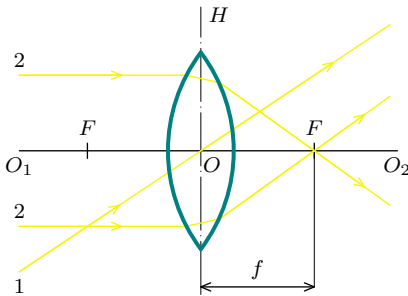


Рис. 3.27

Линзы могут собирать и рассеивать лучи. К собирающим линзам относятся, например, двояковыпуклые линзы, к рассеивающим — двояковогнутые (для линз, показатель преломления материала которых больше, чем показатель преломления окружающей среды).

На рис. 3.27 изображена собирающая линза. Прямая O_1O_2 , проходящая через вершины сферических поверхностей, называется главной оптической осью. Точка O называется оптическим центром, а плоскость H — главной плоскостью линзы.

Луч света 1, проходящий через оптический центр, линзой не преломляется. Лучи 2, параллельные главной оптической оси, преломляясь в линзе, пересекаются в точке F , лежащей на этой оси и называемой главным фокусом линзы. Расстояние f от оптического центра до главного фокуса называется главным фокусным расстоянием.

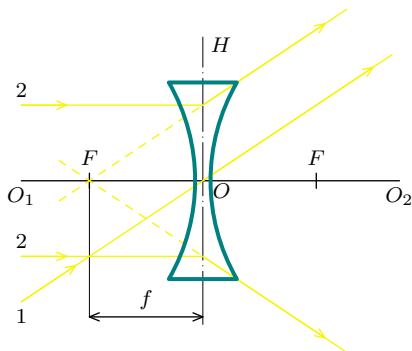


Рис. 3.28

На рис. 3.28 изображена рассеивающая линза. Обозначения те же, что и на рис. 3.27. Фокус у рассеивающей линзы мнимый: в точке фокуса пересекаются не сами лучи, а их воображаемые продолжения.

При построении изображения в тонкой линзе соотношение между расстоянием от предмета до главной плоскости линзы — a , от этой плоскости до изображения — b и главным фокусным расстоянием — f имеет

вид:

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f}. \quad (8.47)$$

Это выражение носит название формулы тонкой линзы. Записанное в таком виде, оно предполагает применение следующего правила знаков:

f — положительно для собирающей линзы и отрицательно для рассеивающей;

$a > 0, b > 0$ — для действительных предмета и изображения;

$a < 0, b < 0$ — для мнимых предмета и изображения.

В этом случае из формулы (8.47) следует для собирающей линзы:

$$f = \frac{ab}{a + b}; \quad (8.48)$$

для рассеивающей линзы

$$f = \frac{ab}{a - b}. \quad (8.49)$$

Оптическая сила D и фокусное расстояние f линзы зависят от радиусов кривизны R_1 и R_2 поверхностей, ограничивающих линзу, а также от показателя преломления n_2 материала линзы и n_1 окружающей среды:

$$D = \frac{1}{f} = \left(\frac{n_2}{n_1} - 1 \right) \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right). \quad (8.50)$$

Линза дает стигматическое или точечное изображение (т.е. любая точка предмета изображается точкой, поэтому нет искажений), если:

- линза тонкая;
- лучи параксиальные (близкие к оптической оси);
- свет монохроматический.

Примечание. Существует и другое правило знаков: a и b считаются положительными, если отложены по ходу луча, и отрицательными, если отложены против хода луча. Такое же правило имеет место и для радиусов кривизны линзы. С учетом изложенного, формула линзы примет вид:

$$-\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f} = \left(\frac{n_2}{n_1} - 1 \right) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right).$$

В реальных линзах наблюдаются специфические искажения изображения (абберации). Это хроматическая и геометрические абберации, астигматизм, дисторсия, кома и др.

Хроматическая абберация — это неодинаковая фокусировка лучей, характеризующих волны разной длины (рис. 3.29). Хроматическая абберация есть проявление дисперсионных свойств материала линзы. В результате изображение, полученное от источника, испускающего белый свет, размыто и окрашено по краям.

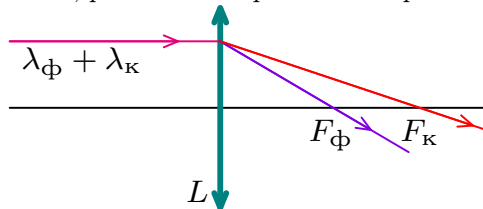


Рис. 3.29

Дадим краткую характеристику основных видов геометрических aberrаций.

Сферическая aberrация – это неодинаковая фокусировка лучей различными участками линзы (рис. 3.30). Сферическая aberrация есть следствие сферичности поверхности раздела двух сред (поверхности линзы), а также отсутствия параксиальности реальных световых пучков. Лучи, проходящие ближе к краю линзы, фокусируются ближе к линзе (точка F_1), чем лучи, проходящие около оптической оси (точка F_2). Сферическая aberrация приводит к тому, что на экране вместо точечного изображения получается размытое пятно (кружок рассеяния).

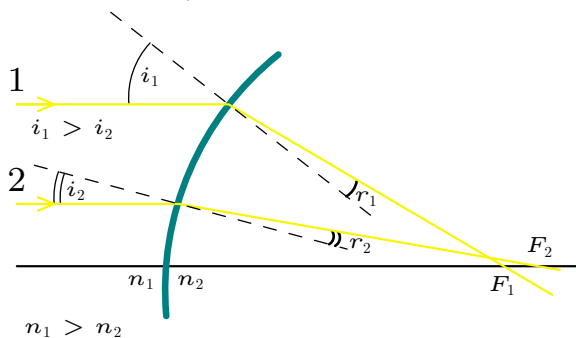


Рис. 3.30

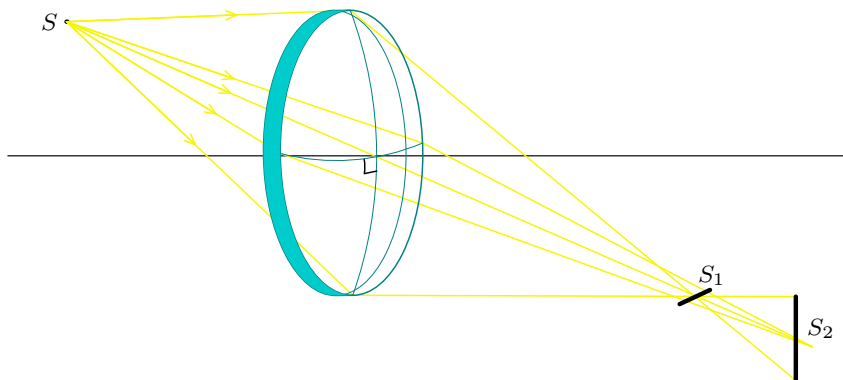


Рис. 3.31

Астигматизм — это потеря световым пучком гомоцентричности. (Гомоцентричным называется пучок лучей, исходящих из единого центра.) Если узкий пучок лучей, выходящий из одной точки, падает на линзу под значительным углом, то в результате прохождения через линзу он перестает быть гомоцентричным. Изображение точки в этом случае получается не стигматическим, а в виде двух, пространственно разделенных фокальных линий (рис. 3.31).

На практике астигматизм приводит к неодинаковой фокусировке вертикальных и горизонтальных линий, если линза расположена под углом к оптической оси.

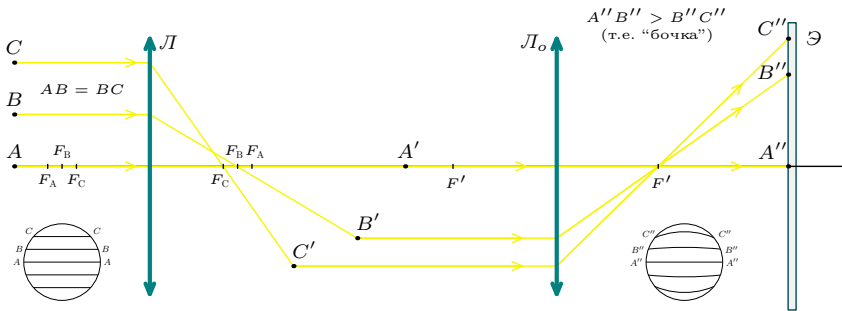


Рис. 3.32

Дисторсия есть искажение геометрической формы изображения протяженного предмета. Оно возникает из-за неравномерности увеличения, даваемого центром линзы и ее краями. Дисторсия проявляется только при работе с внеосевыми пучками, падающими на линзу под разными углами. В этом случае увеличение линзы зависит от угла падения лучей на нее.

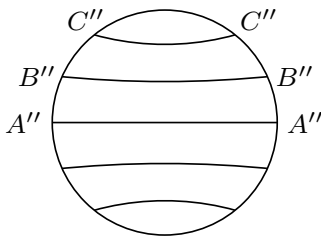


Рис. 3.33

На рис. 3.32 изображена одна из схем наблюдения дисторсии, когда объект (три точки, лежащие на прямой так, что $AB = BC$ и являющиеся сечением линий AA, BB, CC) находится за фокусом F линзы L . Линза L_0 моделирует глазной хрусталик, а экран \mathcal{E} — сетчатку глаза, если представить, что через линзу L рассматривается плоский объект с параллельными линиями.

Если объект будет находиться между фокусом F и линзой L , то возникнут искажения типа “подушки” (рис. 3.33), в отличие от “бочки” на рис. 3.32.

Таким образом, внешним проявлением дисторсии является искривление изображения прямых линий, скрещивающихся с оптической осью линзы.

8.3 Описание установки

Установка для определения главных фокусных расстояний тонких собирающих и рассеивающих линз в данной работе (рис. 3.34) состоит из оптической скамьи с делениями, на которой справа установлен электрический фонарь Φ , в передней части которого имеется обойма для помещения фигурных диафрагм (транспарантов) и светофильтров.

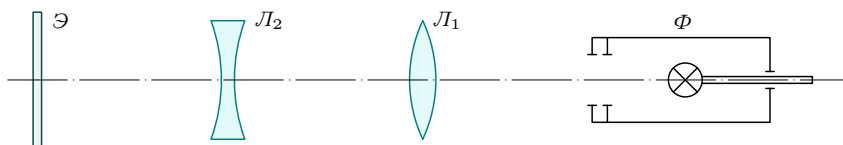


Рис. 3.34

Транспарант (чаще всего “стрелка”) является тем предметом, изображение которого формируется линзами на белом экране \mathcal{E} , помещенном на левом конце скамьи. Экран закреплен на рейтере и может перемещаться вдоль скамьи. Выпуклая L_1 , и вогнутая L_2 линзы также могут перемещаться на рейтерах между экраном и фонарем.

Для изучения недостатков линз в набор входят круглая и кольцевая диафрагмы, а также специальная линза для наблюдения дистосии. Иногда эту же линзу удобно использовать для наблюдения астигматизма.

8.4 Порядок выполнения работы

Задание 1. Знакомство с описанием и конструкцией экспериментальной установки.

Задание 2. Определение фокусного расстояния выпуклой линзы по расстояниям от предмета и его изображения до линзы.

Поместите экран на достаточно большом расстоянии от предмета (стрелки), поставьте между ними линзу и передвигайте ее в ту или другую сторону до тех пор, пока на экране не получится отчетливое изображение стрелки (рис. 3.35).

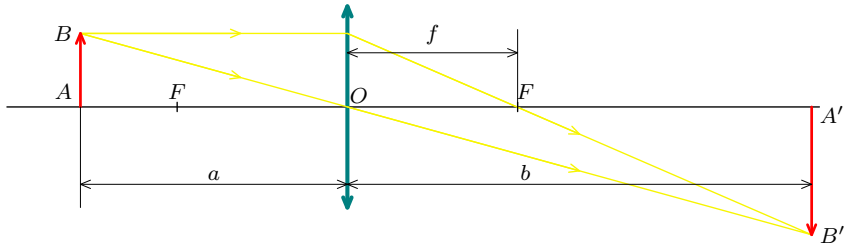


Рис. 3.35

Отсчитайте расстояние от предмета до линзы — a и от линзы до изображения — b по масштабу скамьи и по формуле (8.48) вычислите фокусное расстояние линзы. Эксперимент проведите не менее трех раз и результаты занесите в таблицу 3.9.

Таблица 3.9

| n | a_i | b_i | f_i | Δf_i | $(\Delta f_i)^2$ |
|--------|-------|-------|------------------|--------------|------------------|
| 1 | | | | | |
| 2 | | | | | |
| и т.д. | | | | | |
| | | | $f_{\text{ср.}}$ | | Σ |

Ошибку вычислите по формуле

$$\Delta f = t_{\alpha n} \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\Delta f_i)^2}{n(n-1)}},$$

где $t_{\alpha n}$ — коэффициент Стьюдента.

Окончательно результат запишите в виде $f = (f_{\text{ср}} \pm \Delta f)$ см, при $\alpha = \dots$

Задание 3. Определение фокусного расстояния выпуклой линзы по величине перемещения линзы.

Способ определения фокусного расстояния, предложенный в задании 2, имеет существенный недостаток, заключающийся в том, что не всегда четко определено положение оптического центра линзы, а следовательно, в определении расстояний a и b может появиться неучтенная систематическая ошибка. Для более точного определения фокусного расстояния используют метод перемещения линзы.

Если расстояние A от предмета до изображения более $4f$, то всегда найдутся два таких положения линзы, при которых на экране получается отчетливое изображение предмета: в одном случае — уменьшенное, а в другом — увеличенное (рис. 3.36).

Пусть X — расстояние от предмета до первого положения линзы, ℓ — расстояние между первым и вторым положением линзы. Имея в виду, что $A > 4f$, можно записать по формуле линзы:

$$\text{для положения 1: } f = \frac{(A - x)x}{A}; \quad (8.51)$$

$$\text{для положения 2: } f = \frac{(A - \ell - x)(x + \ell)}{A}. \quad (8.52)$$

Приравняв правые части, получим

$$x = \frac{A - \ell}{2}.$$

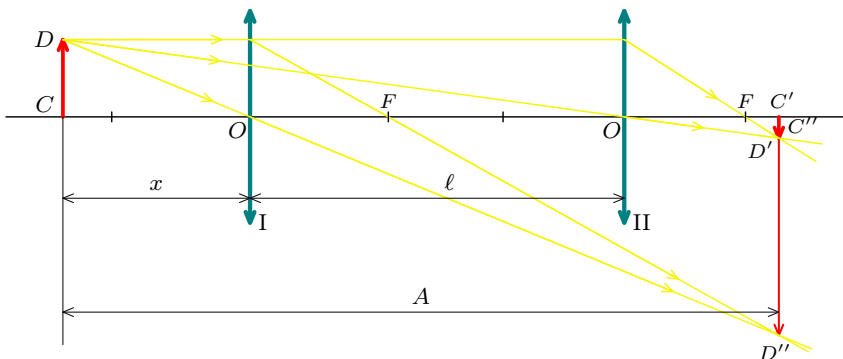


Рис. 3.36

Подставив это значение в (8.51) или (8.52), окончательно получим

$$f = \frac{A^2 - \ell^2}{4A}. \quad (8.53)$$

Практически измерения сводятся к следующему: установите предмет и экран на расстоянии $A > 4f$ (возьмите f из задания 2), добейтесь получения на экране отчетливого изображения, например увеличенного. Заметив это положение линзы, передвиньте ее в сторону экрана и получите уменьшенное изображение. Теперь определите расстояние ℓ между первым и вторым положением линзы. Опыт проделайте не менее трех раз, при этом расстояние A остается постоянным. Результаты запишите в таблицу 3.10.

Таблица 3.10

| n | A_i | ℓ_i | f_i | Δf_i | $(\Delta f_i)^2$ |
|--------|-------|----------|------------------|--------------|------------------|
| 1 | | | | | |
| 2 | | | | | |
| и т.д. | | | | | |
| | | | $f_{\text{ср.}}$ | | Σ |

Ошибку вычислите так же, как в задании 2. Результат запишите в виде $f = (f_{\text{ср}} \pm \Delta f)$ см, при $\alpha = \dots$

Задание 4. Определение фокусного расстояния рассеивающей линзы.

Рассеивающая линза не дает действительного изображения на экране, поэтому ее исследуют при помощи собирающей линзы (рис. 3.37).

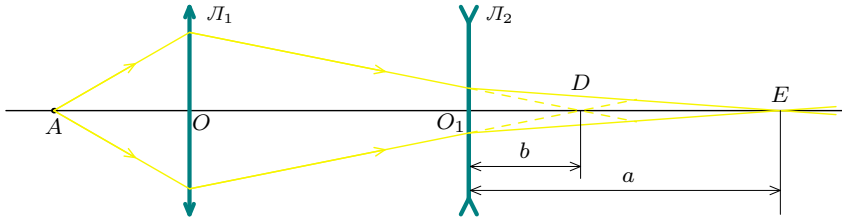


Рис. 3.37

Если на пути лучей, выходящих из точки A и сходящихся в точке D после преломления в собирающей линзе, поставить рассеивающую линзу L_2 , то действительный фокус удалится от линзы L_1 . Пусть изображение точки A переместится при этом из точки D в точку E . Вследствие принципа обратимости лучей, можно рассмотреть лучи света как распространяющиеся из точки E . Тогда точка D будет мнимым изображением точки E после преломления лучей рассеивающей линзой L_2 . Таким образом, расстояние O_1E будет являться расстоянием a от предмета до линзы, а расстояние O_1D — расстоянием b от линзы до изображения.

Эти расстояния удобно определять следующим образом. Между собирающей линзой и экраном поставьте рассеивающую линзу, и, перемещая обе линзы (а при необходимости и экран), получите изображение стрелки. Измерьте расстояние a от экрана до рассеивающей линзы. Затем заметьте положение рассеивающей линзы (точка O_1) и уберите ее. Экран передвиньте в сторону собирающей линзы и снова получите резкое изображение стрелки. Измерьте расстояние b от экрана до замеченной точки O_1 . Опыт повторите не менее трех раз при неизменном положении собирающей линзы. Результат занесите в таблицу 3.11. Ошибку рассчитайте так же, как в заданиях 2 и 3.

Таблица 3.11

| n | a_i | b_i | f_i | Δf_i | $(\Delta f_i)^2$ |
|--------------|--------------|--------------|------------------|--------------|------------------|
| 1 | | | | | |
| 2 | | | | | |
| и т.д. | | | | | |
| X | X | X | $f_{\text{ср.}}$ | X | Σ |

Окончательный результат запишите в виде $f = (f_{\text{ср}} \pm \Delta f)$ см, при $\alpha = \dots$

Задание 5. Исследование недостатков линз.

а) Для определения **хроматической аберрации** собирающей линзы измерьте ее фокусные расстояния (как в задании 2) для красных и фиолетовых лучей (т.е. для граничных лучей видимого спектра, полагая, что в этом диапазоне величина хроматической аберра-

ции есть монотонная функция от длины волны). Разность этих фокусных расстояний может служить мерой хроматической аберрации.

Светофильтры вставляйте в обойму в передней части осветителя. Фокусные расстояния измерьте не менее трех раз при неизменном положении осветителя и экрана (передвигается линза) или при неизменном положении осветителя и линзы (передвигается экран). Результаты занесите в таблицу 3.12.

Таблица 3.12

| n | λ | a_i | b_i | $f_i = \frac{a_i b_i}{a_i + b_i}$ | $S_i = f_k - f_\phi$ | ΔS_i | $(\Delta S_i)^2$ |
|-----|----------------|-------|-------|-----------------------------------|----------------------|--------------|------------------|
| 1 | λ_k | | | | | | |
| | λ_ϕ | | | | | | |
| 2 | λ_k | | | | | | |
| | λ_ϕ | | | | | | |
| 3 | λ_k | | | | | | |
| | λ_ϕ | | | | | | |
| | | | | | $S_{cp.}$ | | Σ |

Ошибку рассчитайте так же, как в предыдущих заданиях.

Окончательный результат запишите в виде

$$S = (S_{cp} \pm \Delta S) \text{ см, при } \alpha = \dots$$

б) Наблюдение **сферической аберрации** проведите с красным светофильтром. Сначала откройте кольцевой диафрагмой периферическую часть линзы и определите ее фокусное расстояние по методике задания 2. Затем откройте круглой диафрагмой центральную часть линзы и аналогично определите фокусное расстояние. Разность этих фокусных расстояний может служить мерой сферической аберрации. Измерения проделайте не менее трех раз и результаты занесите в таблицу 5, которая по форме аналогична таблице 3.12, с той лишь разницей, что $\lambda_{кр.}$ следует заменить на “кольцевая диафрагма”, а $\lambda_{ср.}$ — на “круглая диафрагма”. Обработку данных проведите аналогично.

в) Явление **астигматизма** пронаблюдайте чисто качественно, повернув линзу вокруг вертикальной оси на произвольный угол и используя в качестве предмета крестообразную щель.

г) На качественном уровне пронаблюдайте **дисторсию**. Для этого поместите в обойму для светофильтров стекло с нарисованной сеткой. Рассматривая глазом эту сетку через собирающую линзу, получите ее бочкообразное и подушкообразное изображения. Зарисуйте полученные изображения.

8.5 Контрольные вопросы

1. Выведите формулу тонкой линзы и формулу (8.53).
2. Какую величину называют оптической силой линзы? От чего она зависит?
3. Может ли двояковыпуклая линза быть рассеивающей?
4. Как определить ход луча, падающего на линзу под произвольным углом?
5. Задав фокусы линз, постройте изображение точки A (рис. 3.37). Всегда ли в такой системе линз получится действительное изображение?
6. Почему мы считаем точку D изображением точки E в рассеивающей линзе? (Рис. 3.37) Что можно назвать мнимым изображением?
7. Как изменится изображение предмета, если закрыть половину линзы?
8. Какой из примененных в работе методов измерения фокусного расстояния собирающей линзы более точен?
9. От чего зависит точность результатов в каждом задании?

Лабораторная работа № 10

Моделирование оптических приборов

Цель работы:* ознакомление с оптическими схемами коллиматора, зрительных труб Кеплера и Галилея, микроскопа; моделирование этих схем из простых линз и определение увеличения смоделированных оптических систем.

*Идея работы и рисунки заимствованы из [2] (стр. 326).

Приборы и принадлежности: оптическая скамья, набор положительных и отрицательных линз в оправках с метками фокусных расстояний, осветитель с измерительной сеткой, экран из матовой миллиметровой бумаги, вспомогательная зрительная труба с окулярной шкалой.

Литература:

1. Лабораторный практикум по физике / Под ред. А.С. Ахматова. – М.: Высшая школа, 1980. – Работа № 57.
2. Лабораторные занятия по физике / Под ред. Л.Л. Гольдина. – М.: Наука, 1983. – Работа № 5.2.
3. Ландсберг Г.С. Оптика. – М.: Наука, 1976.
4. Гершензон Е.М., Малов Н.Н., Эткин В.С. Курс общей физики. Оптика и атомная физика. – М.: Просвещение, 1981.

9.1 Вопросы для подготовки к работе

1. Зрительная труба Кеплера. Ход лучей в ней.
2. Какой ход лучей называется телескопическим?
3. Зрительная труба Галилея. Ход лучей в ней.
4. Ход лучей в микроскопе.
5. Что такое центрированная оптическая система?
6. Что такое коллиматор?
7. Как вычислить увеличение зрительной трубы и микроскопа?

9.2 Теоретическое введение

Для наблюдения удаленных от глаза предметов используются зрительные трубы: астрономическая (Кеплера) и земная (Галилея). Для рассмотрения мелких предметов служит микроскоп. Каждый из этих оптических приборов состоит из двух основных частей: объектива — линзы, обращенной к объекту, и окуляра — линзы, обращенной к наблюдателю. Объектив, в качестве которого используется положительная линза, создает действительное изображение предмета. Это изображение рассматривается глазом через окуляр.

Система линз, входящих в оптический прибор, должна быть центрирована. Оптическая система называется центрированной, если центры всех поверхностей, ограничивающих линзы, лежат на одной прямой, называемой главной оптической осью. Если система идеально центрирована, то она дает стигматическое (точечное) изображение точечного объекта, т.е. гомоцентрический параксиальный пучок остается гомоцентрическим.

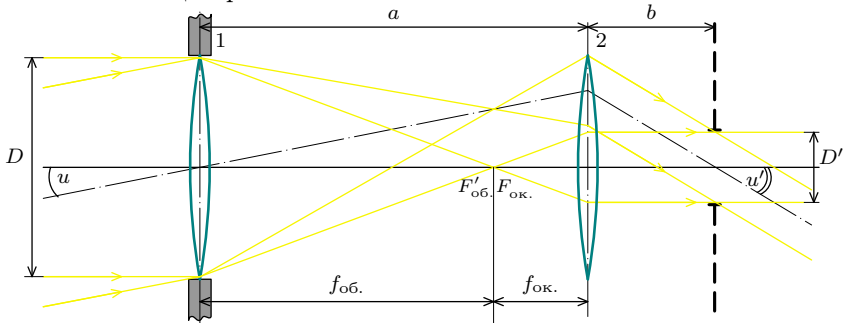


Рис. 3.38

На рис. 3.38 изображена оптическая схема **зрительной трубы Кеплера**. Она состоит из длиннофокусного объектива (1) и короткофокусного окуляра (2). Вторым главным фокусом $F'_{об.}$ объектива совпадает с первым главным фокусом $F_{ок.}$ окуляра, благодаря чему проходящий в объектив параллельный пучок лучей выходит из окуляра также параллельным. В этом случае труба является афокальной системой ($\Delta = a - f_{об.} - f_{ок.} = 0$), а ход лучей в ней называется телескопическим.

Если рассмотреть два параллельных пучка лучей, идущих от бесконечно удаленных точек и попадающих в объектив под углом u , а выходящих из зрительной трубы под углом u' , то угловое увеличение трубы β можно вычислить как, отношение тангенсов углов входа и выхода:

$$\beta = \frac{\operatorname{tg} u'}{\operatorname{tg} u}, \quad (9.54)$$

где u' — угол, под который рассматриваемые точки видны в трубе;

u — угол, под которым эти точки видны невооруженным глазом (если глаз поместить вместо объектива на оптической оси трубы).

Ширина параллельного пучка лучей, входящих в объектив, определяется диаметром D его оправы (входной зрачок). Ширина пучка, выходящего из окуляра, определяется диаметром изображения оправы объектива, даваемого окуляром (выходной зрачок).

Из рис. 3.38 можно видеть, что

$$\frac{\operatorname{tg} u'}{\operatorname{tg} u} = \frac{f_{\text{об.}} + f_{\text{ок.}}}{b} = \frac{D}{D'} \quad \text{и} \quad \frac{f_{\text{об.}}}{f_{\text{ок.}}} = \frac{D}{D'}$$

т.е. угловое увеличение зрительной трубы можно вычислить из следующих соотношений:

$$\beta = \frac{D}{D'}; \quad (9.55)$$

$$\beta = \frac{f_{\text{об.}}}{f_{\text{ок.}}}. \quad (9.56)$$

Линейное увеличение Γ можно найти, пользуясь соотношением $\Gamma \cdot \beta = 1$, следовательно

$$\Gamma = \frac{f_{\text{ок.}}}{f_{\text{об.}}} = \frac{D'}{D}. \quad (9.57)$$

Так как $D' < D$, то очевидно, что зрительная труба формирует уменьшенное изображение.

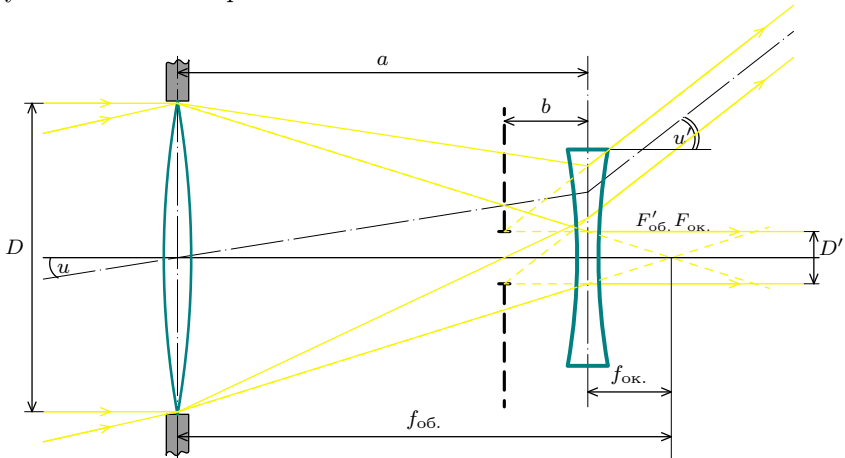


Рис. 3.39

Если заменить положительный окуляр зрительной астрономической трубы отрицательным, то получится **зрительная труба Галилея**. При телескопическом ходе лучей в галилеевой трубе расстояние между объективом и окуляром равно разности (точнее, алгебраической сумме) их фокусных расстояний (рис. 3.39), а изображение оправы объектива, даваемое окуляром, является мнимым. Это изображение располагается между окуляром и объективом и заметно ограничивает поле зрения.

Формулы (9.54-9.56) справедливы и для трубы Галилея. Достоинством галилеевой трубы является то, что она дает прямое изображение. Поэтому простейшие зрительные трубы и театральные бинокли делают по схеме Галилея.

На рис. 3.40 приведена оптическая схема **микроскопа**. Ход лучей приведен в предположении, что глаз наблюдателя аккомодирован на бесконечность. Тангенс угла u' , под которым видно изображение, определяется соотношением:

$$\operatorname{tg} u' = \frac{y'}{f_{\text{ок.}}} = \frac{by}{af_{\text{ок.}}},$$

где y — размер предмета,

y' — размер промежуточного изображения.

При наблюдении предмета невооруженным глазом с расстояния наилучшего зрения ($L = 25$ см) тангенс угла зрения равен:

$$\operatorname{tg} u = \frac{y}{L}.$$

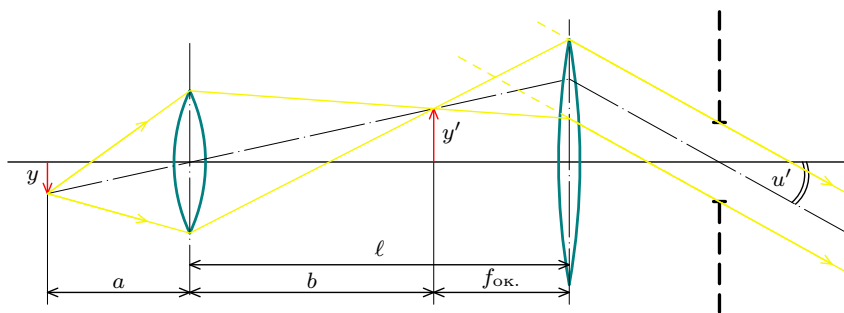


Рис. 3.40

Следовательно, увеличение микроскопа равно:

$$\beta = \frac{\operatorname{tg} u'}{\operatorname{tg} u} = \frac{bL}{af_{\text{ок}}}.$$

Это выражение можно переписать в несколько ином виде:

$$\beta = \frac{L(\ell - f_{\text{об.}} - f_{\text{ок.}})}{f_{\text{об.}} \cdot f_{\text{ок.}}},$$

где ℓ — длина тубуса микроскопа.

Введя величину $\ell - f_{\text{об.}} - f_{\text{ок.}} = \Delta$, называемую оптическим интервалом микроскопа (он равен расстоянию между вторым фокусом объектива и первым фокусом окуляра), получим:

$$\beta = \frac{L\Delta}{f_{\text{об.}} \cdot f_{\text{ок.}}} \quad (9.58)$$

Приведенные выше формулы для расчета увеличения оптических приборов основаны на предположении об аккомодации глаза наблюдателя на бесконечность. В этом предположении увеличение является объективной характеристикой оптического инструмента. Если глаз наблюдателя изменяет аккомодацию, то оптический инструмент должен быть соответственно перефокусирован, т.е. фокусы объектива и окуляра должны быть раздвинуты. В зрительных трубах это достигается перемещением окуляра, в микроскопе — перемещением всей оптической системы относительно предмета. В результате этого увеличение прибора несколько изменяется. В связи с этим часто говорят о субъективном увеличении прибора. Как правило, разница между субъективным и объективным увеличением оказывается незначительной. Ход лучей в микроскопе, когда глаз аккомодирован не на бесконечность, приведен в работе № 11 (стр. 337). Построить соответствующий ход лучей для зрительных труб Кеплера и Галилея предлагается самостоятельно.

9.3 Описание установки

Установка состоит из набора положительных и отрицательных линз с метками фокусных расстояний. Линзы можно укреплять в рейтерах, позволяющих производить их регулировку по высоте. В комплект установки также входит осветитель с сеткой на матовом стекле,

экран из матовой миллиметровой бумаги и вспомогательная зрительная труба с окулярной шкалой.

Моделирование приборов производится на оптической скамье длиной 2,8 м, имеющей шкалу с ценой деления 1 мм. Осветитель укрепляется на одном конце скамьи, а остальные детали установки размещаются на скамье по мере надобности.

9.4 Порядок выполнения работы

Задание 1. Знакомство с описанием и конструкцией экспериментальной установки и юстировка (центрирование) линз.

При юстировке любых оптических приборов важно центрировать входящие в систему линзы. Проходя через плохо центрированную систему линз, лучи света отклоняются в сторону и могут вообще не доходить до глаза наблюдателя.

В данной работе производится центрирование линз по высоте, т.е. регулировка их центров по вертикали.

Подвиньте матовый экран вплотную к осветителю и на нем простым карандашом отметьте теневое изображение центрального креста сетки осветителя. Затем передвиньте экран в конец скамьи. Между осветителем и экраном поместите рейтер с положительной линзой. Передвигая рейтер с линзой по скамье, получите на экране четкое изображение сетки осветителя. Передвигая линзу по высоте, совместите изображение центрального креста с крестом на экране. Закрепите линзу в рейтере. Перемещая экран и линзу вдоль скамьи, повторите эту операцию для нескольких взаимных расположений линзы и экрана, каждый раз уточняя положение линзы.

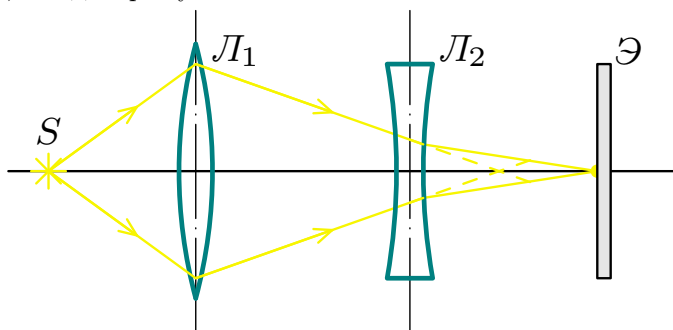


Рис. 3.41

Для юстировки отрицательной линзы поместите на оптическую скамью рейтер с уже отъюстированной по высоте положительной длиннофокусной линзой L_1 , а затем рейтер с отрицательной линзой L_2 (рис. 3.41). Изменяя положение отрицательной линзы, совместите изображение креста осветителя с отметкой на экране Э и закрепите линзу в положении совмещения.

Отрегулируйте вспомогательную зрительную трубу, фокусируя ее на сетке осветителя и совмещая центр окулярной шкалы с центром сетки. Затем настройте эту трубу на какой-либо удаленный предмет, например, на видимый из окна объект (дерево, дом и т.п.) или на предметы в конце длинного коридора. Это называется настройкой “на бесконечность”.

Задание 2. Моделирование зрительной трубы Кеплера.

Согласно рис. 3.38 в зрительную трубу должны входить параллельные лучи, испускаемые бесконечно удаленным источником света. Можно получить параллельные лучи и от источника, расположенного на конечном расстоянии, при помощи системы, называемой коллиматором. На рис. 3.42 представлена схема коллиматора вместе со зрительной трубой. Точечный источник света (1) располагается в первом фокусе объектива (2) коллиматора. Из объектива выходят параллельные (коллимированные) лучи. Если на пути таких лучей поставить вспомогательную зрительную трубу (3), то изображение источника света будет видно через эту трубу как изображение удаленного источника. В данной работе вместо точечного источника света через зрительную трубу рассматривается сетка осветителя.

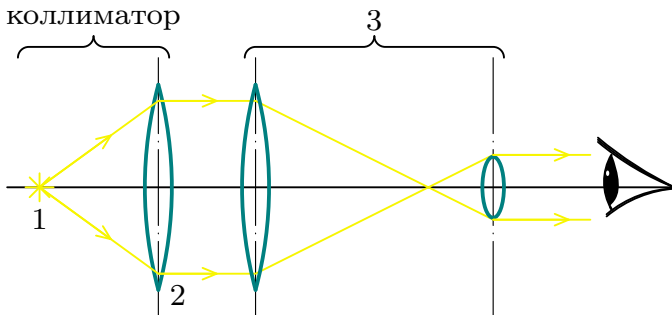


Рис. 3.42

Соберите коллиматор по схеме рис. 3.42, используя в качестве объектива положительную линзу (2) с небольшим (15-25 см) фокусным расстоянием. Линзу поставьте так, чтобы сетка осветителя оказалась приблизительно в ее первой фокальной плоскости. Установите на оптической скамье вспомогательную зрительную трубу и, наблюдая через нее изображение сетки осветителя, перемещением линзы (2) добейтесь резкого изображения сетки. Это положение линзы (2) будет соответствовать наиболее точному расположению шкалы осветителя в ее фокальной плоскости.

Получите у преподавателя задание, какую (по увеличению) зрительную трубу Вам следует смоделировать. Подберите, руководствуясь соотношением (9.56), подходящие длиннофокусную и короткофокусную линзы для использования в качестве объектива и окуляра моделируемой зрительной трубы.

Поместите линзу-объектив вблизи объектива коллиматора, а затем установите линзу-окуляр так, чтобы ход лучей был телескопическим. Это достигается с помощью вспомогательной зрительной трубы, помещенной за линзой-окуляром. Регулируя положение линзы-окуляра, добейтесь максимальной резкости изображения сетки осветителя, наблюдаемой через две трубы (моделируемую и вспомогательную), расположенные друг за другом.

Уберите вспомогательную зрительную трубу и измерьте диаметры D входного и D' выходного зрачков моделируемой трубы. Диаметр входного зрачка измеряется линейкой. Диаметр выходного зрачка — при помощи миллиметровой бумаги, из которой изготовлен матовый экран. Для измерения экран ставится в такое положение, где размытое световое пятно (изображение оправы объектива, даваемое окуляром) становится резким.

Результаты занесите в таблицу 3.13. Измерение диаметров произведите не менее чем в трех различных направлениях.

Таблица 3.13

| n | D_i | D'_i | β_i | $\Delta\beta_i$ | $(\Delta\beta_i)^2$ |
|--------|-------|--------|----------------------|-----------------|---------------------|
| 1 | | | | | |
| 2 | | | | | |
| и т.д. | | | | | |
| X | X | X | $\beta_{\text{ср.}}$ | X | Σ |

Вычислите увеличение зрительной трубы по формуле (9.55). Результат запишите в виде

$$\beta = \beta_{\text{ср}} \pm \Delta\beta \quad \text{при } \alpha = \dots$$

Сравните полученный результат со значением увеличения, рассчитанным по формуле (9.56). Вычислите линейное увеличение по формуле (9.57).

Задание 3. Моделирование зрительной трубы Галилея.

Соберите коллиматор, как указано в задании 2. Выберите длиннофокусную положительную линзу для объектива и короткофокусную отрицательную для окуляра.

Соберите модель трубы Галилея по схеме рис. 3.39, учитывая, что пучок параллельных лучей входит в линзу-объектив из коллиматора, а резкое изображение сетки осветителя наблюдается через вспомогательную зрительную трубу при полном совпадении вторых фокусов объектива и окуляра (коллиматор и вспомогательная, зрительная труба на рис. 3.39 не показаны).

Вычислите увеличение трубы Галилея по формуле (9.56).

Определите экспериментально увеличение трубы Галилея по формуле (9.54), учитывая, что угловое увеличение зрительной трубы равно отношению тангенсов углов зрения на предмет с трубой и без трубы. Для этого предмет (сетка осветителя) наблюдается сначала через две трубы: смоделированную трубу Галилея и вспомогательную трубу, а затем — только через вспомогательную трубу при снятых со скамьи линзах, образующих трубу Галилея. В обоих случаях наблюдаемая сетка осветителя измеряется по окулярной шкале вспомогательной трубы. Если результат измерения через две трубы — ℓ' , а через вспомогательную трубу — ℓ , то линейное увеличение будет

$$\Gamma = \frac{\ell'}{\ell}.$$

Таблица 3.14

| n | ℓ'_i | ℓ_i | Γ_i | $\Delta\Gamma_i$ | $(\Delta\Gamma_i)^2$ |
|--------|-----------|----------|-----------------------|------------------|----------------------|
| 1 | | | | | |
| 2 | | | | | |
| и т.д. | | | | | |
| X | X | X | $\Gamma_{\text{ср.}}$ | X | Σ |

Результаты измерений занесите в таблицу 3.14.

Результат запишите в виде

$$\Gamma = \Gamma_{\text{ср}} \pm \Delta\Gamma \quad \text{при } \alpha = \dots$$

Угловое увеличение трубы вычислите из соотношения $\Gamma\beta = 1$. Сравните этот результат с полученным по формуле (9.55).

Задание 4. Моделирование микроскопа.

Модель микроскопа состоит из двух положительных линз: короткофокусной линзы-объектива и длиннофокусной линзы-окуляра. Предметом является сетка осветителя.

Соберите микроскоп с $\beta = 2$. Для этого по формуле (9.58) определите Δ — оптический интервал и ℓ — длину тубуса микроскопа. Сфокусируйте микроскоп на сетку осветителя. Для этого перемещайте осветитель вдоль оптической скамьи до тех пор, пока в окуляре микроскопа не появится отчетливое увеличенное изображение сетки осветителя.

Расположите за окуляром модели микроскопа вспомогательную зрительную трубу, наведенную на бесконечность. Слегка перемещая осветитель, получите в поле зрения трубы резкое изображение его сетки.

Определите увеличение микроскопа. Для этого по окулярной шкале вспомогательной трубы, установленной за окуляром микроскопа, измерьте размер ℓ_2 некоторого количества делений сетки осветителя. Затем уберите с оптической скамьи окуляр микроскопа. Передвигая оставшуюся линзу (объектив), получите четкое изображение сетки осветителя в окуляре зрительной трубы (как при настройке коллиматора). Измерьте по окулярной шкале размер ℓ_1 такого же количества делений сетки осветителя.

Увеличение микроскопа определите по формуле

$$\beta = \frac{\ell_2}{\ell_1} \cdot \frac{L}{f_{\text{об.}}},$$

где $L = 0,25$ м — расстояние наилучшего зрения нормального глаза.

9.5 Контрольные вопросы

1. Выведите рабочие формулы (9.55 - 9.58).
2. Всегда ли входной зрачок оптической системы равен диаметру объектива?
3. Постройте ход лучей в оптических трубах Кеплера и Галилея, а также в микроскопе для случая, когда глаз аккомодирован на бесконечность.
4. Почему нельзя определить угловое увеличение трубы Галилея по формуле (9.55)?
5. Сравните по точности различные методы определения углового увеличения зрительных труб (формулы (9.54 - 9.56)).

Лабораторная работа № 11

Изучение микроскопа

Цель работы: изучение принципа работы микроскопа, назначения его отдельных частей, экспериментальное определение его увеличения, определение размеров малых объектов.

Приборы и принадлежности: микроскоп МБР-1, объективный микрометр, рисовальный аппарат РА-6, исследуемые объекты (волос на стекле, тонкие стеклянные пластинки с царапинами), окуляр с отсчетной шкалой.

Литература:

1. Александров Н.В. и др. Практикум по курсу общей физики. Выпуск 4. – М.: Просвещение, 1972.
2. Ландсберг Г.С. Оптика. – М.: Наука, 1976.

10.1 Вопросы для подготовки к работе

1. Устройство и работа оптических приборов, вооружающих глаз: лупы, зрительной трубы (Кеплера, Галилея).
2. Устройство микроскопа и ход лучей в его оптической системе.
3. В чем заключается явление аккомодации глаза?
4. Почему масштабная линейка должна находиться на вполне определенном расстоянии от рисовального аппарата?

10.2 Теоретическое введение

Глаз человека не может различать удаленных предметов или близких, но достаточно малых, если угол зрения, под которым они рассматриваются, меньше одной минуты. Угол зрения — это угол между лучами, идущими в глаз от крайних точек рассматриваемого предмета (рис. 3.43). С уменьшением расстояния от предмета до глаза угол зрения увеличивается, но существует минимальное расстояние, на котором глаз еще способен видеть предмет. Этому минимальному расстоянию соответствует максимальная напряженность мышц хрусталика глаза. Такое состояние называется пределом аккомодации глаза.

Рассмотрим принцип действия микроскопа.

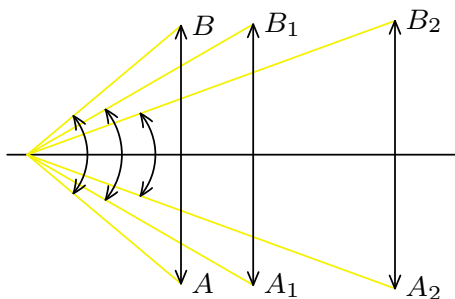


Рис. 3.43.

а) Получение изображения в микроскопе.

Оптическая схема микроскопа приведена на рис. 3.44. Ход лучей дан в предположении, что глаз наблюдателя аккомодирован **не на бесконечность**.

Объектив микроскопа должен давать действительное и увеличенное изображение малых предметов. Поэтому рассматриваемый объект AB располагается немного дальше главного фокуса объектива (фокусное расстояние объектива порядка нескольких мм), изображение A_1B_1 предмета AB получается за двойным фокусным расстоянием по другую сторону объектива. Изображение A_1B_1 , даваемое объективом, рассматривается в окуляре. Окуляр действует как лупа, т.е. дает мнимое увеличенное изображение A_2B_2 предмета AB . Для этого действительное изображение A_1B_1 должно располагаться между окуляром и его главным фокусом достаточно близко к фокальной плоскости окуляра.

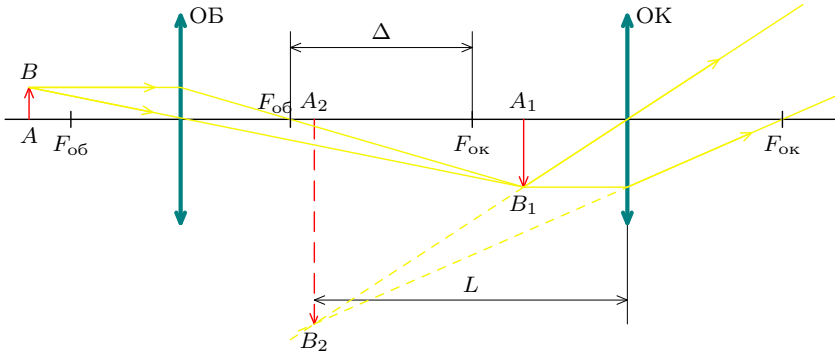


Рис. 3.44.

Одной из основных характеристик микроскопа является его увеличение, которое можно рассчитать по формуле:

$$\left. \begin{aligned} k_{об.} &= \frac{\Delta}{f_{об.}} \\ k_{ок.} &= \frac{L}{f_{ок.}} \end{aligned} \right\} \Rightarrow k = k_{об.} \cdot k_{ок.} = \frac{\Delta \cdot L}{f_{об.} \cdot f_{ок.}}, \quad (10.59)$$

- где Δ — оптическая длина тубуса микроскопа;
 L — расстояние наилучшего зрения, равное 250 мм;
 $f_{об.}$ — фокусное расстояние объектива;
 $f_{ок.}$ — фокусное расстояние окуляра.

Практически увеличение микроскопа можно найти путем сравнения размеров изображения A_2B_2 с размерами предмета AB по формуле

$$k = \frac{A_2B_2}{AB}. \quad (10.60)$$

Для этого в качестве предмета AB надо взять малый объект известных размеров, например, выпускаемый промышленностью **объективный микрометр**. Он представляет собой прозрачную или непрозрачную пластинку, на которую нанесена мелкая шкала с известной ценой деления. Изображение этой шкалы, даваемое микроскопом, измеряется обычной масштабной линейкой. Тогда

$$AB = aN_1, \quad A_2B_2 = bN_2,$$

- где a — цена деления объективного микрометра,
 N_1 — число делений микрометра,
 b — цена деления измерительной линейки,
 N_2 — число делений этой линейки.

Увеличение микроскопа находится как

$$k = \frac{bN_2}{aN_1}. \quad (10.61)$$

б) Измерение толщины прозрачных объектов.

Микроскоп обладает свойством острой фокусировки, т.е. он дает отчетливое изображение предметов, лежащих в очень тонком слое. Микрометрический винт B позволяет точно измерить перемещение тубуса, а это дает возможность определять расстояние между двумя горизонтальными плоскостями в прозрачной среде, где находятся наблюдаемые объекты.

Таким образом, для измерения толщины прозрачной пластинки надо произвести фокусировку микроскопа сначала на микрообъекты, находящиеся в одной плоскости (например, на верхней поверхности пластинки), а затем на микрообъекты во второй плоскости (например, на нижней поверхности пластинки) и рассчитать расстояние по соответствующему повороту головки микрометрического винта. При этом, однако, необходимо принять во внимание, что истинное расстояние между плоскостями, на которые фокусируется микроскоп в прозрачной среде, больше перемещения тубуса в h раз:

$$h = nh_1, \quad (10.62)$$

- где n — показатель преломления,
 h — действительная толщина,
 h_1 — оптическая толщина (перемещение тубуса).

10.3 Описание установки

Микроскоп состоит из тубуса T , предметного столика C и осветительного устройства OY (рис. 3.45). Тубус микроскопа укреплен над

столиком, на который кладут рассматриваемый предмет. Под столиком находится осветительный узел.

Оптическая система микроскопа состоит из двух систем линз: объектива $ОБ$, находящегося в нижней части тубуса и обращенного к предмету, а также окуляра $ОК$, находящегося в верхней части тубуса и обращенного к глазу.

Объектив представляет собой сложную систему линз, в которой устранены сферическая и хроматическая аберрации. Объектив является важнейшей частью микроскопа, определяющей качество изображения, его светосилу и разрешающую способность.

Окуляр — это оптическая система, состоящая обычно из двух плосковыпуклых линз: полевой и глазной. Такая система позволяет устранить астигматизм.

Фокусировка микроскопа (т.е. “наводка на резкость”) производится перемещением тубуса микроскопа в целом относительно объекта. Перемещение тубуса производится при помощи кремальеры, состоящей из шестеренки, вращением которой (рукоятки B_1 и B_2) передвигается зубчатая рейка, соединенная с тубусом. Большинство современных микроскопов имеют наклонный тубус (точнее, объектив закреплен вертикально, а окуляр — под некоторым углом к вертикали), что представляет несомненное удобство при работе с прибором. Достигнуто это благодаря применению отклоняющей призмы $ПР$, расположенной между объективом и окуляром.

Для измерительных целей в некоторые окуляры микроскопов помещают окулярные микрометры. Окулярный микрометр представляет собой стеклянную пластинку с нанесенной на нее отсчетной шкалой, которая устанавливается в фокальной плоскости окуляра микроскопа.

Осветительное приспособление микроскопа состоит из зеркала $З$ и конденсора $К$ с диафрагмой $Д$. Зеркало направляет лучи от источника света вдоль оси микроскопа. Оно имеет две отражающие поверхности: плоскую и вогнутую. Вогнутая поверхность служит для конденсации света на рассматриваемый объект и применяется при отсутствии конденсора.

Конденсор представляет собой систему линз, собирающих свет, отраженный от плоского зеркала в сильно сходящийся пучок, направленный на рассматриваемый объект. Диафрагма $Д$ позволяет регулировать яркость поля зрения. Перемещение конденсора производится рукояткой B_3 при помощи кремальеры.

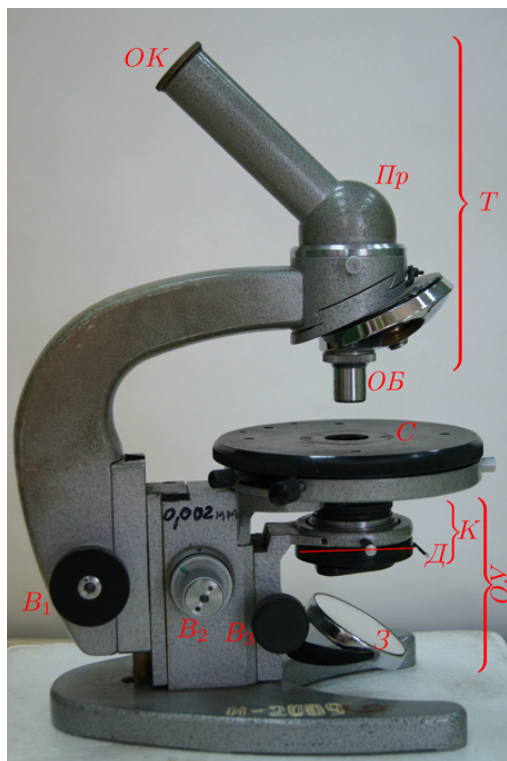


Рис. 3.45.

10.4 Порядок выполнения работы

Задание 1. Изучение устройства и принципа действия микроскопа.

Задание 2. Определение увеличения микроскопа.

Увеличение микроскопа определяют по формуле (10.61). Объективный микрометр в данной работе имеет шкалу, нанесенную на непрозрачную пластинку, с ценой деления 0,01 мм. Для определения размеров изображения A_2B_2 объективного микрометра, полученного в микроскопе, используйте обычную масштабную линейку с ценой деления 1 мм, которую совместите с изображением A_2B_2 с помощью

рисовального аппарата. (Устройство и принцип действия рисовального аппарата РА-6 даны в приложении к работе.)

Для работы с аппаратом РА-6 снимите с микроскопа монокулярную насадку и на освободившееся место поставьте рисовальный аппарат. Сверху в гнездо аппарата (рис. 3.46) опять вставьте насадку и закрепите ее винтом (14). Включите в работу призму-куб поворотом кольца (19) до упора в направлении от себя. В оправе (17) должен лежать экранирующий диск. Положите под головку (12) на подставку с зачерненной поверхностью масштабную линейку (расстояние от головки аппарата до линейки должно быть 100 мм). Кольцо (18), регулирующее положение панкратической системы линз, должно быть в одном из крайних положений: в крайнем правом, если установлен окуляр 7^X , или в крайнем левом, если — 10^X .

Отведите оправу (17) и, наблюдая в окуляр микроскопа, получите резкое изображение масштабной линейки вращением кольца (16). Если линейка плохо видна, то осветите ее настольной лампой. Затем закройте отверстие аппарата экранирующим диском, а на столик микроскопа Положите объективный микрометр. Осветите его сверху (т.к. пластинка непрозрачна) так, чтобы лучи падали на микрометр с торца приблизительно под углом 45° . Передвигая тубус микроскопа рукояткой B_1 , добейтесь появления в поле зрения шкалы микрометра. (Если шкалу обнаружить не удастся или она не вся видна, то слегка переместите объективный микрометр на столике микроскопа, пока шкала не попадет в поле зрения объектива. Если шкала видна, но плохо, то несколько измените угол падения лучей и добейтесь четкой видимости шкалы объективного микрометра.) После этого откройте шторку (17) рисовального аппарата и совместите изображение масштабной линейки и шкалы объективного микрометра.

Сосчитайте, на сколько делений N_2 масштабной линейки приходится $N_1 = 10$ делений шкалы объективного микрометра, и вычислите увеличение k микроскопа по формуле (10.61).

В данном эксперименте не имеет смысла проводить многократные измерения, так как при использовании рисовального аппарата РА-6 невозможно, точно выровнять расстояния от окуляра до плоскости изображения и от окуляра до масштабной линейки, а следовательно и систематическая ошибка будет значительной.

Сравните полученное значение k с теоретическим значением, полученным по формуле (10.59) (значения $k_{об}$ и $k_{ок}$ написаны на кор-

пусах объектива и окуляра).

Задание 3. Определение цены деления шкалы окулярного микрометра.

Измерение линейных размеров объектов, видимых в микроскоп, осуществляется с помощью окулярного микрометра (отсчетная шкала в окуляре). Для использования окулярного микрометра в качестве измерителя необходимо знать цену его деления, которую определяют с помощью объективного микрометра, цена деления которого известна.

Получите изображение шкалы объективного микрометра в микроскопе (как в задании 2, но без рисовального аппарата). Совместите изображение этой шкалы со шкалой окулярного микрометра и найдите число делений объективного микрометра (например 100), совпадающих с некоторым числом делений окулярного микрометра. Цену деления последнего определите по формуле

$$c = \frac{aN_1}{N_2}, \quad (10.63)$$

- где N_1 — число делений объективного микрометра,
 N_2 — число делений окулярного микрометра,
 c — цена деления окулярного микрометра,
 a — цена деления объективного микрометра.

Таблица 3.15

| n | N_{1i} | N_{2i} | c_i | Δc_i | $(\Delta c_i)^2$ |
|--------------|--------------|--------------|------------------|--------------|------------------|
| 1 | | | | | |
| 2 | | | | | |
| и т.д. | | | | | |
| X | X | X | $c_{\text{ср.}}$ | X | Σ |

Измерения проведите не менее пяти раз. Данные измерений и расчетов занесите в таблицу 3.15.

Оценку ошибки измерения проведите по формуле

$$\Delta c = t_{\alpha n} \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\Delta c_i)^2}{n(n-1)}}.$$

Окончательный результат запишите в виде

$$c = (c_{\text{ср}} \pm \Delta c) \text{ мм} \quad \text{при } \alpha = \dots$$

Задание 4. Определение линейных размеров предметов.

Теперь, зная цену деления окулярного микрометра, можно определить размеры объекта, рассматриваемого в микроскоп. Для этого вместо объективного микрометра на столик микроскопа положите исследуемый предмет (волосок, закрепленный на стекле) и осветите его снизу с помощью зеркала. Получите изображение объекта. Сосчитайте число делений N , которое укладывается на диаметре волоска, и, используя найденную цену деления окулярного микрометра, найдите искомую величину:

$$d = NC. \quad (10.64)$$

Измерения проведите не менее пяти раз. Данные измерений и расчетов занесите в таблицу 3.16.

Таблица 3.16

| n | N_i | d_i | Δd_i | $(\Delta d_i)^2$ |
|--------|-------|------------------|--------------|------------------|
| 1 | | | | |
| 2 | | | | |
| и т.д. | | | | |
| X | X | $d_{\text{ср.}}$ | X | Σ |

Оценку ошибки измерения проведите как и в предыдущем задании.

Окончательный результат запишите в виде

$$\alpha = (\alpha_{\text{ср}} \pm \Delta \alpha) \text{ мм} \quad \text{при } \alpha = \dots$$

Задание 5. Определение действительной толщины стеклянной пластинки.

На обе поверхности стеклянной пластинки нанесены тонкие царапины во взаимно перпендикулярных направлениях. Установите микроскоп так, чтобы отчетливо были видны края царапины на одной из поверхностей (например, верхней). В этом положении снимите отсчет микрометрического винта. Затем опустите тубус с помощью микрометрического винта (считая целое число оборотов) до такого положения, пока не будут отчетливо видны края царапины на нижней

поверхности пластинки. Здесь вновь снимите отсчет микрометрического винта и найдите общее число делений, соответствующее повороту винта. Цена деления указана на лимбе. Зная ее, найдите величину смещения тубуса, то есть оптическую толщину пластинки, а затем по формуле (10.62) найдите действительную толщину пластинки. Показатель преломления стекла приблизительно равен 1,52.

Измерения проведите не менее пяти раз. Данные измерений и расчетов занесите в таблицу 3.17. Для сравнения действительную толщину пластинки измерьте микрометром.

Таблица 3.17

| n | МИКРОСКОП | | | | | МИКРОМЕТР | | |
|--------|----------------|---------------|------------------|--------------|------------------|-------------------|---------------|-------------------|
| | h_{1i} (дел) | h_{1i} (мм) | h_i (мм) | Δh_i | $(\Delta h_i)^2$ | h'_i | $\Delta h'_i$ | $(\Delta h'_i)^2$ |
| 1 | | | | | | | | |
| 2 | | | | | | | | |
| и т.д. | | | | | | | | |
| | | | $h_{\text{ср.}}$ | | Σ | $h'_{\text{ср.}}$ | | Σ |

Оценку ошибки измерений проведите как и в 3 задании. Окончательно результат запишите в виде

$$h = (h_{\text{ср}} \pm \Delta h) \text{ мм} \qquad h' = (h'_{\text{ср}} \pm \Delta h') \text{ мм}$$

$$\text{при } \alpha = \dots$$

$$\text{при } \alpha = \dots$$

10.5 Контрольные вопросы

1. Как будет изменяться увеличение микроскопа, если изменять длину тубуса?
2. Что такое линейное и угловое увеличение оптических приборов?
3. Что такое "оптическая толщина" стеклянной пластинки?
4. Вывод формулы $h = nh_1$.

10.6 Приложения

10.6.1 Рисовальный аппарат

Рисовальный аппарат позволяет одновременно видеть в микроскоп изображение объекта и лист бумаги для его зарисовки.

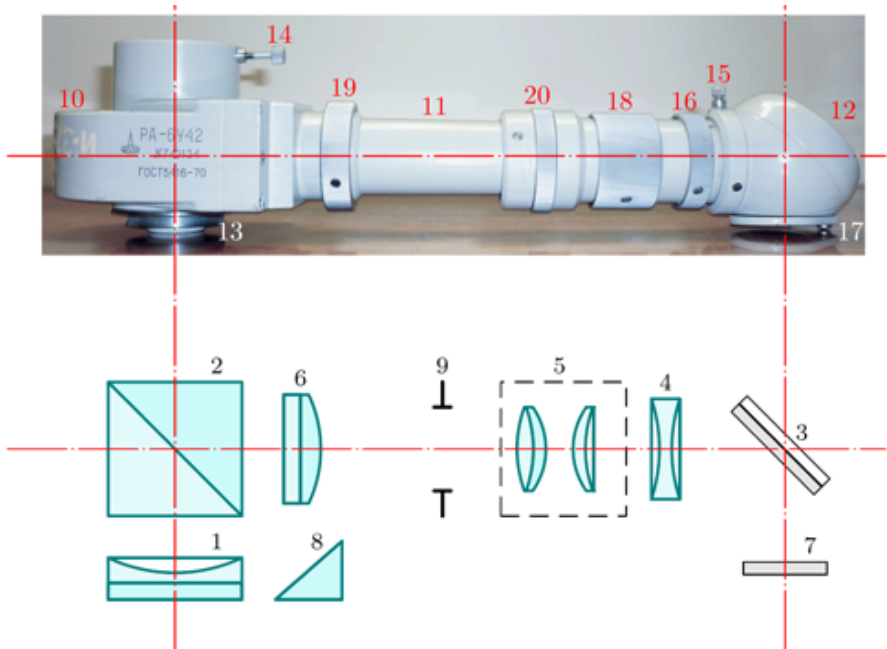


Рис. 3.46. Рисовальный аппарат. Внешний вид и оптическая схема

Общий вид рисовально-проекционного аппарата РА-6 и его оптическая схема представлены на рисунке 3.46. Аппарат состоит из корпуса (10), патрубка (11) и головки (12) с зеркалом (3). В корпусе помещены ахроматическая тубусная линза (1), призма-куб (2) с линзой (6) и призмой (8). Снизу на корпусе (10) имеется фланец (13) для установки аппарата на микроскоп вместо монокулярной насадки, которая затем устанавливается сверху корпуса в гнездо и закрепляется винтом (14). Головка (12) с зеркалом (3) может быть повернута на патрубке (11) в нужное положение и закреплена винтом (15). С помощью кольца (16) перемещается линза (4), служащая для получения

резкого изображения листа бумаги (в работе – масштабной линейки) в плоскости, полевой диафрагмы окуляра. В оправу (17) вставляются сменные светофильтры или экранирующий диск (7). С помощью кольца (18) передвигается панкратическая система линз (5). Поворотом кольца (19) осуществляется перемещение призмы-куба (2) с линзой (6) и призмой (8), что обеспечивает переход от рисовального варианта к проекционному и наоборот. Кольцом (20) регулируется раскрытие диафрагмы (9) поля зрения.

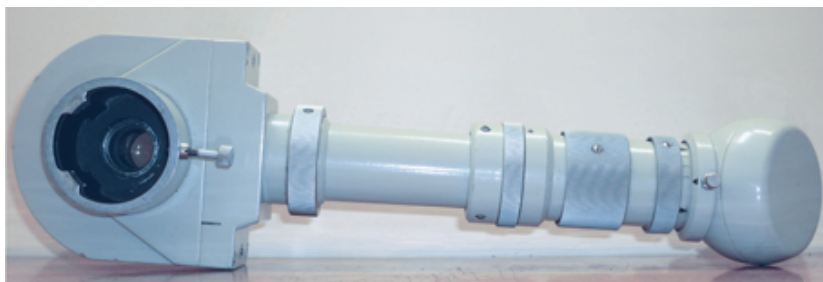
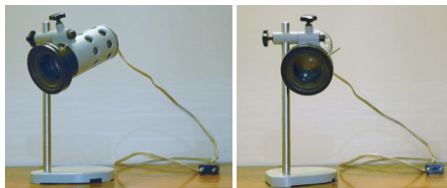


Рис. 3.47. Рисовальный аппарат. Вид сверху и вид снизу

10.6.2 Микроскоп с рисовальным аппаратом



10.6.3 Источник света



10.6.4 Использование рисовального аппарата в отраженном свете



Лабораторная работа № 12

Определение разрешающей способности микроскопа и глаза

Цель работы: ознакомление с методами определения разрешающей способности.

Приборы и принадлежности: микроскоп, пластинка с маленьким отверстием, шкала со скользящими указателями, таблица со штрихами (висит на стене), рулетка, штангенциркуль, зеркало.

Литература:

1. Ландсберг Г.С. Оптика. – М.: Наука, 1976.
2. Савельев И.В. Курс общей физики. – М.: Наука, 1982. – Т.2.

11.1 Вопросы для подготовки к работе

1. Что такое разрешающая способность оптических приборов?
2. От чего зависит разрешающая способность микроскопа и по какой формуле она вычисляется?
3. Что такое апертурный угол и числовая апертура микроскопа?
4. Чем определяется разрешающая способность глаза?

11.2 Теоретическое введение

Качество микроскопа определяется не только его увеличением, но и разрешающей способностью, которая характеризуется наименьшим расстоянием между двумя точками рассматриваемого предмета, которые видны раздельно. Чем меньше это расстояние, тем больше разрешающая способность. Точки, расположенные на более близких расстояниях, микроскопом не разрешаются, то есть они видны как одна точка. Разрешающая способность микроскопа зависит от разрешающей способности объектива, ибо, если две ближайшие точки видны в объективе как одна, то и в окуляра они не разделяются.

Предел разрешающей способности оптической системы ограничивается явлением дифракции. Разрешающая способность микроскопа, как и любой другой оптической системы, подчиняется критерию

Релея, который гласит, что две точки будут видны отдельно, если главный максимум в дифракционном изображении одной из них совпадает с первым минимумом в изображении другой и наоборот (рис. 3.48).

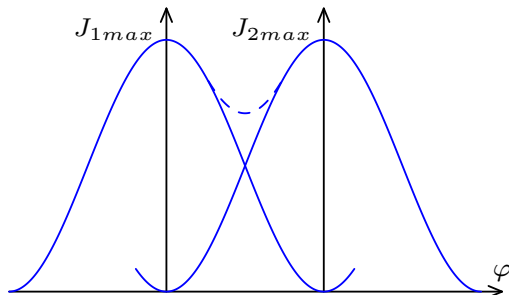


Рис. 3.48

Для вывода формулы разрешающей способности микроскопа рассмотрим две точки 1 и 2, едва различимые отдельно (рис. 3.49). Расстояние d между ними можно принять за линейную меру разрешающей способности. Пусть φ_1 — угол, под которым наблюдается первый минимум в дифракционном изображении точки 1, а D — диаметр линзы объектива OB (входной зрачок микроскопа), тогда условие первого минимума дифракции от одной щели запишется так:

$$D \sin \varphi_1 = \lambda.$$

Учитывая, что $\sin \varphi_1 \approx \varphi_1$, получим

$$\varphi_1 \approx \frac{\lambda}{D}.$$

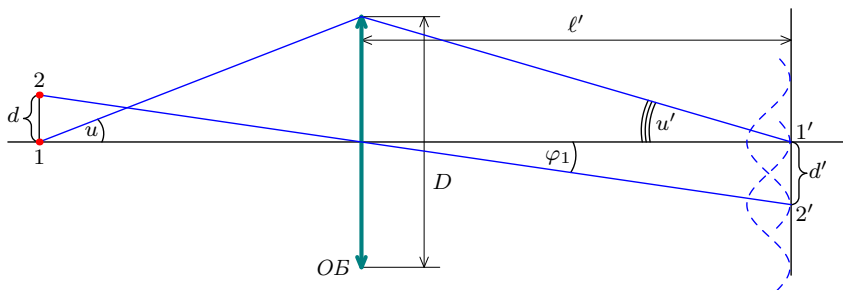


Рис. 3.49

Поскольку в данном случае дифракция происходит на круглом отверстии, то условие первого минимума примет вид:

$$\varphi = 1,22 \frac{\lambda}{D}. \quad (11.65)$$

Угол φ_1 характеризует угловую меру разрешающей способности. Для микроскопа удобней выразить разрешающую способность в линейных величинах. Воспользовавшись условием синусов

$$nd \sin u = n'd' \sin u', \quad (11.66)$$

можно получить формулу для вычисления наименьшего расстояния между двумя еще различимыми точками:

$$d = 0,61 \frac{\lambda}{n \sin u}, \quad (11.67)$$

- где u — апертурный угол (т.е. угол, под которым виден радиус входного зрачка из точки пересечения оптической оси с плоскостью предмета),
- n — показатель преломления среды, в которой находится предмет,
- λ — длина световой волны.

Апертурный угол микроскопа является характеристикой линзы объектива и определяется ее диаметром и фокусным расстоянием

$$\operatorname{tg} u = \frac{D}{2} f_{\text{об}}.$$

Величина $n \sin u = A$ называется **числовой апертурой микроскопа**. Чем она больше, тем более мелкие детали предмета можно рассмотреть под микроскопом.

Глаз человека также характеризуется разрешающей способностью. Под разрешающей способностью глаза, как оптического прибора, понимают его свойство видеть раздельно два близко расположенных объекта (например, две светящиеся линии или точки). Наименьший угол φ_{\min} , под которым глаз еще видит две светящиеся точки раздельно, называется **предельным углом разрешения** или **пределом разрешения**. Средняя величина предельного угла разрешения

нормального глаза равна приблизительно одной минуте, что соответствует минимальному расстоянию между точками A и B , равному приблизительно $0,1$ мм (рис. 3.50). Острота зрения численно равна величине, обратной предельному углу разрешения:

$$\chi = \frac{1}{\varphi_{min}}.$$

Для $\varphi_{min} = 1'$ острота зрения равна 1, для $\varphi_{min} = 30'$ острота зрения $\chi = 2$, при $\varphi_{min} = 2'$ — $\chi = 0,5$ и так далее.

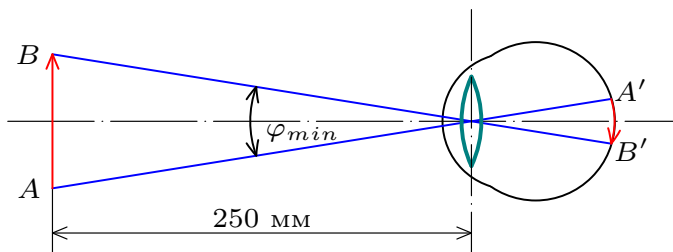


Рис. 3.50

Разрешающая способность глаза связана со строением его сетчатки, имеющей ячеистую структуру (рис. 3.51). Установлено, что две точки видны раздельно только в том случае, когда их изображения попадают (засвечивают) на два элемента сетчатки, разделенные одним незасвеченным элементом. Расстояние между изображениями точек на сетчатке равно приблизительно диаметру ячейки и составляет $0,005$ мм.

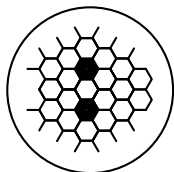


Рис. 3.51

Если рассматривать глаз как идеальную оптическую систему, то его разрешающая способность по формуле (11.65) при $D = 2$ мм будет равна одной минуте ($\lambda = 550$ нм). С увеличением диаметра зрачка увеличения разрешающей способности не происходит из-за дискретного строения сетчатки. Максимальную остроту зрения глаз имеет при $D = 3 - 4$ мм, освещенности 50 лк и длине волны 550 нм.

Острота зрения зависит и от индивидуальных особенностей строения глаза. Есть люди, обладающие очень высокой остротой зрения ($\chi = 3$).

11.3 Описание установки

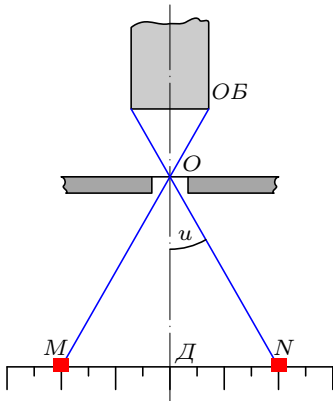


Рис. 3.52

Для определения разрешающей способности используется микроскоп с прямым вертикальным тубусом. На столик микроскопа помещается металлическая пластинка с небольшим отверстием (рис. 3.52). На станину микроскопа вместо вынутого осветительного зеркала устанавливается линейка со скользящими указателями.

Для определения разрешающей способности глаза используется тестовая таблица, висящая на стене лаборатории. На таблице нанесены вертикальные линии, расстояние между которыми известно. Расстояние от рабочего места до таблицы измеряется рулеткой.

Диаметр зрачка измеряется штангенциркулем с использованием зеркала.

11.4 Порядок выполнения работы

Задание 1. Определение разрешающей способности микроскопа.

Определение разрешающей способности микроскопа сводится к определению его числовой апертуры. Для определения апертурного угла u , а следовательно, и числовой апертуры A , положите на столик микроскопа металлическую пластинку с маленьким отверстием и сфокусируйте микроскоп на край отверстия (рис. 3.52). Затем удалите осветительное зеркало и установите под столиком на станину микроскопа шкалу со скользящими указателями. Уберите окуляр и рассмотрите в микроскоп действительное обратное и уменьшенное изображение шкалы. Сместив глаз влево, передвиньте правый указатель на границу поля зрения микроскопа в точку M ; затем смотрите вправо и передвигайте левый указатель на границу поля зрения в точку N . Из рисунка видно, что крайние лучи, входящие в объектив, определены точками M и N . Отсчитайте расстояние MN между указателями и найдите

$$\operatorname{tg} u = \frac{MN}{2DO}.$$

Расстояние $DO = 10,5$ см (проверьте это собственными измерениями). Затем определите $\sin u$ и вычислите апертуру A . Разрешающую способность рассчитайте по формуле (11.67) для $\lambda = 550$ нм.

Измерения проведите не менее пяти раз. Данные измерений и вычислений занесите в таблицу 3.18.

Таблица 3.18

| n | $ MN _i$ | $ DO _i$ | $\operatorname{tg} u_i$ | $\sin u_i$ | A_i | d_i | Δd_i | $(\Delta d_i)^2$ |
|--------|----------|----------|-------------------------|------------|-------|------------------|--------------|------------------|
| 1 | | | | | | | | |
| 2 | | | | | | | | |
| и т.д. | | | | | | | | |
| | | | | | | $d_{\text{ср.}}$ | | Σ |

Ошибку измерений оцените по формуле

$$\Delta d = t_{\alpha n} \sqrt{\frac{\sum_{n=1}^n (\Delta d_i)^2}{n(n-1)}}.$$

Окончательный результат запишите в виде

$$d = (d_{\text{ср}} \pm \Delta d) \text{ мм}, \quad \alpha = \dots$$

Найдите разрешающую способность объектива с другим увеличением. Результаты занесите в таблицу 2, аналогичную таблице 3.18, и обработайте, как в задании 1.

Задание 2. Определение разрешающей способности глаза.

Экспериментальное определение разрешающей способности глаза не требует специального оборудования кроме таблицы со штрихами, расстояние между которыми известно.

Рассмотрите одним глазом таблицу, которая висит на стене. Таблицу рассматривайте приблизительно с расстояния 4-5 метров и найдите на ней такое место с изображением штрихов, где их еще можно

различать раздельно. Зная расстояние между штрихами d_{min} и измерив расстояние L от глаза до таблицы, найдите предельный угол φ_{min} разрешения глаза, а также разрешающую способность глаза по формулам

$$\operatorname{tg} \varphi_{min} = \frac{d_{min}}{2L}; \quad R_z = \frac{1}{\varphi_{min}}. \quad (11.68)$$

Полученные результаты сравните с результатами расчета по теоретической формуле

$$R_z = \frac{D}{1,22\lambda}, \quad (11.69)$$

где D — диаметр входного зрачка, причем $D = 2D_3$ (в зеркале);
 λ — длина волны.

Диаметр зрачка определите следующим образом: смотрите в плоское зеркало и с помощью штангенциркуля измерьте изображение зрачка глаза в зеркале. Затем по формуле (11.69) вычислите разрешающую способность R_z . Длину волны принять равной $\lambda = 550$ нм.

Измерения проведите не менее пяти раз. Данные измерений и вычислений занесите в таблицу 3.19.

Таблица 3.19

| n | D_i | R_{zTi} | ΔR_{zTi} | $(\Delta R_{zTi})^2$ | d_{min} | L_i | R_{zi} | ΔR_{zi} | $(\Delta R_{zi})^2$ |
|--------|-------|--------------------|------------------|----------------------|-----------|-------|-------------------|-----------------|---------------------|
| 1 | | | | | | | | | |
| 2 | | | | | | | | | |
| и т.д. | | | | | | | | | |
| | | $R_{zT\text{ср.}}$ | | Σ | | | $R_{z\text{ср.}}$ | | Σ |

Ошибку оцените по формуле

$$\Delta R_z = t_{\alpha n} \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\Delta R_{zi})^2}{n(n-1)}}; \quad \Delta R_{z\text{ теор.}} = t_{\alpha n} \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\Delta R_{z\text{ теор. } i})^2}{n(n-1)}}.$$

Окончательный результат запишите в виде

$$R_z = (R_{z\text{ср.}} \pm \Delta R_z) \text{ рад}^{-1}; \quad R_{z\text{ теор.}} = (R_{z\text{ теор. ср.}} \pm \Delta R_{z\text{ теор.}}) \text{ рад}^{-1},$$

при $\alpha = \dots$

при $\alpha = \dots$

11.5 Контрольные вопросы

1. Что накладывает ограничение на разрешающую способность оптических приборов?
2. Сформулируйте критерий Релея.
3. Выведите формулу для расчета разрешающей способности микроскопа.
4. Какие пути увеличения разрешающей способности Вы знаете?
5. Что такое острота зрения и от чего она зависит?
6. Почему при определении числовой апертуры микроскопа нужно вынуть окуляр?

Лабораторная работа №13

Изучения явлений поляризации света

Цель работы: получить поляризованный свет различными способами и исследовать его.

Приборы и принадлежности: поляризационный микроскоп, пластина из диэлектрика, стопа стеклянных пластин, кристалл исландского шпата, пластинки из слюды в оправе, кристаллы медного купороса.

Литература:

1. Руководство к лабораторным занятиям по физике. под ред. Л.Л. Гольдина. – М.: Наука, 1973.
2. Савельев И.В. Курс общей физики. – М.: Наука, 1982. – Т.2.
3. Ландсберг Г.С. Оптика. – М.: Наука, 1976.

12.1 Вопросы для подготовки к работе

1. Какой свет называется плоскополяризованным?
2. Методы получения поляризованного света: поляризация при отражении, поляризация при преломлении, двойное лучепреломление.
3. Анализ плоскополяризованного света. Анализаторы.

12.2 Краткая теория

Свет, согласно электромагнитной теории, представляет собой поперечные электромагнитные волны, частота которых лежит в пределах от $0,75 \cdot 10^{15} \text{ Гц}$ до $0,43 \cdot 10^{15} \text{ Гц}$. Плоскую электромагнитную волну можно наглядно представить, изобразив картину поля векторами \vec{E} — напряженности электрического поля и \vec{B} — индукции магнитного поля в некоторый момент времени t (рис. 3.53).

Вектора \vec{E} и \vec{B} всегда перпендикулярны друг другу и с направлением распространения волны образуют правовинтовую систему. При этом крест векторов \vec{E} и \vec{B} может располагаться произвольным образом в плоскости xOz , перпендикулярной распространению волны.

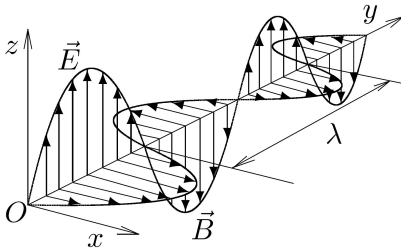


Рис. 3.53.

При взаимодействии электромагнитной волны с веществом основную роль играет электрическое поле, поэтому в дальнейшем мы будем говорить только о колебаниях вектора \vec{E} .

Свет, испускаемый различными источниками (Солнце, лампы накаливания и т.д.) представляет собой совокупность

цугов электромагнитных волн, излучаемых отдельными атомами. Плоскость колебаний вектора \vec{E} для каждого цуга произвольна и, следовательно, такая волна имеет всевозможные ориентации вектора \vec{E} . Такой свет называется естественным.

Если в световой волне вектор \vec{E} колеблется в одной единственной плоскости, то такой свет называется **плоскополяризованным**.

Если конец электрического вектора \vec{E} описывает круг или эллипс, то свет называется **поляризованным по кругу или по эллипсу**.

Плоскость, в которой колеблется вектор \vec{E} , называется плоскостью колебаний, а перпендикулярная ей плоскость, в которой колеблется вектор \vec{B} , называется **плоскостью поляризации**.

Примечание. По новой терминологии плоскополяризованная волна характеризуется только плоскостью поляризации, под которой понимается плоскость, в которой колеблется вектор \vec{E} (по-старому это

“плоскость колебаний”). В литературе, в том числе и новой, часто еще используется старая терминология, поэтому перед чтением книги по этой теме следует разобраться в терминах.

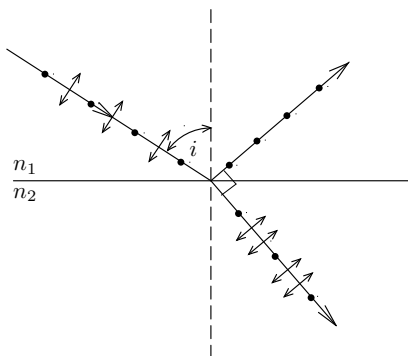


Рис. 3.54.

Рассмотрим некоторые способы получения плоскополяризованного света.

Отраженный от диэлектрика свет всегда частично поляризован. Степень поляризации отраженного луча всегда зависит от i – угла падения (рис. 3.54). Полная поляризация света в отраженном луче достигается при угле падения

$$i = \operatorname{arctg} n_{21}, \quad (12.70)$$

где n_2 — относительный показатель преломления диэлектрика.

Этот угол носит название угла Брюстера. Вектор \vec{E} в отраженном луче колеблется в плоскости; перпендикулярной плоскости падения луча (схематически на рис. 3.54 он изображен точками). При этом преломленный луч будет частично поляризован. Вектор \vec{E} в этом луче имеет преимущественное направление колебаний в плоскости падения луча (схематически на рис. 3.54 он показан стрелками и точками). Доля поляризованного света в преломленном луче невелика (порядка 0, 1 от интенсивности падающего света). Для увеличения степени поляризации преломленного луча используют несколько слоев пластин диэлектрика (сток, стеклянных пластин). При большом числе пластин можно получить преломленный луч полностью поляризованным (рис. 3.55). Колебания вектора \vec{E} в этом луче лежат в плоскости падения луча.

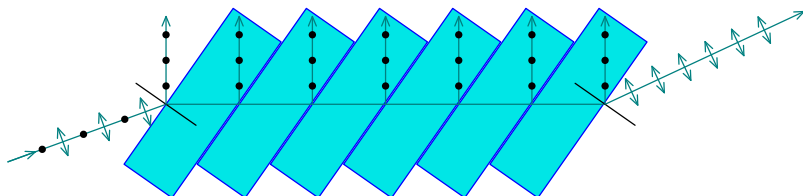


Рис. 3.55.

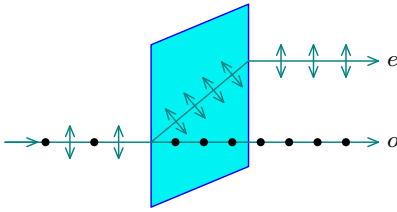


Рис. 3.56.

Для другого луча отношение $\frac{\sin i}{\sin r}$ не остается постоянным при изменении угла падения луча. Этот луч называют необыкновенным (e -луч на рис. 3.56). Даже при нормальном падении света на такой кристалл необыкновенный луч отклоняется от первоначального направления. Если вращать кристалл вокруг оси, параллельной падающему лучу, то обыкновенный луч остается на месте, а необыкновенный описывает окружность в плоскости, перпендикулярной направлению распространения света. Эти два луча поляризованы во взаимно перпендикулярных плоскостях. Колебания вектора \vec{E} в e -луче совпадают с плоскостью падения света, а в o -луче перпендикулярны плоскости падения света.

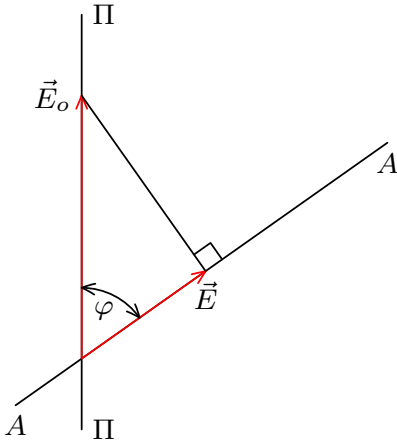


Рис. 3.57.

Обыкновенный и необыкновенный лучи могут поглощаться некоторыми кристаллами в неодинаковой степени. Это явление называется дихроизмом. Дихроизм кристаллов может быть настолько велик, что в сравнительно тонких кристаллических пленках один из лучей практически полностью поглощается. Это свойство кристаллов позволяет сделать тонкие дихроические пластинки из кристаллов, ориентированных определенным образом, — поляриды. Свет, падающий на поляриод, поляризуется в некоторой плоскости — плоскости пропускания полярои-

да. (Используют и другие эквивалентные термины: главная плоскость, главное направление, разрешенное направление и др.)

Глаз человека не может отличить естественный свет от поляризованного. Чтобы обнаружить поляризованный свет, его необходимо пропустить **через устройство, плоскополяризующее световой луч**. Такое устройство называется **анализатором**. Анализатор действует следующим образом. Пусть на него падает поляризованный свет (рис.3.57), $ПП$ — сечение плоскости колебаний вектора \vec{E} плоскостью рисунка. \vec{E}_o — вектор амплитуды этих колебаний. AA — сечение плоскости пропускания анализатора плоскостью рисунка.

Через анализатор пройдут колебания, амплитуда которых равна

$$E = E_o \cos \varphi .$$

Возведя обе части в квадрат, получим соотношение для интенсивностей

$$J = J_o \cos^2 \varphi ,$$

где J_o — интенсивность света, падающего на анализатор,

J — интенсивность света, вышедшего из анализатора.

Этот закон носит название закона Малюса.

При изменении угла (вращении поляризатора или анализатора) интенсивность света, вышедшего из анализатора, меняется от $J = J_o$ при $\varphi = 0$ (максимальная интенсивность, плоскости пропускания поляризатора и анализатора параллельны) до $J = 0$ при $\varphi = \frac{\pi}{2}$ (минимальная интенсивность, плоскости пропускания поляризатора и анализатора перпендикулярны).

Таким образом, если на анализатор падает полностью или частично поляризованный свет, то при вращении анализатора интенсивность J света меняется. Полное погасание светового луча может быть только у полностью плоскополяризованного света.

Эллиптически поляризованный свет получается в результате сложения двух когерентных световых волн, имеющих разные амплитуды, некоторую разность фаз и поляризованных в двух взаимно перпендикулярных направлениях.

Для этого плоскополяризованный свет направляют на двоякопреломляющую пластину из одноосного кристалла (кварц, исландский

шпат, турмалин) так, чтобы направление колебаний вектора \vec{E}_o плоскополяризованного света составляло некоторый угол α с OO — главным направлением кристаллической пластинки (направлением, в котором лучи не претерпевают двойного лучепреломления, т.е. распространяются с одинаковой скоростью (рис. 3.58).

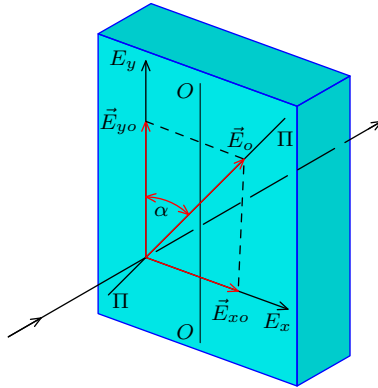


Рис. 3.58.

Сквозь пластинку будут распространяться в одном направлении, но с разной скоростью две волны, поляризованные в двух взаимно перпендикулярных направлениях с амплитудами

$$E_{xo} = E_o \sin \alpha \quad \text{и} \quad E_{yo} = E_o \cos \alpha,$$

где E_o — модуль вектора \vec{E}_o амплитуды волны, падающее на пластинку. Пройдя расстояние d (толщину пластинки), эти две волны приобретают разность хода

$$\Delta = dn_o - dn_e = d(n_o - n_e),$$

где n_o — показатель преломления обыкновенной волны,
 n_e — показатель преломления необыкновенной волны,
 что соответствует φ — разности фаз, равной

$$\varphi = \frac{2\pi}{\lambda}(n_o - n_e)d.$$

Обыкновенная волна отстает по фазе от необыкновенной.

Если сложить эти два взаимно перпендикулярных колебания, то получим колебание, при котором конец результирующего вектора описывает эллипс в плоскости волнового фронта с частотой сложённых колебаний.

Колебания волн, прошедших через пластинку, описываются уравнениями

$$E_x = E_{x0} \cos(\omega t + \varphi); \quad E_y = E_{y0} \cos \omega t.$$

Исключив время t из этих уравнений, получим траекторию, которую описывает конец вектора \vec{F}_o амплитуда результирующего колебания:

$$\frac{E_x^2}{E_{x0}^2} + \frac{E_y^2}{E_{y0}^2} - \frac{2E_x E_y}{E_{x0} E_{y0}} \cos \varphi = \sin^2 \varphi.$$

Это уравнение эллипса. Форма эллипса и ориентация его осей относительно x и y зависит от углов α и φ . При соответствующей толщине пластинки (разности хода) можно получить такую разность фаз φ , что большая и малая полуоси эллипса будут ориентированы вдоль осей x и y (вдоль главных направлений кристалла).

Этот случай соответствует разности хода $\frac{\lambda}{4}$ или разности фаз $\varphi = \frac{\pi}{2}$. Такая пластинка называется четвертьволновой. При $\varphi = \frac{\pi}{2}$ уравнение эллипса принимает вид

$$\frac{E_x^2}{E_{x0}^2} + \frac{E_y^2}{E_{y0}^2} = 1.$$

Соотношение длин осей эллипса зависит от угла α .

При $\alpha = 45^\circ \implies E_{x0} = E_{y0} = \sqrt{2}E_o$ эллипс обращается в круг. Получаем свет, поляризованные по кругу.

Если толщина пластинки такова, что

$$d(n_o - n_e) = \frac{\lambda}{2},$$

то $\varphi = \pi$, и эллипс вырождается в прямую

$$\frac{E_x}{E_{x0}} + \frac{E_y}{E_{y0}} = 0.$$

В этом случае свет остается линейно поляризованным, но направление колебаний изменяется на угол $(180^\circ - 2\alpha)$.

12.3 Описание установки

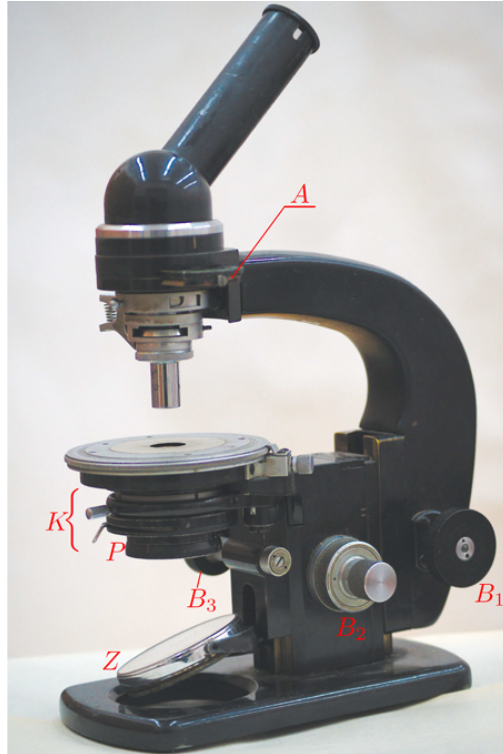


Рис. 3.59.

Для получения поляризованного света и его исследования в данной работе используют поляризационный микроскоп (рис. 3.59).

Принцип действия этого микроскопа такой же, как и обыкновенного, но в нем есть поляризирующее устройство — два поляроида: A — верхний и P — нижний. Поляроиды могут вводиться в действие или убираться в зависимости от цели исследования.

Подвижным по горизонтали сделан и конденсор K . При необходимости он отводится влево.

Грубая наводка на резкость осуществляется винтом B_1 , точная — винтом B_2 . Конденсор может перемещаться по вертикали винтом B_3 .

Зеркало Z имеет с одной стороны диэлектрическое покрытие (стек-

ло) без металлического отражающего слоя, для выполнения задания № 3.

12.4 Порядок выполнения работы

Задание 1. Знакомство с описанием и конструкцией экспериментальной установки.

С конструкцией поляризационного микроскопа и расположением на нем органов управления ознакомьтесь по фотографии (рис. 3.59).

Задание 2. Определение плоскости пропускания колебаний верхнего поляроида.

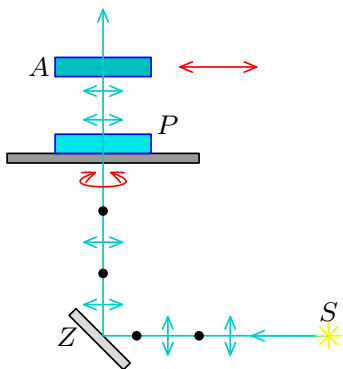


Рис. 3.60.

Плоскость пропускания колебаний верхнего поляроида определяют по известной плоскости колебаний нижнего поляроида.

Соберите установку, как показано на рис. 3.60. Свет от источника S с помощью зеркала Z направьте в поле зрения микроскопа. Конденсор в данном задании использовать не рекомендуется.

В качестве поляризатора P используется нижний поляроид. Анализатором A служит верхний поляроид. Нижний поляроид выньте из гнезда конденсора и поместите на предмет-

ный столик микроскопа.

Плоскость пропускания колебаний нижнего поляроида проходит через отметку “90” на оправе поляроида и его центр.

Поляроид положите на столик так, чтобы “0” на оправе поляроида и “0” на лимбе столика лежали на одном диаметре. Вращая столик микроскопа по часовой стрелке, добейтесь полного затмения поля зрения (вращать столик надо медленно, чтобы не пропустить момента полного затмения поля зрения). В этом случае плоскости пропускания нижнего и верхнего поляроидов скрещены (взаимно перпендикулярны).

На лимбе предметного столика отсчитайте угол φ_{min} , который показывает на сколько повернута плоскость пропускания верх-

него поляроида A относительно указателя лимба (т.е. плоскость пропускания проходит через “0” лимба и оптическую ось микроскопа).

Вращая столик дальше, добейтесь максимального просветления поля зрения и запишите значение угла φ_{max} . В этом случае плоскости пропускания нижнего и верхнего поляризаторов параллельны.

При одном полном обороте столика должно наблюдаться два минимума и два максимума освещенности поля зрения. Сделайте не менее трех полных оборотов столика. Данные запишите в таблицу 3.20.

Таблица 3.20

| n | $\varphi_{1min\ i}$ | $\Delta(\varphi_{1min})_i$ | $\varphi_{1max\ i}$ | $\Delta(\varphi_{1max})_i$ | $\varphi_{2min\ i}$ | $\Delta(\varphi_{2min})_i$ | $\varphi_{2max\ i}$ | $\Delta(\varphi_{2max})_i$ |
|---------|---------------------|----------------------------|---------------------|----------------------------|---------------------|----------------------------|---------------------|----------------------------|
| 1 | | | | | | | | |
| и т.д. | | | | | | | | |
| среднее | | X | | X | | X | | X |

Вычислите среднюю квадратичную ошибку по формуле

$$\Delta\varphi = t_{\alpha n} \sqrt{\frac{\sum_i (\Delta\varphi_i)^2}{n(n-1)}}.$$

Результат запишите в виде

$$\begin{aligned} \varphi_{1min} &= \bar{\varphi}_{1min} \pm \Delta\varphi_{1min}; & \varphi_{2min} &= \bar{\varphi}_{2min} \pm \Delta\varphi_{2min}; \\ \varphi_{1max} &= \bar{\varphi}_{1max} \pm \Delta\varphi_{1max}; & \varphi_{2max} &= \bar{\varphi}_{2max} \pm \Delta\varphi_{2max}. \end{aligned}$$

Сравните величины φ_{1min} , φ_{1max} , φ_{2min} и φ_{2max} и сделайте выводы. Обратите внимание на отличие $\Delta\varphi_{1min}$ от $\Delta\varphi_{1max}$, а также $\Delta\varphi_{2min}$ от $\Delta\varphi_{2max}$, что очень важно при рассмотрении принципов действия сахариметров и поляриметров (лабораторные работы № 15 (стр. 377) и 17 (стр. 391)).

Задание 3. Исследование света, отраженного от диэлектрика.

В качестве диэлектрика используется зачерненная сторона осветительного зеркала микроскопа. Параллельный пучок света из осветителя ОИ-9м направьте на зачерненную сторону зеркала, поставленного под некоторым углом i к направлению падающего луча. (Обратите внимание на то, чтобы оптическая ось микроскопа лежала

в плоскости падения луча.) После отражения свет попадает в поле зрения микроскопа (рис. 3.61).

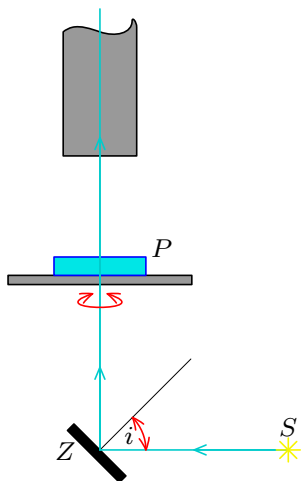


Рис. 3.61.

Исследование отраженного луча на поляризацию проводится с помощью нижнего поляроида. В этом случае он играет роль анализатора. Поляририд установите на столик так же, как и в 2-ом задании. Верхний поляририд уберите из поля зрения. Конденсор в данном задании не используется. Вращая столик микроскопа, наблюдайте за изменением интенсивности отраженного от зачерненной стороны зеркала света. Далее определите плоскость колебаний вектора \vec{E} в отраженном луче по известной плоскости пропускания анализатора (как в задании 2). Для этого, вращая столик микроскопа по часовой стрелке, добейтесь максимального погасания отраженного луча. Отрегулируйте зеркало путем изменения угла i с целью получения полной поляризации отраженного луча. В этом случае плоскость колебаний вектора \vec{E} перпендикулярна плоскости пропускания анализатора. На лимбе предметного столика отсчитайте угол φ_{min} , который показывает, на сколько повернута плоскость колебаний вектора \vec{E} относительно указателя лимба в отраженном от диэлектрика пучке. Вращая столик дальше, добейтесь максимальной интенсивности отраженного луча и отсчитайте угол φ_{max} . Сделайте не менее пяти полных оборотов столика.

Результаты измерений занесите в таблицу 3.21, такую же как таблица 3.20, и обработайте по аналогии с заданием 2.

Задание 4. Исследование света, прошедшего через стопу пластин из диэлектрика.

В качестве поляризующего устройства используется стопа стеклянных пластин, помещенных в оправе под углом Брюстера. Для исследования соберите установку (рис. 3.62).

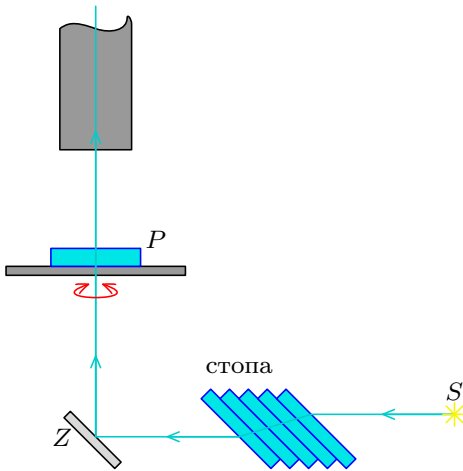


Рис. 3.62.

Свет направьте в поле зрения микроскопа, через стопу пластин, закрепленную в штативе. (Обратите внимание на то, чтобы оптическая ось микроскопа лежала в плоскости падения луча.) В качестве анализатора используется поляроид, установленный на столике микроскопа так же, как в задании 2. Вращая столик с анализатором, исследуйте на поляризацию свет, прошедший через стопу пластин. Затем определите плоскость колебаний

вектора \vec{E} в поляризованном луче, вышедшем из стопы (как в задании 3).

Далее это задание выполните по образцу задания 3. Результаты измерений занесите в таблицу 3.22, аналогичную таблицам 3.20 и 3.21, и обработайте по образцу задания 2.

Сравните взаимное положение плоскостей колебаний вектора \vec{E} в этом задании и в задании 3.

Задание 5. Исследование света, прошедшего через кристалл исландского шпата.

Исследование заключается:

- в наблюдении двойного лучепреломления и выяснении, какой из лучей обыкновенный, а какой необыкновенный;
- в выяснении, поляризованы эти лучи или нет;
- в определении их плоскости колебаний и сравнении с теоретическими данными.

Для выполнения первой части задания уберите оба поляроида, введите в оптическую схему микроскопа конденсор K и максимально задиафрагмируйте осветитель. Получите в центре поля зрения

микроскопа изображение круглого отверстия диафрагмы. Поместите на столик микроскопа кристалл исландского шпата C , сфокусируйте микроскоп и наблюдайте появление двух изображений отверстия диафрагмы. Одно из них принадлежит обыкновенному лучу, другое — необыкновенному (рис. 3.63). Вращая столик с кристаллом, выясните, какой луч обыкновенный и какой необыкновенный (рис. 3.56). Данные опыта зарисуйте.

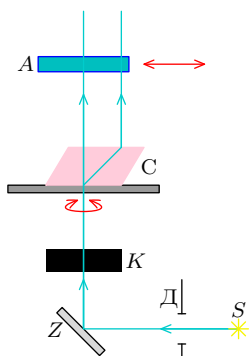


Рис. 3.63.

Для выяснения поляризованности этих лучей в качестве анализатора используйте верхний поляроид. Вращая столик с кристаллом, наблюдайте изменение интенсивности лучей и определите в них плоскости колебаний вектора \vec{E} , зная плоскость пропускания верхнего поляроида.

Для определения положения плоскостей колебаний вектора \vec{E} в обыкновенном и необыкновенном лучах определите только те углы, при которых получаются минимумы интенсивности (максимумы — не нужно). В этих положениях плоскость пропускания анализатора и плоскость колебаний вектора \vec{E} соответствующего луча будут скрещены.

Сделайте не менее трех полных оборотов столика и значения углов занесите в таблицу 3.23.

Таблица 3.23

| n | ψ_{1i} | | $\Delta\psi_{1i}$ | | ψ_{2i} | | $\Delta\psi_{2i}$ | |
|---------|-------------|-----|-------------------|-----|-------------|-----|-------------------|-----|
| | o | e | o | e | o | e | o | e |
| 1 | | | | | | | | |
| и т.д. | | | | | | | | |
| среднее | | | ⊗ | ⊗ | | | ⊗ | ⊗ |

Вычислите среднюю квадратичную ошибку и результат запишите в виде:

$$\psi_{o1} = \bar{\psi}_{o1} \pm \Delta\psi_{o1}; \quad \psi_{o2} = \bar{\psi}_{o2} \pm \Delta\psi_{o2};$$

$$\psi_{e1} = \bar{\psi}_{e1} \pm \Delta\psi_{e1}; \quad \psi_{e2} = \bar{\psi}_{e2} \pm \Delta\psi_{e2}.$$

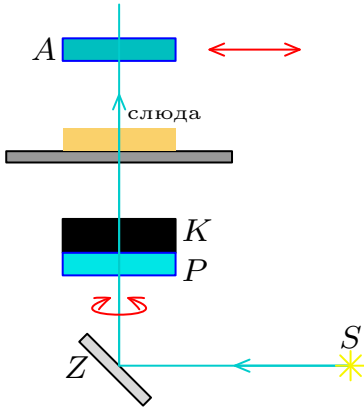


Рис. 3.64.

где покажите положение плоскостей колебаний вектора \vec{E} относительно кристалла исландского шпата.

Задание 6. Наблюдение кристаллических пластинок в поляризованном свете.

Введите в действие оба поляроида. Нижний поляроид P вставьте в оправу конденсора K . Он играет роль поляризатора. Верхний поляроид — роль анализатора. На столик микроскопа поместите исследуемую пластинку (три круга из слюды, частично перекрывающие друг друга и помещенные в стеклянную оправу; рис. 3.64). Добейтесь четкого изображения слюдяных пластинок. Вращая нижний поляроид, наблюдайте изменение окраски пластинок. Такой же опыт проделайте с кристаллами медного купороса, нанесенными на стекло.

Объясните это явление.

Пользуясь полученными данными и данными задания 2, вычислите «положена» плоскостей колебания вектора \vec{E} в o - и e -лучах по формуле

$$\Theta = \psi_1 \pm 90^\circ - \varphi_{1min}.$$

Плоскость колебаний вектора \vec{E} соответствующего луча пройдет через точку, соответствующую углу Θ на лимбе, и оптическую ось микроскопа.

Сравните полученные экспериментальные данные с теоретическими. Сделайте в изометрии рисунок,

12.5 Контрольные вопросы

1. Может ли наблюдаться поляризация продольных волн?
2. Будет ли свет, отраженный от матовой поверхности (например, белой бумаги), поляризованным?
3. Почему в задании 3 используется диэлектрическое (черное) зеркало, а не металлическое (обычное)?
4. Почему $\Delta\varphi_{max} > \Delta\varphi_{min}$?

5. Почему в опыте задания 6 мы видим кристаллические пластинки окрашенными?

Лабораторная работа № 14

Проверка закона Малюса и изучение эллиптически поляризованного света

Цель работы: получение и графическое исследование плоскополяризованного и эллиптически поляризованного света.

Приборы и принадлежности: фонарь с оптической скамьей, светофильтр, два поляроида, одноосная двоякопреломляющая пластинка, полупроводниковый фотоэлемент, микроамперметр.

Литература:

1. Ландсберг Г.С. Оптика. – М.: Наука, 1976.
2. Савельев И.В. Курс общей физики. – М.: Наука, 1971. – Т.3.

13.1 Вопросы для подготовки к работе

1. Какой свет называют поляризованным (плоскополяризованным, эллиптически поляризованным, кругополяризованным)?
2. Способы получения плоскополяризованного света. Закон Малюса.
3. Получение света поляризованного по эллипсу и по кругу.

13.2 Краткая теория

Смотри “Краткая теория” к лабораторной работе № 13 (стр. 358).

13.3 Описание установки

Установка для исследования поляризованного света (рис.3.65) состоит из источника S , светофильтра $C\Phi$, поляризатора Π , двоякопреломляющей пластинки O , анализатора A и измерительного устройства Φ . Измерение интенсивности света производится измерительным устройством в условных единицах числа делений шкалы микроамперметра.

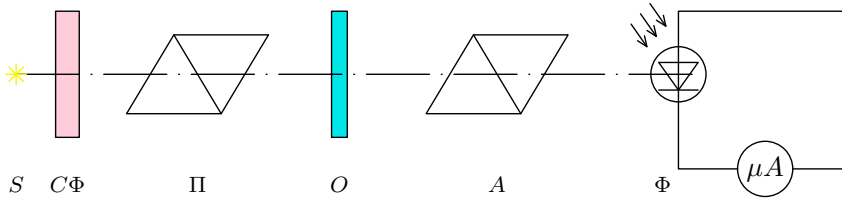


Рис. 3.65.

13.4 Порядок выполнения работы

Задание 1. Знакомство с описанием и конструкцией экспериментальной установки.

Задание 2. Проверка закона Малюса.

Для проверки закона Малюса надо исследовать зависимость изменения интенсивности J поляризованного света от угла ψ между главными направлениями поляризатора и анализатора.

Соберите установку (рис. 3.65) без двоякопреломляющей пластины O . Поставьте указатель анализатора на “нуль” и, вращая поляризатор, добейтесь максимального отброса стрелки прибора. Оставьте поляризатор в этом положении и сделайте первый отсчет интенсивности света J (при $\psi = 0^\circ$). (Если стрелка в максимуме отклоняется на малый угол или, наоборот, зашкаливает, надо изменить предел измерения прибора, повернув ручку на корпусе прибора.) Затем, повернув анализатор на 30° относительно начала отсчета, снимите второе показание. И так далее, вращая анализатор до угла 360° , снимите показания через каждые 30° . Данные опыта занесите в таблицу 3.24.

Таблица 3.24

| ψ | 0° | 30° | 60° | 90° | 120° | 150° | 180° | 210° | 240° | 270° | 300° | 330° | 360° |
|--------|-----------|------------|------------|------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|
| J | | | | | | | | | | | | | |

По данным опыта постройте график зависимости $J = f(\psi)$ в полярных координатах. Сравните полученный график с графиком функции закона Малюса $J = J_0 \cos^2 \psi$. Сделайте выводы.

Задание 3. Исследование эллиптически поляризованного света.

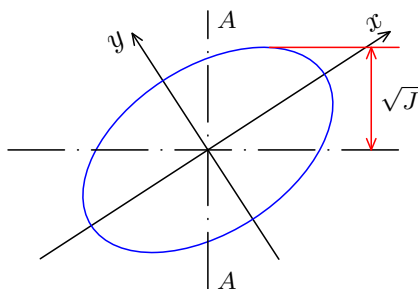


Рис. 3.66.

Для получения эллиптически поляризованного света на оптическую скамью между поляризатором и анализатором поставьте двоякопреломляющую пластину O . Такая пластинка, как уже говорилось, создает некоторую разность фаз между лучами, поляризованными в двух взаимно перпендикулярных плоскостях. Пройдя через анализатор, лучи интерferируют. Интенсивность света, прошедшего через анализатор, зависит от ориентации главной плоскости AA анализатора по отношению к осям эллипса (рис. 3.66). Если AA совпадет с осью OX , то интенсивность света максимальна, а если с OY , то минимальна. Поэтому при вращении анализатора наблюдается частичное изменение интенсивности. Чтобы исследовать зависимость интенсивности света, вышедшего из анализатора при эллиптической поляризации, от угла поворота анализатора, поступите следующим образом. Поставьте угол α между оптической осью двоякопреломляющей пластинки (указана на оправе пластинки) и главным направлением поляризатора таким, чтобы стрелка микроамперметра при повороте анализатора на $\Delta\psi = 360^\circ$ не подходила близко к нулю. Другими словами, ни при каком положении анализатора исследуемая интенсивность света не должна обращаться в нуль (в противном случае свет будет плоскополяризованным).

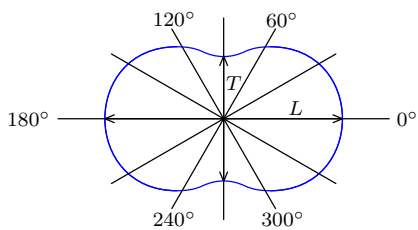


Рис. 3.67.

Для получения эллиптически поляризованного света на оптическую скамью между поляризатором и анализатором поставьте двоякопреломляющую пластину O . Такая пластинка, как уже говорилось, создает некоторую разность фаз между лучами, поляризованными в двух взаимно перпендикулярных плоскостях. Пройдя через анализатор, лучи интерferируют. Ин-

Вращая анализатор, как во 2-ом задании, снимите показания прибора через каждые 30° . Данные заносите в таблицу 2, аналогичную таблице 3.24. Затем постройте график зависимости $J = f(\psi)$. По построенному графику определите форму эллипса, а именно отношение $\frac{E_{x0}}{E_{y0}}$ и угол α между на-

правлением оси пластинки и плоскостью колебаний света, вышедшего из поляризатора. Пусть эта зависимость имеет вид, как на рис. 3.67. Длина L и толщина T “тали” этой кривой соответственно пропорциональны $\sqrt{L} \sim E_{x0}$; $\sqrt{T} \sim E_{y0}$. Принимая во внимание

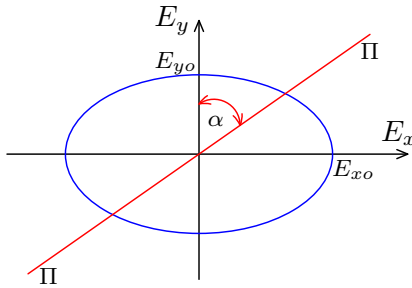


Рис. 3.68.

$$\frac{E_{x0}}{E_{y0}} = \operatorname{tg} \alpha,$$

найдем значение угла

$$\alpha = \operatorname{arctg} \left(\frac{\sqrt{L}}{\sqrt{T}} \right).$$

Подобрав подходящий масштаб для E_{x0} и E_{y0} , а также используя значение α , постройте эллипс, как на рис. 3.68. Для построения используйте уравнение эллипса

$$\frac{E_x^2}{E_{x0}^2} + \frac{E_y^2}{E_{y0}^2} = 1.$$

13.5 Контрольные вопросы

1. Как экспериментально отличить естественный свет от кругополяризованного? А частично от эллиптически поляризованного?
2. Объясните отличие экспериментальной кривой от теоретической в задании 2.

Лабораторная работа № 15

Изучение сахариметра и определение концентрации сахара в растворе

Цель работы: познакомиться с работой сахариметра и произвести измерение процентного содержания сахара в растворе.

Приборы и принадлежности: сахариметр СУ-3, набор трубок с раствором сахара известной и неизвестной концентрации.

Литература:

1. Ландсберг Г.С. Оптика. – М.: Наука, 1976.
2. Савельев И.В. Курс общей физики. – М.: Наука, 1976. – Т.3.

14.1 Вопросы для подготовки к работе

1. Какие вещества называются оптически активными?
2. От чего зависит угол поворота плоскости поляризации у кристаллических активных веществ и активных растворов?
3. Как объяснить по теории Френеля вращение плоскости поляризации?
4. Метод определения угла поворота плоскости поляризации.

14.2 Краткая теория

При прохождении плоскополяризованного света через некоторые кристаллы и растворы органических соединений, таких как камфора, кокаин, никотин, сахаристые вещества, плоскость колебания вектора \vec{E} поворачивается. Вещества, обладающие способностью вращать плоскость колебаний, называются оптически активными. На опыте установлено существование двух направлений вращения плоскости колебаний. Если поворот плоскости колебаний вектора \vec{E} для наблюдателя, смотрящего навстречу проходящему лучу, совершается по часовой стрелке, то вещество называется правовращающим, а против часовой стрелки — левовращающим. Почти все оптически активные вещества существуют в двух модификациях: правовращающие и левовращающие.

Объяснение явления вращения плоскости поляризации было дано Френелем. Он предположил, что вращение плоскости поляризации связано с особым типом лучепреломления. При взаимодействии света с молекулами активных веществ возникают два вида кругополяризованных волн с одинаковым периодом и частотой, но разными скоростями распространения в веществе. Это волны, поляризованные по правому и левому кругам. Для одних веществ $v_{\text{п}} > v_{\text{л}}$, для других $v_{\text{п}} < v_{\text{л}}$.

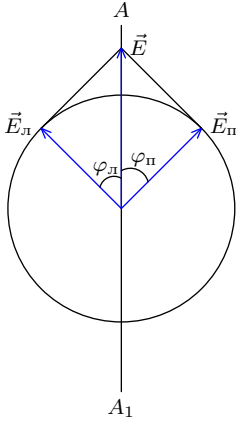


Рис. 3.69

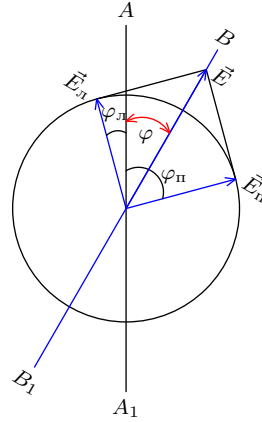


Рис. 3.70

Пусть в месте входа волны в активное вещество плоскость колебания вектора \vec{E} совпадает с направлением AA_1 (рис. 3.69). Векторы амплитуды колебаний этой волны в каждой точке можно представить как сумму двух векторов \vec{E}_p и \vec{E}_l — амплитуд колебаний право- и левокругополяризованных волн. Предположим, что $v_p < v_l$. Так как левополяризованная волна распространяется с большей скоростью, то до некоторой точки среды она дойдет с отставанием по фазе по сравнению с правополяризованной. В рассматриваемой точке электрический вектор \vec{E}_p правой волны будет повернут на больший угол вправо, чем повернут влево вектор \vec{E}_l левой волны (рис. 3.70). Следовательно, плоскостью, относительно которой симметрично расположены оба вектора, будет плоскость BB_1 , что соответствует повороту плоскости поляризации вправо на угол φ . Если $v_p > v_l$, то плоскость колебания вектора \vec{E} повернется влево.

Угол φ поворота плоскости поляризации для активных растворов зависит от толщины ℓ слоя раствора и его концентрации c следующим образом:

$$\varphi = \alpha_o \ell c, \quad (14.71)$$

где α_o — постоянная вращения, зависящая от природы вещества, длины световой волны и температуры.

Зависимость угла поворота плоскости колебаний поляризованного света от концентрации оптически активных растворов дает возмож-

ность быстро и надежно определять их концентрацию. Метод определения заключается в следующем. Между скрепленными поляризатором и анализатором (установленными на темноту) помещают трубку с раствором вещества. В результате поворота плоскости поляризации поле зрения просветляется. Для определения угла поворота надо повернуть анализатор до получения первоначального состояния поля зрения. Если известны постоянная вращения α_0 и угол поворота φ_0 , то концентрацию легко рассчитать по приведенной выше формуле (14.71). Приборы, применяемые для определения концентрации оптически активных растворов, называются поляриметрами (частный случай — сахариметрами).

14.3 Описание установки

В настоящей работе используется сахариметр СУ-3, внешний вид которого представлен на рис. 3.71.

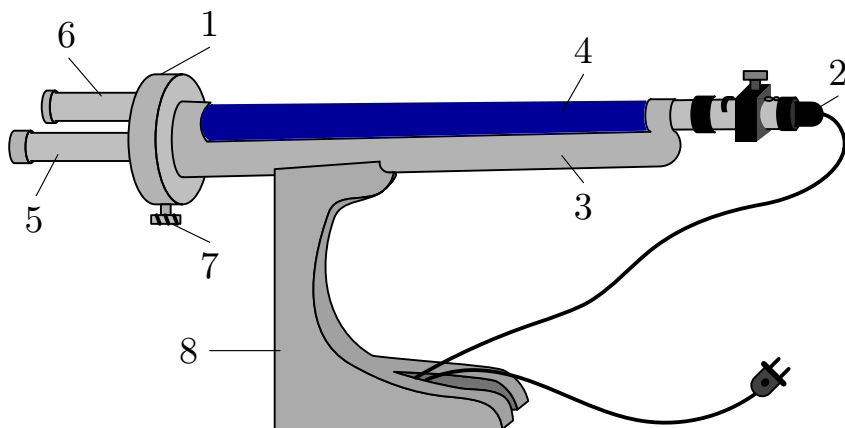


Рис. 3.71.

В состав сахариметра входят: (1) — измерительный узел, (2) — осветительный узел. Эти узлы соединены между собой траверсой (3), на которой укреплена камера (4) для поляриметрических кювет (трубок). С лицевой стороны измерительной головки прибора имеются зрительная труба (5) и лупа (6) в оправе для отсчета показаний по

шкале. В нижней части измерительной головки расположена рукоятка (7) кремальерной передачи для компенсации поворота плоскости поляризации. На передней части основания (8) находится тумблер для включения осветительной лампы. С тыльной стороны основания имеются вилка разъема для подключения электролампы к трансформатору и вилка со шнуром для подключения трансформатора в сеть.

Принципиальная схема сахариметра представлена на рис. 3.72.

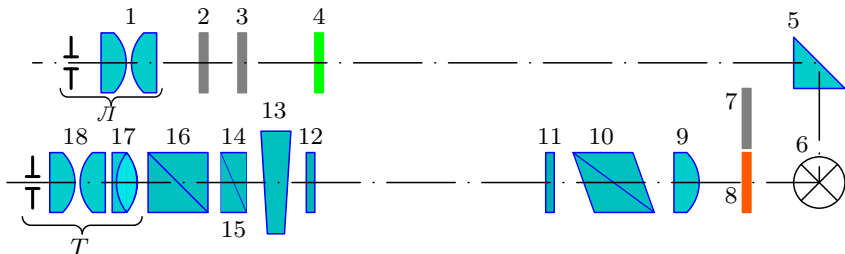


Рис. 3.72.

Свет от источника (6), пройдя через фильтр (8) или матовое стекло (7) и конденсор (9), попадает на полутеневую поляризационную призму – поляризатор (10). Затем, пройдя через рабочую камеру, систему кварцевых клиньев (13, 14, 15) и анализатор (16), попадает в поле зрения зрительной трубы T . Отсчетная шкала и нониус (2, 3) рассматривается через линзу L и освещаются этим же источником через обратную призму (5) и светофильтр (4).

В сахариметре угол поворот плоскости поляризации определяется по выравниванию освещенности двух частей поля зрения в зрительной трубе. Двойное поле получается в результате специальной обработки поляризационной призмы. Обычная поляризационная призма (призма Николя) разрезается вдоль главного сечения, и у каждой половины сошлифовываются клинья приблизительно по $2^\circ 30'$. Затем эти половины склеиваются (рис. 3.73а, 3.73б). Свет, попадая на такую призму, выходит двумя поляризованными пучками. Угол между плоскостями колебаний векторов \vec{E}_1 и \vec{E}_2 в этих пучках составляет примерно 5° . Если прямая AA (рис. 3.74) – сечение плоскости пропускания колебаний анализатора плоскостью рисунка – перпендикулярна биссектрисе OO угла между векторами \vec{E}_1 и \vec{E}_2 , то обе половинки поля зрения освещены равномерно (фотометрическое равновесие; рис. 3.74а).

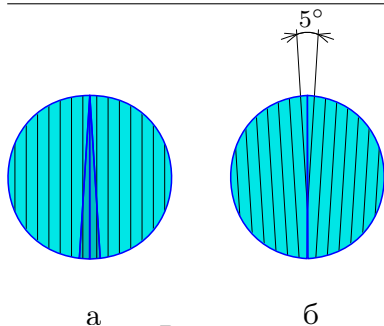


Рис. 3.73.

Если плоскости колебаний векторов \vec{E}_1 и \vec{E}_2 повернутся хотя бы на малый угол, то фотометрическое равновесие нарушится (рис. 3.74б, 3.74в), что легко установить визуально. Пусть в начальный момент поле зрения было равномерно освещено. Введение трубки с оптически активным раствором в камеру прибора нарушает фотометрическое равновесие. Для того, чтобы его восстановить, надо повернуть анализатор на угол, равный углу поворота плоскости поляризации, но в обратном направлении. В данном сахариметре поворот плоскости поляризации для восстановления фотометрического равновесия осуществляется введением кварцевых клиньев (13, 14, 15, рис. 3.72) вращением винта (14) кремальеры передачи (рис. 3.71). Перемещением большого клина (13) относительно малых (14, 15) подбирают толщину кварцевой пластинки так, чтобы вращательная способность кварца скомпенсировала вращение, вызванное раствором сахара.

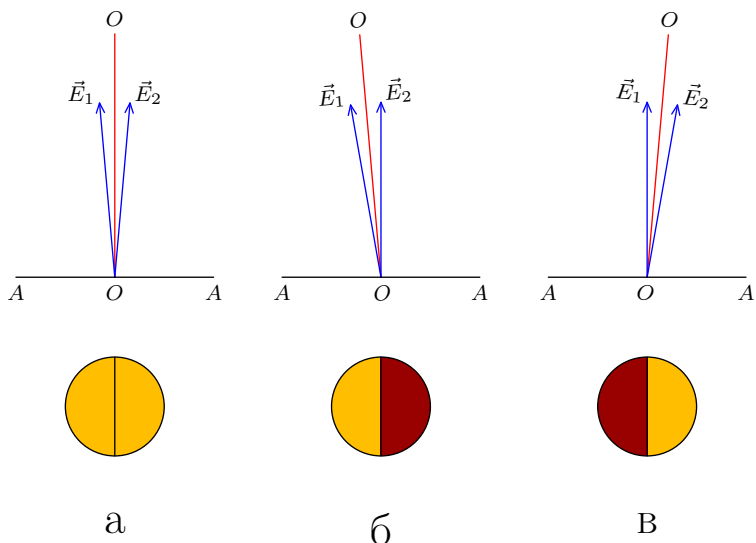


Рис. 3.74.

На рис. 3.72 обозначены: (1) – линзы, образующие лупу; (11,12) – защитные стекла; (17) – объектив, а (18) – окуляр зрительной трубы.

14.4 Порядок выполнения работы

Задание 1. Знакомство с описанием, схемой и принципом работы сахариметра.

Задание 2. Настройка сахариметра.

Порядок настройки.

1. Включите прибор в сеть, а тумблер на передней панели поставьте в положение “Вкл.”
2. Установите на резкость окуляр зрительной трубы, ориентируясь при этом на линию раздела полей, которая должна быть видна абсолютно резко. (Резкость подстройте и после помещения в камеру кюветы с раствором.)
3. Установите на резкость лупу отсчетного устройства, ориентируясь при этом на шкалу.
4. Проверьте положение “нуля” прибора. Для этого, при отсутствии в камере поляриметрической кюветы, вращением рукоятки кремальерной передачи добейтесь одинаковой освещенности обеих половин поля зрения. При этом нулевые деления шкалы и нониуса должны совпасть. (Если совпадения нет, обратитесь к лаборанту для настройки прибора или учтите поправку на “нуль” при измерениях.)

После настройки сахариметра приступите к измерениям.

Задание 3. Градуировка сахариметра.

Отградуировать сахариметр — значит определить α_o — величину удельного вращения исследуемого раствора (раствора сахара).

Для этого в камеру прибора поместите поляриметрическую кювету (трубку) с раствором известной концентрации. При этом (если прибор стоял на нуле) равенство освещенностей половинок поля зрения нарушится; его восстановите вращением рукоятки анализатора. Затем произведите отсчет по шкале и нониусу прибора. Для этого определите, на сколько целых градусов сместился нуль шкалы нониуса относительно нуля шкалы. Десятые доли градуса найдите по 380

шкале нониуса по совмещению его деления с делением основной шкалы. Отсчет произведите с точностью до $0,1S$ (S — единица сахарной шкалы, в которых проградуирован сахариметр). С одной и той же трубкой измерения проделайте не менее пяти раз. Данные измерений заносите в таблицу 3.25. Постоянную вращения находят по формуле

$$\alpha_o = \frac{\bar{\varphi}}{c\ell},$$

где ℓ — длина кюветы, которая может составлять:

$$\ell_1 = (100,00 \pm 0,05) \text{ мм} \quad \text{при} \quad \alpha = \frac{2}{3};$$

$$\ell_2 = (200,00 \pm 0,05) \text{ мм} \quad \text{при} \quad \alpha = \frac{2}{3};$$

$$\ell_3 = (400,00 \pm 0,05) \text{ мм} \quad \text{при} \quad \alpha = \frac{2}{3};$$

c — концентрация раствора, составляющая:

$$c_1 = (0,1000 \pm 0,0003) \text{ г/см}^3 \quad \text{при} \quad \alpha = \frac{2}{3}.$$

Таблица 3.25

| n | φ_{0i} | $\Delta\varphi_{0i}$ | $(\Delta\varphi_{0i})^2$ |
|---------|----------------|----------------------|--------------------------|
| 1 | | | |
| 2 | | | |
| и т.д. | | | |
| Среднее | | X | X |

По данным таблицы 3.25 рассчитайте стандартную (при $\alpha = \frac{2}{3} \Rightarrow t_{\alpha n} \approx 1$) ошибку $\Delta\varphi$ и результат запишите в виде

$$\varphi = \bar{\varphi} \pm \Delta\varphi \quad \text{при} \quad \alpha = \frac{2}{3}.$$

Рассчитайте стандартную ошибку в определении постоянной вращения. Для этого воспользуйтесь формулой

$$\Delta\alpha_0 = \sqrt{\left(\frac{\partial\alpha_0}{\partial\varphi}\right)^2 (\Delta\varphi)^2 + \left(\frac{\partial\alpha_0}{\partial\ell}\right)^2 (\Delta\ell)^2 + \left(\frac{\partial\alpha_0}{\partial c}\right)^2 (\Delta c)^2}.$$

Окончательно постоянную вращения запишите в виде

$$\alpha_0 = \bar{\alpha}_0 \pm \Delta\alpha_0 \quad \text{при } \alpha = \frac{2}{3}.$$

Задание 4. Определение концентрации раствора сахара.

Для определения концентрации в камеру поместите трубку с раствором неизвестной концентрации и найдите угол поворота плоскости поляризации, как в задании 3.

Измерение угла поворота произведите не менее пяти раз. Результаты измерений занесите в таблицу 2, по форме аналогичную таблице 3.25. Концентрацию сахара в растворе рассчитайте по формуле

$$c = \frac{\bar{\varphi}}{\alpha_0 \ell}.$$

Стандартную ошибку определите по формуле

$$\Delta c = \sqrt{\left(\frac{\partial c}{\partial \varphi}\right)^2 (\Delta\varphi)^2 + \left(\frac{\partial c}{\partial \alpha_0}\right)^2 (\Delta\alpha_0)^2 + \left(\frac{\partial c}{\partial \ell}\right)^2 (\Delta\ell)^2}.$$

Окончательно результат запишите в виде

$$c = (\bar{c} \pm \Delta c) \text{ г/см}^3 \quad \text{при } \alpha = \frac{2}{3}.$$

14.5 Контрольные вопросы

1. Как изменится положение плоскости поляризации, если линейно поляризованный свет пропустить через слой активного вещества, а затем, отразив его от зеркала, пропустить через ту же среду в обратном направлении?
2. Расскажите об устройстве и принципе действия сахариметра СУ-3.
3. Расскажите об устройстве и принципе действия поляризатора (полутеневого компенсатора) в сахариметре СУ-3.

Лабораторная работа № 16

Определение показателя преломления стеклянной призмы

Цель работы: определить показатель преломления призмы для длин волн в спектре ртути и исследовать зависимость $n = f(\lambda)$.

Приборы и принадлежности: призма, гониометр, ртутно-кварцевая лампа, осветитель с лампой накаливания.

Литература:

1. Александров Н.В. и др. Практикум по курсу общей физики. Выпуск 4. – М.: Просвещение, 1972.
2. Ландсберг Г.С. Оптика. – М.: Наука, 1976.

15.1 Вопросы для подготовки к работе

1. Физический смысл показателя преломления.
2. Что называется дисперсией? Нормальная и аномальная дисперсия.
3. Методы наблюдения дисперсии.

15.2 Краткая теория

Оптические свойства веществ характеризуются показателем преломления. Согласно электромагнитной теории скорость света в веществе зависит от электрических и магнитных свойств среды и определяется соотношением

$$v = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon\mu}},$$

- где c — постоянная, равная $3 \cdot 10^8$ м/с;
 v — скорость света в среде;
 ε и μ — относительные диэлектрическая и магнитная проницаемости среды.

Для вакуума $\varepsilon = \mu = 1$ и $c = v$; следовательно, c — это скорость света в вакууме.

Отношение $\frac{c}{v} = \sqrt{\varepsilon\mu} = n$ называется абсолютным показателем преломления среды.

Поскольку длина волны λ связана со скоростью распространения волны v и частотой колебаний ν как $v = \lambda\nu$, то

$$n = \frac{c}{v} = \frac{\lambda_0}{\lambda},$$

где λ_0 — длина волны в вакууме,

λ — длина волны в среде.

Таким образом, длина волны электромагнитного излучения в среде с показателем преломления n определяется как $\lambda = \frac{\lambda_0}{n}$.

Установлено, что показатель преломления среды зависит от длины волны света (цвета луча). Это явление называется дисперсией

$$n = f(\lambda).$$

Различают два вида дисперсии: нормальную, при которой показатель преломления уменьшается с ростом длины волны и аномальную, при которой показатель преломления увеличивается с ростом длины волны. Область аномальной дисперсии лежит в зоне наибольшего поглощения света в веществе, поэтому наблюдение аномальной дисперсии чрезвычайно затруднено.

Для прозрачных веществ обычно имеет место нормальная дисперсия. В видимой области спектра для оптических стекол показатель преломления n_λ приблизительно вычисляется по эмпирической формуле Гартмана:

$$n_2 = n_0 + \frac{k}{(\lambda - \lambda_0)^\alpha},$$

где n_0 ; k ; λ_0 ; α — постоянные для данной марки стекла.

На явлении дисперсии основано разложение сложного некогерентного света в спектр. Для получения спектра используют дисперсионные (преломляющие) призмы. Такой спектр носит название дисперсионного (в отличие, например, от дифракционного, получаемого при помощи дифракционной решетки).

Преломляющей призмой называется оптический элемент, ограниченный двумя преломляющими непараллельными плоскостями, образующими двугранный угол. Этот угол называется преломляющим углом призмы, а плоскость, перпендикулярная ребру двугранного угла, называется главным сечением призмы.

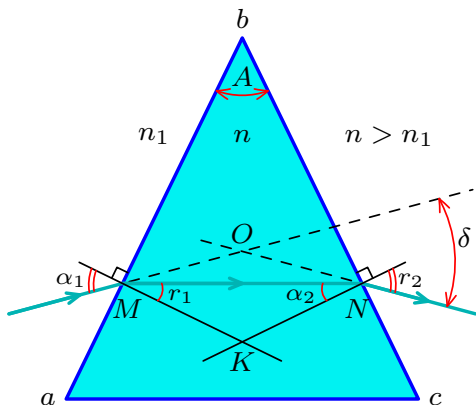


Рис. 3.75.

Таким образом, преломляющая призма характеризуется преломляющим углом A , то есть углом между плоскостями призмы в ее главном сечении и показателем преломления n материала, из которого она изготовлена.

На рис. 3.75 представлен ход лучей в главном сечении призмы. Пройдя через призму, луч отклоняется от своего первоначального направления на угол δ , называемый углом отклонения.

Угол отклонения лучей зависит от показателя преломления вещества призмы следующим образом:

$$\delta = \arcsin\left(\frac{n}{n_1} \sin r_1\right) + \arcsin\left(\frac{n}{n_1} \sin \alpha_2\right),$$

где r_1 — угол преломления луча на первой поверхности призмы,

α_2 — угол падения луча на вторую грань призмы.

Если углы $\alpha_1 = r_2$, $r_1 = \alpha_2$, то угол δ будет минимальным. Для минимального угла отклонения δ_{min} имеет место соотношение

$$\frac{n}{n_1} = \frac{\sin\left(\frac{A + \delta_{min}}{2}\right)}{\sin\left(\frac{A}{2}\right)}. \quad (15.72)$$

Покажем это. Для грани ab закон преломления запишется так:

$$\frac{n}{n_1} = \frac{\sin \alpha_1}{\sin r_1}. \quad (15.73)$$

Угол A — внешний для треугольника MNK .

$$A = 2r_1 \implies r_1 = \frac{A}{2}. \quad (15.74)$$

Угол δ_{min} — внешний для треугольника MON .

$$\delta_{min} = (\alpha_1 - r_1) + (r_2 - \alpha_2) = 2\alpha_1 - 2r_1$$

$$2\alpha_1 = \delta_{min} + 2r_1 = \delta_{min} + A \implies \alpha_1 = \frac{\delta_{min} + A}{2}. \quad (15.75)$$

Используя соотношения (15.73), (15.74), (15.75), получим формулу (15.72).

В данной работе надо определить относительные показатели преломления стеклянной призмы для длин волн в спектре ртути, исходя из соотношения (15.72). Экспериментальная задача сводится к определению A — преломляющего угла призмы и δ_{min} — угла наименьшего отклонения. Для определения углов используется гониометр.

15.3 Описание установки

Гониометр состоит из штатива, на котором укреплен лимб, разделенный, на градусы и две оптические трубы (рис. 3.76).

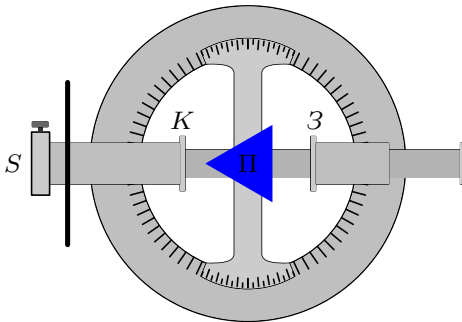


Рис. 3.76.

K — неподвижная труба-коллиматор; Z — подвижная зрительная труба, которая может поворачиваться около вертикальной оси, проходящей через центр лимба перпендикулярно плоскости чертежа. Зрительная труба жестко связана с нониусами, которые перемещаются по лимбу. Коллиматор нужен для формирования параллельного пучка света. В качестве точечного

(в горизонтальной плоскости) источника света используется регулируемая щель S . Зрительная труба снабжена крестообразным визиром. В центре гониометра на столике помещается исследуемая призма $П$. Она может поворачиваться вокруг вертикальной оси.

15.4 Порядок выполнения работы

Задание 1. Знакомство с описанием и конструкцией экспериментальной установки.

Произведите настройку гониометра. Для этого снимите призму и расположите подвижную трубу 3, как показано на рис. 3.76. Осветите щель коллиматора светом электрической лампы накаливания. Наблюдая в зрительную трубу 3, добейтесь четкого изображения щели (щель должна быть узкой).

Задание 2. Определение преломляющего угла призмы.

Преломляющий угол призмы можно определить, измерив угол φ . Угол φ — это угол между продолжениями отраженных лучей, падающих на грани призмы ab и bc параллельно биссектрисе преломляющего угла (рис. 3.77). Угол $A = \frac{\varphi}{2}$ (докажите самостоятельно).

Поставьте призму так, чтобы параллельный пучок лучей, идущий из коллиматора, был сонаправлен с биссектрисой преломляющего угла призмы.

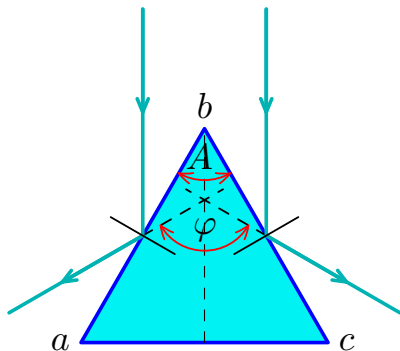


Рис. 3.77.

Поверните зрительную трубу влево, найдите изображение щели и совместите ее с визиром зрительной трубы. Произведите отсчет угла φ_1 по малому нониусу. Затем поверните трубу вправо и также найдите изображение щели, полученное при отражении лучей от второй грани призмы. Произведите отсчет φ_2 . Разность значений углов ($\varphi_2 - \varphi_1$) дает значение угла φ . Измерение углов произведите 5-7 раз. Данные занесите в таблицу 3.26.

Задание 3. Определение угла наименьшего отклонения и вычисление показателя преломления.

Осветите щель коллиматора ртутно-кварцевой лампой. Поверните призму так, чтобы биссектриса ее преломляющего угла образовала с направлением луча, идущего из коллиматора, угол, близкий

к $110^\circ - 120^\circ$ (рис. 3.78). Луч, пройдя через призму, образует спектр. Поворачивайте зрительную трубу в сторону основания призмы до тех пор, пока изображение спектра не появится в поле зрения трубы.

Внимание!

1. Зрительную трубу надо поворачивать очень медленно.
2. Если спектр не появился в поле зрения трубы, то призму следует слегка повернуть вправо или влево.

После того как в поле зрения трубы появится спектр, приступайте к нахождению лучей, идущих под углом наименьшего отклонения. Поступите следующим образом: наведите перекрестье на желтую линию спектра; затем столик с призмой медленно поворачивайте в сторону вершины, одновременно перемещая трубу так, чтобы спектр оставался в поле зрения трубы, а перекрестье удерживалось на желтой линии.

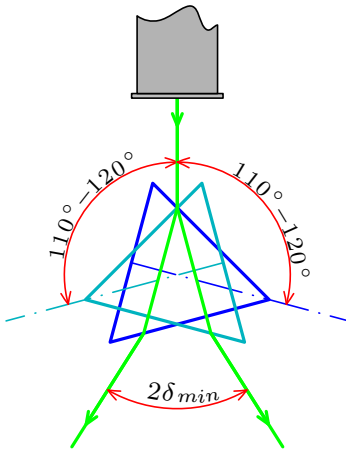


Рис. 3.78.

В некоторый момент желтая линия спектра остановится и начнет перемещаться в сторону, противоположную вращению призмы (то есть возвращаться обратно). В момент остановки линии, перед тем как она пойдет обратно, в трубку попадают лучи, идущие под углом наименьшего отклонения. Добившись такого положения, призму остановите. Проверьте точность совмещения нитей визира с желтой линией спектра. Для этого слегка поверните столик с призмой вправо и влево. При этом линия спектра должна оставаться на визире. Затем произведите отсчет угла $\delta_{1ж}$ по малому нониусу. Не трогая призму, наведите визир зрительной трубы на зеленую и фиолетовую линии спектра и произведите отсчеты $\delta_{1з}$ и $\delta_{1ф}$.

Поверните призму вправо и, используя предыдущие указания, найдите углы наименьшего отклонения $\delta_{2ж}$, $\delta_{2з}$, $\delta_{2ф}$. Измерения произведите 5 – 7 раз. Угол δ_{min} определите как $\frac{(\delta_2 - \delta_1)}{2}$. Данные измерений и расчетов занесите в таблицу 3.26.

Таблица 3.26

| № | φ_{1i} | φ_{2i} | $A_i = \frac{\varphi_2 - \varphi_1}{2}$ | δ_{1i} | δ_{2i} | $\delta_{min} = \frac{\delta_{2i} - \delta_{1i}}{2}$ | n_i | Δn_i | $(\Delta n_i)^2$ |
|--------|----------------|----------------|---|---------------|---------------|--|----------|--------------|------------------|
| 1 | | | | | | | | | |
| 2 | | | | | | | | | |
| и т.д. | | | | | | | | | |
| | | | | | | | $n_{ср}$ | | Σ |

Сделайте для каждой линии спектра отдельную таблицу. Ошибку подсчитайте по формуле

$$n = t_{\alpha n} \sqrt{\frac{\sum (\Delta n_i)^2}{n(n-1)}}.$$

Постройте график зависимости $n = f(\lambda)$ с учетом ошибок измерений (рис. 3.79).

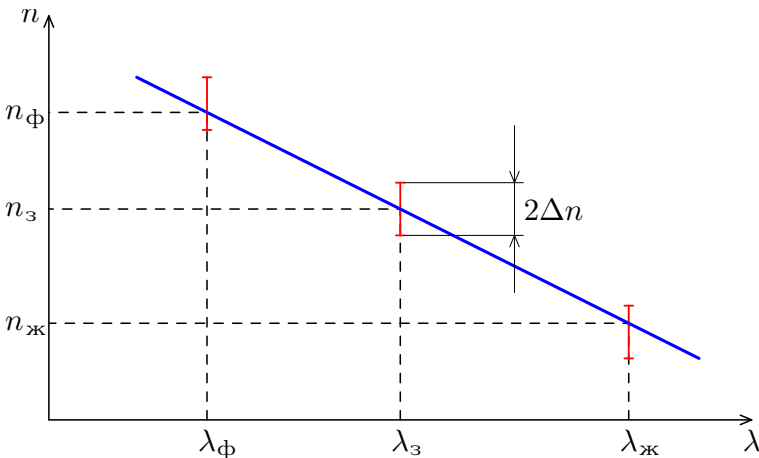


Рис. 3.79.

| | |
|-----------------------------|---------------------------------------|
| Длины волн в спектре ртути: | $\lambda_{\text{ж}} = 578 \text{ нм}$ |
| | $\lambda_{\text{з}} = 546 \text{ нм}$ |
| | $\lambda_{\text{ф}} = 406 \text{ нм}$ |

15.5 Контрольные вопросы

1. Нормальной или аномальной дисперсией обладает исследуемая призма?
2. Выведите рабочую формулу (15.72).
3. Докажите, что $A = \frac{\varphi}{2}$ (рис. 3.77).
4. Постройте ход лучей в призме для случаев $n < n_1$ и $n > n_1$ (n — абсолютный показатель преломления призмы, n_1 — абсолютный показатель преломления окружающей среды).
5. Как по внешнему виду отличить спектры, полученные с помощью призмы и дифракционной решетки?

Лабораторная работа № 17

Магнитное вращение плоскости поляризации

Цель работы: наблюдение явления вращения плоскости поляризации света, проходящего через вещество, помещённое в магнитное поле; экспериментальное определение постоянной Верде.

Приборы и принадлежности: поляризационный сахариметр, соленоид с дистиллированной водой, выпрямитель, амперметр, реостат, переключатель, провода.

Литература:

1. Г.С. Ландсберг. Оптика. — М.: Наука, 1976.
2. М.И. Корсунский. Оптика, строение атома, атомное ядро. — М.: Наука, 1967.
3. Физический практикум. Электричество и оптика. Под редакцией В.И. Ивероновой. — М.: Наука, 1968.

16.1 Вопросы для подготовки к работе

1. Какой свет называется плоскополяризованным?
2. Как получить плоскополяризованный свет?
3. Какие вещества называются оптически активными? (Приведите примеры)
4. Принцип работы сахариметра (лабораторная работа № 15, стр. 377).
5. Является ли оптически активным веществом дистиллированная вода?

16.2 Краткая теория

В 1846 году М. Фарадею удалось обнаружить вращение плоскости поляризации в оптических неактивных телах, возникающее под действием магнитного поля. Значение этого открытия в истории физики велико. Это было первое явление, в котором обнаружилась связь между оптическими и электромагнитными явлениями. Сам Фарадей считал, что ему удалось обнаружить непосредственное влияние магнитного поля на свет.

В действительности, однако, явление магнитного вращения плоскости поляризации имеет другой характер. Магнитное поле не действует непосредственно на свет, а действует на вещество, через которое свет проходит. В вакууме, в магнитном поле вращения плоскости поляризации не происходит. Однако вещества, не являющиеся оптически активными, под действием магнитного поля становятся таковыми. Они приобретают способность вращать плоскость поляризации.

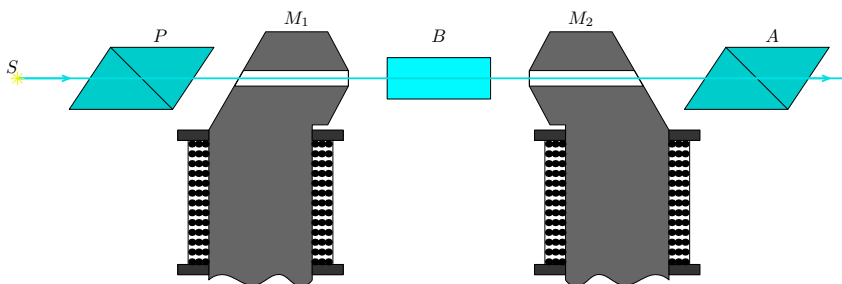


Рис. 3.80.

Для наблюдения магнитного вращения плоскости поляризации служит установка, схематически изображённая на рис. 3.80.

Исследуемое вещество B , не являющееся оптически активным, помещается между полюсами M_1 и M_2 сильного электромагнита. Плоскополяризованный свет пропускается через вещество так, чтобы направление распространения света совпало с направлением магнитного поля. (Для этого полюса электромагнита просверлены.) Поляризующие призмы P и A выполняют обычные функции: P – поляризатор, A – анализатор. Они устанавливаются так, чтобы поле зрения было тёмным. При включении магнитного поля тёмное поле зрения светлеет. Поворотом анализатора A на угол φ вновь удаётся получить тёмное поле зрения, что означает, что при включённом магнитном поле исследуемое вещество B поворачивает плоскость поляризации на угол φ .

Было установлено, что угол φ поворота плоскости поляризации пропорционален длине пути ℓ , проходимой светом в веществе, и напряжённости магнитного поля H .

$$\varphi = R\ell H. \quad (16.76)$$

Коэффициент R называется постоянной Верде или удельным магнитным вращением.

Для подавляющего большинства веществ вращение происходит в ту сторону, в какую навиты витки электромагнита (положительно-вращающие вещества). Встречаются, однако, и вещества, вращающие плоскость поляризации в противоположную сторону (отрицательно-вращающие вещества).

Вращение плоскости поляризации в магнитном поле обусловлено тем, что под влиянием магнитного поля электроны, входящие в состав атомов и молекул, испытывают прецессию, благодаря чему скорости распространения волн, поляризованных по часовой стрелке и против часовой стрелки, оказываются в этой среде различными. Последнее обстоятельство и приводит к повороту плоскости поляризации.

16.3 Описание установки

Принципиальная схема экспериментальной установки изображена на рис. 3.81.

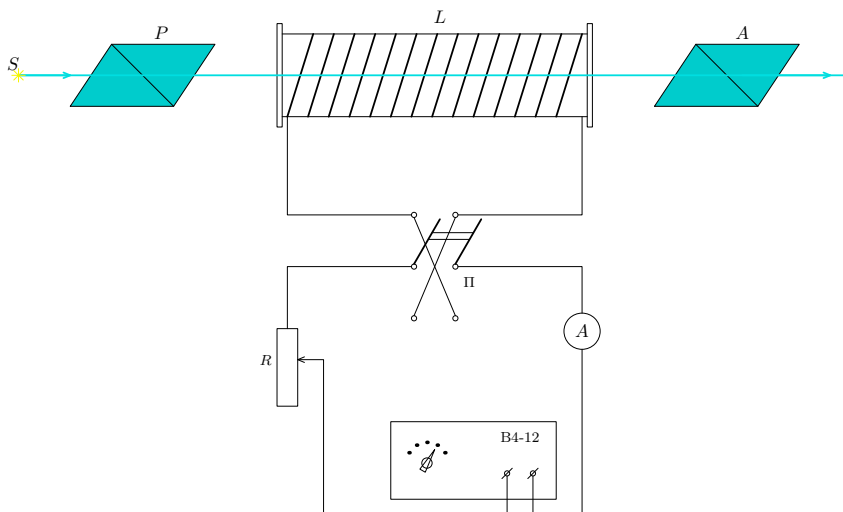


Рис. 3.81.

В качестве исследуемого вещества используется дистиллированная вода, помещённая в поляризметрическую кювету. Магнитное поле создаётся соленоидом L , который размещен на этой же кювете. Угол поворота плоскости поляризации измеряется универсальным сахариметром СУ-3 (его описание см. в лабораторной работе № 15, стр. 377). Ток в соленоиде можно изменять как скачками (переключателем на выпрямителе), так и плавно (реостатом R).

Для изменения направления тока через соленоид предназначен переключатель Π , а для измерения его величины — амперметр.

Следует отметить, что сахариметр проградуирован в градусах сахарной шкалы.

$$1^\circ S = 0,3462 \text{ угловых градуса.}$$

16.4 Порядок выполнения работы

Задание 1. Ознакомьтесь с описанием и конструкцией экспериментальной установки. Соберите электрическую схему.

Задание 2. Экспериментальное определение постоянной Верде.

Соленоид с дистиллированной водой поместите в сахариметр и при разомкнутой цепи настройте анализатор. Отсчётное устройство

при этом должно стоять в положении $0^\circ S'$ (возможны отклонения на $\pm 0, 2^\circ S$).

Замкните цепь и установите силу тока $I = 0, 5 \text{ A}$. Вращая анализатор, определите угол φ'_1 , на который повернулась плоскость поляризации. Переключателем П измените направление тока и определите угол φ''_1 . Окончательный угол поворота плоскости поляризации равен:

$$\varphi'_1 = \frac{|\varphi'_1| + |\varphi''_1|}{2}.$$

Измерения при заданном значении тока повторите не менее 3 раз. Напряжённость магнитного поля вычислите по формуле:

$$H = 0, 95 \frac{NI}{a} \left(\frac{A}{M} \right),$$

- где $N = 3400$ — число витков провода в соленоиде,
 $a = 0, 38 \text{ м}$ — длина соленоида (в данной установке $a \neq \ell$),
 I — величина тока в соленоиде,
 $0, 95$ — коэффициент, учитывающий непостоянство H на концах соленоида.

Измерения проведите не менее, чем при 5 значениях тока в пределах $0, 5 \text{ A} \leq I \leq 1, 5 \text{ A}$.

Результаты измерений и вычислений удобно занести в таблицу 3.27.

Таблица 3.27

| $I(A)$ | $H \left(\frac{A}{M} \right)$ | $\varphi^{\circ} S$ | $\varphi''^{\circ} S$ | $\varphi_i^{\circ} S$ | φ_i | $\Delta \varphi_i$ | $\Delta \varphi$ |
|--------|--------------------------------|---------------------|-----------------------|-----------------------|------------------------|--------------------|------------------|
| 0, 5 | | | | | | | |
| | | | | | | | |
| | | X | X | X | $\overline{\varphi_i}$ | X | |
| 0, 8 | | | | | | | |
| | | | | | | | |
| | | X | X | X | $\overline{\varphi_i}$ | X | |
| и т.д. | | | | | | | |

$$\Delta\varphi = t_{\alpha n} \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\Delta\varphi_i)^2}{n(n-1)}}, \quad \text{при } \alpha = \dots$$

(Удобно брать $\alpha = \frac{2}{3}$, так как при этом $t_{\alpha n} \approx 1$.)

Постройте график зависимости $\varphi = f(H)$, откладывая на нём и средние квадратичные ошибки $\Delta\varphi$ (рис. 3.82).

По графику определите $\text{tg } \theta$ и, окончательно, постоянную Верде

$$R = \frac{1}{\ell} \text{tg } \theta,$$

где $\ell = 0,4 \text{ м}$ — длина пути света в веществе (воде).

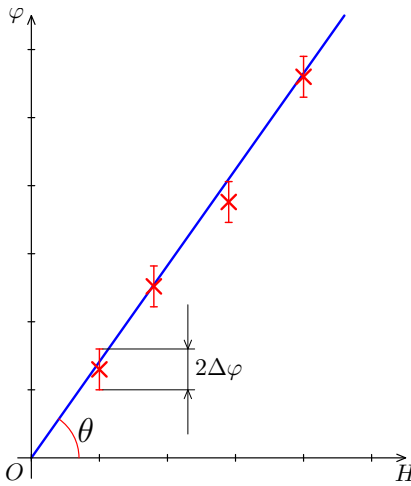


Рис. 3.82.

При определении R мы учитываем только ошибки $\Delta\varphi$, так как ошибки в определении ℓ и H существенно меньше.

При достаточном количестве точек на экспериментальной прямой можно графически определить ошибку ΔR . Для этого график разбивают на три равные части и самую левую (ближе к началу координат) часть во внимание не принимают. Затем нужно провести через начало координат две прямые так, чтобы выше одной из них лежало $\frac{2}{3}$ точек, а выше другой — $\frac{1}{3}$. По этим прямым определяется R_1 и R_2 , а также $\Delta R' = |R_1 - R_2|$. Стандартная (средняя квадратичная) ошибка находится по формуле:

$$\Delta R = \frac{\Delta R'}{\sqrt{n}},$$

где n — полное число точек на графике.

Задание 3. Определение $\frac{e}{m}$ частиц, обуславливающих магнитное вращение плоскости поляризации.

Используя теоретическое выражение для постоянной Верде

$$\text{Гауссова система единиц: } R = \frac{e}{m} \cdot \frac{\lambda}{2c^2} \cdot \frac{\partial n}{\partial \lambda}$$

$$\text{СИ: } R = \frac{\mu_0 e}{2mc} \cdot \lambda \cdot \frac{\partial n}{\partial \lambda}$$

найдите отношение $\frac{e}{m}$ для частиц, определяющих оптическую дисперсию (а, следовательно, и магнитное вращение плоскости поляризации) вещества. В последней формуле m и e — соответственно масса и заряд частиц, c — скорость света в вакууме, λ — длина световой волны, $\frac{\partial n}{\partial \lambda}$ — производная показателя преломления вещества по длине волны. Значение $\frac{\partial n}{\partial \lambda}$ для воды вблизи длины волны $\lambda = 6000 \text{ \AA}$ равно $3 \cdot 10^{-6} \text{ \AA}^{-1}$. Надо иметь в виду, что приведённая формула точно справедлива для атомарных газов. Поэтому в нашем случае она может дать только правильный порядок величины $\frac{e}{m}$ для частиц, ответственных за дисперсию в оптической области спектра.

Однако полученное значение $\frac{e}{m}$ всё же позволяет однозначно установить, что явление вращения плоскости поляризации в магнитном поле обязано своим происхождением воздействию магнитного поля на электроны вещества.

16.5 Контрольные вопросы

1. В чём заключается эффект Фарадея?
2. От чего зависит угол поворота плоскости поляризации?
3. Какой физический смысл имеет постоянная Верде?
4. Какие частицы вызывают оптический эффект? (Ответ дать руководствуясь вычисленным значением $\frac{e}{m}$.)

Лабораторная работа № 19

Измерение показателя преломления жидкостей с помощью рефрактометра АББЕ

Цель работы: познакомиться с принципом действия рефрактометра Аббе, исследовать зависимость показателя преломления от концентрации раствора.

Приборы и принадлежности: рефрактометр Аббе, растворы спирта различной концентрации.

17.1 Теоретическое введение

Рефрактометрами называются приборы, служащие для измерения показателя преломления веществ. Принцип действия рефрактометра основан на явлении полного отражения. Если на границу ab раздела двух сред с показателями преломления n_1 и n_2 , $n_1 > n_2$ из среды более оптически плотной падает рассеянный пучок света, то начиная с некоторого угла i падения, лучи не входят во вторую среду, а полностью отражаются от границы раздела в первой среде. Этот угол называется предельным углом полного отражения. На рис. 3.83 показано поведение лучей при падении в некоторую точку этой поверхности. Луч 4 идет под предельным углом. Из закона преломления $n_1 \sin i = n_2 \sin r$ можно определить: $\sin i_{\text{пр}} = \frac{n_2}{n_1}$, (поскольку $r = \frac{\pi}{2}$).

Величина предельного угла зависит от относительного показателя преломления двух сред. Если лучи, отраженные от поверхности, направить на собирающую линзу L то в фокальной плоскости линзы можно видеть границу света и полутени, причем, положение этой границы зависит от величины предельного угла, а следовательно, и от показателя преломления. Изменение показателя преломления одной из сред влечет за собой изменение положения границы раздела. Граница раздела света и тени может служить индикатором при определении показателя преломления, что и используется в рефрактометрах. Этот метод определения показателя преломления называется методом полного отражения.

Помимо метода полного отражения в рефрактометрах используется метод скользящего луча. В этом методе рассеянный пучок света попадает на границу ab из среды менее оптически плотной под всевозможными углами (рис. 3.84). Лучу скользящему по поверхности

($i = \frac{\pi}{2}$), соответствует $r_{\text{пр}} = \arcsin \frac{n_2}{n_1}$ — предельный угол преломления (луч 5' на рис. 3.84). Если на пути лучей (1'...5'), преломленных на поверхности ab , поставить линзу, то в фокальной плоскости линзы мы также увидим резкую границу света и тени.

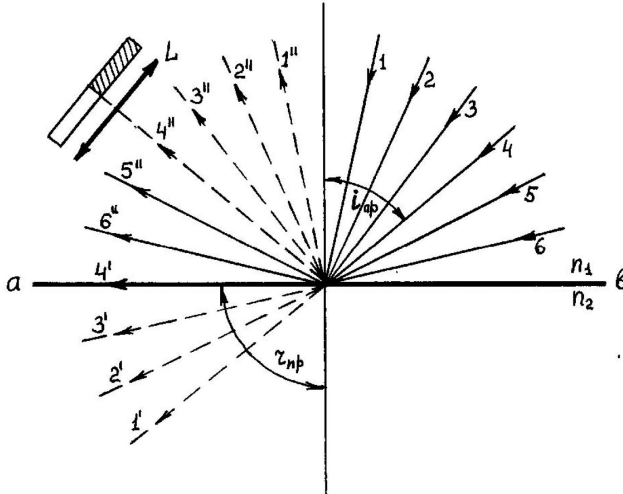


Рис. 3.83.

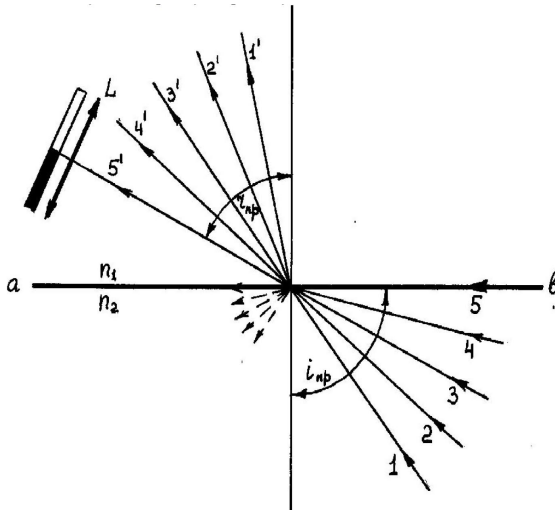


Рис. 3.84.

Так как условия, определяющие величину предельного угла, в обоих методах одинаковы, то и положение границы раздела совпадает. Оба метода равноценны, но метод полного отражения позволяет измерять показателя преломления непрозрачных веществ.

17.2 Описание установки

В нашей работе используется рефрактометр Аббе-Пульфриха (рис. 3.85). Основной частью прибора является рабочая камера (1), состоящая из двух прямоугольных призм, изготовленных из стекла с большим показателем преломления. В разрезе призмы имеют вид прямоугольных треугольников, обращенных друг к другу гипотенузами. Зазор между призмами имеет ширину около 0,1 мм и служит для помещения исследуемой жидкости. Призмы находятся в защитном металлическом кожухе, в котором имеется два осветительных окна, для метода полного отражения и метода скользящего луча. Рабочая камера открывается с помощью замка (2).

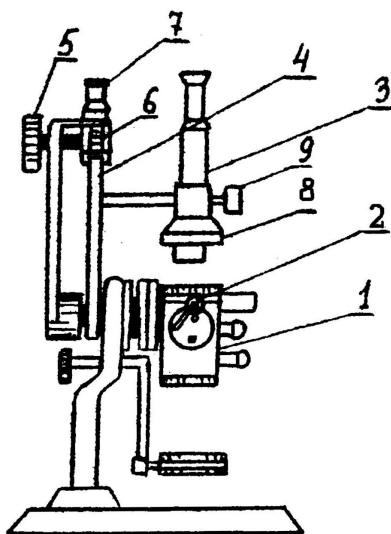


Рис. 3.85.

Для наблюдения границы раздела света и тени служит зрительная труба (3) с визирным перекрестием, расположенная на (4). Наведение границы раздела на перекрестие трубы производится винтом (5), который перемещает рабочую камеру. Показатели преломления отсчитываются по шкале (6) с помощью лупы (7). Шкала проградуирована в показателях до **0,0001**.

При освещении системы белым светом в результате дисперсии в стеклах призмы граничение света и тени размывается и окрашивается в радужные цвета. Для устранения дисперсии слу-

жит конденсор (8), смонтированный в зрительной трубе. Он состоит из системы призм, смещающихся друг относительно друга поворотом винта (9). Смещая призмы, мы добиваемся того, чтобы в поле зрения трубы попал монохроматический свет (в нашем приборе это свет с $\lambda = 5893 \text{ \AA}$, среднее значение длины волны желтого дублета натрия). При этом граница света и тени становится достаточно резкой.

17.2.1 Ход лучей в оптической системе прибора

Метод скользящего луча

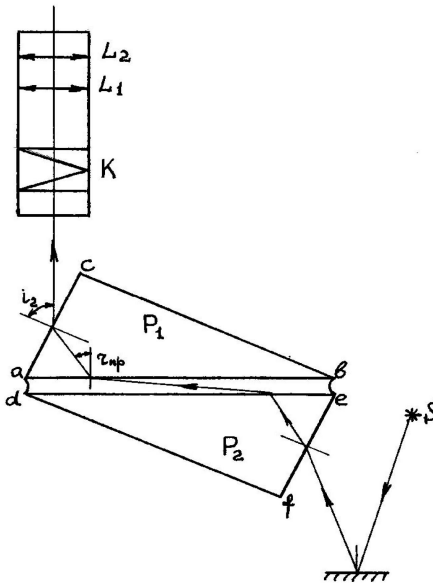


Рис. 3.86.

При измерениях методом скользящего луча (рис. 3.86) свет направляется на призму P_2 через окно на грани ef и попадает в жидкость через матовую грань de . Свет, рассеянный матовой поверхностью, проходит через слой жидкости под разными углами i ($0 \leq i \leq \frac{\pi}{2}$) и попадает на грань ab призмы P_1 . Скользящему лучу в жидкости соответствует $r_{пр}$ — предельный угол преломления в призме P_2 . Преломленные лучи с углами больше $r_{пр}$ не возникают. В связи с этим угол i_2 выхода лучей из призмы P_1 может меняться лишь в интервале от некоторого значения до $\frac{\pi}{2}$, таким образом, в фокальной плос-

кости зрительной трубы видна граница раздела света и тени.

Метод полного отражения

В методе полного отражения призма P_1 освещается со стороны грани bc (рис. 3.87). Поскольку грань матовая, то свет попадает на

границу раздела двух сред под разными углами. Лучи, падающие под углом больше $r_{\text{пр}}$, полностью отражаются и попадают на грань ac . Угол i_2 выхода лучей из грани ac также может принимать только ограниченные значения в тех же пределах, как и в предыдущем методе.

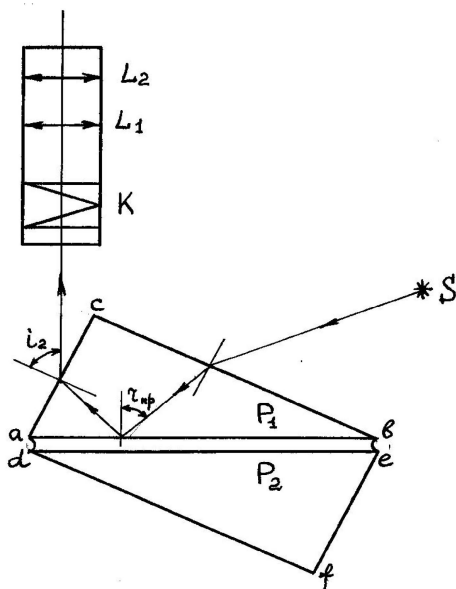


Рис. 3.87.

17.3 Порядок выполнения работы

Задание 1. Ознакомиться с оптической схемой и конструкцией рефрактометра Аббе.

Задание 2. Проверить правильность работы прибора.

Для этого используют вещество с известным показателем преломления (**дистиллированная вода при температуре 20°C имеет $n = 1,33291$**). Проверку производят методом скользящего луча. Повернув кремальеру на 90° от себя и открыв замок (2), откидывая

нижнюю призму, открывают рабочую камеру. На рабочую поверхность наносят пипеткой каплю жидкости (**дистиллированную воду**). Закрывают камеру замком и, глядя в зрительную трубу, винтом вращают до тех пор, пока в поле зрения трубы не появится граница света и тени. Границу раздела совмещают с перекрестием, и производят отсчет показателя преломления. Если граница размыта и имеет радужную окраску, надо устранить дисперсию вращением ручки (9). Если граница не появляется, то жидкость не полностью заполнила рабочую камеру. В этом случае надо открыть камеру и добавить жидкости. Измерение следует производить не менее трех раз.

Если измерения дают значения показателя преломления воды, отличающиеся от приведенного выше, то следует определить поправку к шкале.

Задание 3. Определить показатели преломления растворов спирта разной концентрации.

При этом поступают так, как изложено в задании 2. Измерение каждого раствора следует провести не менее трех раз. После измерения показателя преломления очередной жидкости призмы промыть водой и насухо протереть. Опытные данные удобно занести в таблицу следующей формы:

| № | C_1 | | C_2 | | и т.д. | C_i | |
|-----|-------|-------|-------|-------|--------|-------|-------|
| | n_1 | n_2 | n_1 | n_2 | | n_1 | n_2 |
| 1 | | | | | | | |
| 2 | | | | | | | |
| 3 | | | | | | | |
| Ср. | | | | | | | |

Аналогичные измерения провести методом полного отражения (n_2). Результаты сравнить с методом скользящего луча.

Задание 4. Определить неизвестную концентрацию раствора.

Измерить показатель преломления неизвестного раствора любым методом так, как указано в задании 3.

Далее построить график зависимости $n = f(C)$, где C — концентрация раствора.

Данные для построения графика взять из первой или второй части задания (3), в соответствии с тем, каким методом проводились измерения n . График следует построить с доверительным интервалом.

17.4 Контрольные вопросы

1. Устройство рефрактометра Аббе.
2. Ход лучей в призмах рефрактометра для двух методов.
3. Каков должен быть показатель преломления исследуемого тела (или жидкости) по сравнению с показателем преломления стекла призм рефрактометра?

Основная литература

- [1] Иродов И.Е. Задачи по общей физике [Текст]: Учеб.пособие для студ.вузов.
- [2] Иродов И.Е. Волновые процессы. Основные законы [Текст]. Учеб.пособие для студ.вузов.
- [3] Никеров В.А. Физика для вузов. Современный курс [Текст]. Учеб.пособие для студ.вузов.
- [4] Матвеев А.Н. Оптика [Текст]: Учеб.пособие для студ.вузов (djvu)
- [5] Сивухин Д.В. Общий курс физики. В 5 томах. Том IV. Оптика [Текст]: Учеб.пособие для студ.вузов.
- [6] Волькенштейн В.С. Сборник задач по общему курсу физики. [Текст]: 11-е изд., перераб., М.: Наука, 1985. - 384с.
- [7] Савельев И. В. Курс общей физики [Текст]: [в 3 т].:учеб.пособие для студ.высш.учеб.заведений,обуч. по техн.(550000) и технолог.(650000) напр.. Т.2, Электричество и магнетизм. Волны. Оптика. / И.В.Савельев - СПб.: Лань, 2007. - 496 с.: ил.

Дополнительная литература

- [8] Савельев И. В. Курс общей физики [Текст]: [в 3 т].:учеб.пособие для студ.высш.учеб.заведений,обуч. по техн.(550000) и техно-лог.(650000) напр.. Т.1, Механика. Молекулярная физика. / И.В.Савельев - СПб.: Лань, 2007. - 432 с.: ил.
- [9] Фейнман Р., Лейтон Р., Сэндс М. - Излучение. Волны. Кванты [Текст]. Том 3
- [10] Детлаф А.А., Яворский Б.М. Курс физики . Волновые процес-сы, Оптика. Атомная и ядерная физика (том 3) [Текст]: учеб. пособие для студ. высш. техн. учеб. заведений / А.А.Детлаф, Б.М.Яворский. - 6-е изд., стер. - М.: Академия, 2007. - 720 с.: ил. - (Высшее образование).
- [11] Гершензон Е.М., Малов Н.Н. Оптика и атомная физика [Текст]: Учеб.пособие для студ.пед.вузов по спец.032200-физика / Е.М.Гершензон,Н.Н.Малов,А.Н.Мансуров. - М.: Академия, 2000. - 405,[3] с.: ил. - (Высшее образование).
- [12] Ландсберг Г.С. Оптика [Текст]: 6-е изд., стереот. - М.: ФИЗМАТ-ЛИТ, 2003. - 848 с.
- [13] Годжаев Н.М. Оптика [Текст]: учебное пособие для вузов. - М.: Высшая школа, 1977. - 432 с.